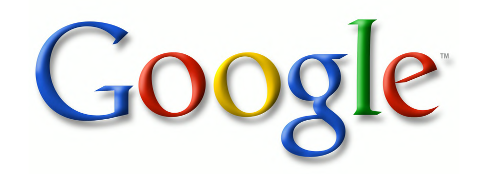
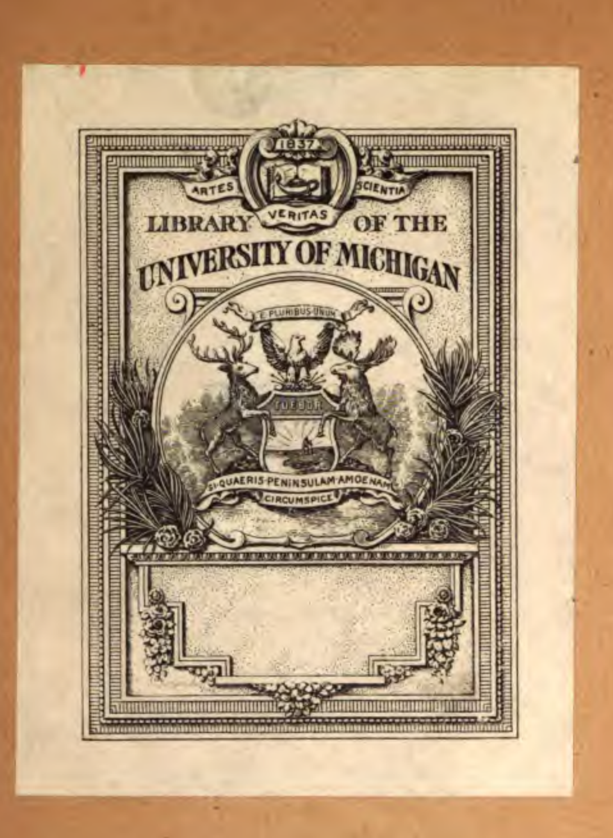




1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE





ARBEITEN

AUS DER

PHYSIOLOGISCHEN ANSTALT ZU LEIPZIG

ERSTER JAHRGANG: 1866

MITGETHEILT

DURCH

C. LUDWIG.



MIT 10 TAFELN.

Abdruck aus dem XVIII. Bande der Berichte der mathem.-phys. Classe der K. S. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

1867.

BERICHTE

ÜBER DIE

VERHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN

GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU LEIPZIG.

MATHEMATISCH-PHYSISCHE CLASSE.

statt: Arbeiten aus der physiolog. Anstalt zu Leipzig. 1. Jahrgang 1866.

(ACHTZEHNTER BAND.)

1866.

MIT ZEHN TAFELN.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

INHALT.

SITZUNG AM 30. MAI 1866.

Dr. **Christ. Lovén,** *Über die Erweiterung von Arterien in Folge einer Nervenerregung.* Aus dem physiologischen Institut. Vorgelegt durch das w. Mitglied *C. Ludwig.*

Mit einer Tafel.

I. Veränderungen im Herzschlag und Blutdruck, welche eintreten während der Reizung eines sensiblen Nerven, der mit dem Hirn und dem Rückenmark in Verbindung steht.

Jede schmerzhafte Reizung eines sensiblen Nerven ruft am gesunden Thiere so zahlreiche Erscheinungen hervor, welche sämmtlich den Blutstrom zu verändern vermögen, dass es unmöglich sein würde, auf diese Weise die nächste Beziehung zwischen der Reizung und der Blutstromsänderung zu erforschen. Die Möglichkeit, letzterem Ziele sich zu nähern, ist erst eröffnet, seit uns das Curare zur Seite steht. Wesentlich mit seiner Hilfe habe ich die folgenden Versuche über das obengenannte Thema und zwar im physiologischen Laboratorium zu Leipzig angestellt.

Die Erscheinungsreihe, die man nach Reizung sensibler Nerven an vergifteten Thieren beobachtete, besteht in Änderungen des Herzschlags, des Durchmessers der kleinen Arterien und des Blutdrucks. Da eine Änderung des Herzschlags und des Blutdrucks schon an und für sich Bedingungen mit sich bringen, welche den Durchmesser der Arterien zu beeinflussen vermögen, so muss offenbar zuerst untersucht werden, wie und unter welchen Umständen Herzschlag und Blutdruck sich ändern, bevor man darauf eingehen kann, welche unmittelbare Beziehungen zwischen der sensiblen Reizung und der Änderung des Gefässdurchmessers bestehe.

Soweit mir bekannt, hat bisher nur *v. Bezold* Versuche darüber angestellt, wie sich Herzschlag und Blutdruck nach einer

sensiblen Reizung gestalten. So wichtig die Erfahrungen sind, die dieser ausgezeichnete Physiologe gesammelt hat, so sind sie doch, weil von andern Gesichtspuncten aus unternommen, für meine Zwecke nicht ausreichend gewesen, so dass ich mich genöthigt sah, sie in einigen Puncten zu ergänzen. Ich werde nun zuerst in kurzen Umrissen die Erfahrungen mittheilen, welche *v. Bezold* gewonnen hat. Seine Beobachtungsthiere waren mit wenigen Ausnahmen durch Curare vergiftet und die Stämme der Vagi und Sympathici am Halse durchschnitten. Ausserdem wurden noch in verschiedenen Versuchsreihen mehrfache Veränderungen am Hirn und Rückenmark angebracht, die im Wesentlichen darin bestanden, dass entweder ein Schnitt unterhalb der medulla oblongata oder ein solcher oberhalb des genannten Hirntheils ausgeführt wurde oder endlich, dass das Hirn und Rückenmark unberührt blieben. Die Reizung ward entweder auf sensible Rückenmarksnerven oder auf den centralen Vagusstumpf angewendet.

a) Hirn und Rückenmark unversehrt; Reizung des plexus brachialis oder ischiadicus. Die Zahl der Herzschläge wird grösser, der Blutdruck beginnt unmittelbar nach der Reizung zu steigen.

b) Das Mark unter- oder oberhalb der medulla oblongata durchschnitten; Reizung sensibler Rückenmarksnerven. Druck und Herzschlag bleiben unverändert.

c) Die medulla oblongata durch einen Schnitt vom übrigen Gehirn getrennt; Reizung des centralen Vagusstumpfes, ein- oder zweiseitig. Der Blutdruck sinkt unmittelbar nach Beginn der Reizung, die Zahl der Herzschläge mindert sich; nach Beendigung des Reizes erreicht der Druck die Höhe nicht wieder, die er vor derselben besessen.

d) Hirn und Rückenmark unversehrt; Reizung der centralen Vagusstümpfe. Bei dieser Art, den Versuch anzustellen, trat mit dem Beginn der Reizung entweder sogleich ein Sinken oder aber ein Steigen des Blutdrucks ein. In einer Anzahl von Fällen verharrte während der ganzen Reizungsdauer der Blutdruck auf seinem erhöhten oder erniedrigten Werthe. In einer andern Anzahl wechselte dagegen das Sinken und Steigen des Drucks unter und über den Normalwerth mit einander ab. War der Blutdruck gestiegen, so hatte sich auch die Zahl der Herzschläge vermehrt.

Diese Thatsachen lassen es ungewiss, ob das Ansteigen des Blutdrucks von einer Erhöhung der Herzthätigkeit oder einer Vermehrung der Widerstände in der Strombahn bedingt sei. Um hierüber soweit wie thunlich Aufklärung zu erhalten, entschloss ich mich, die Versuche dahin abzuändern, dass ich im Gegensatz zu *v. Bezold* den Vagus unverletzt liess. Ausserdem richtete ich auch noch meine Aufmerksamkeit auf das Verhalten einiger kleinen Arterienstämmchen des Ohrs und des Hinterschenkels. An dem letztern Gliede pflegte ich die arteria saphena bloss zu legen, welche bekanntlich durch ihre Reizbarkeit ausgezeichnet ist. Beobachtete ich die Ohrgefässe, so reizte ich auch den centralen Stumpf des nerv. auricularis posterior; hatte ich dagegen die art. saphena blossgelegt, so tetanisirte ich den centralen Stumpf des nerv. dorsalis pedis. Die Erfolge, welche ich an drei Thieren erhalten habe, sind in der nachstehenden Tabelle mitgetheilt. Dieser Tabelle ist eine Beobachtungsreihe von einem vierten Thiere beigefügt, an welchem die nervi vagi nachträglich durchschnitten wurden.

	Beobachtungen am Schenkel				Beobachtungen am Ohr			
Nr.		Mitteldruck in a.carotis	Pulszahl in der Zeiteinheit	Durchmesser der art. saphena		Mitteldruck	Pulszahl	Durchmesser der art. auricularis
I.		mm				mm		
1	Vor d.Vergift. mit Curare	86	—		2. Vor d. Reizung	63	100	
	Vergiftg ohne Reizung	89	100		Unmittelbar nach Beginn der Reizung	107	57.0	Vermindert
	Reizung d. n. dors. ped.	126 u. 114	49	verringert	Später whrd Reizung	127	31.5	
	Reizung d. n. dors. ped.	101	52.5	vergrössert	Später whrd Reizung	81	52	
	Die Verlangsamung der Pulse und das Ansteigen des Drucks tritt auch nach mechanischer Reizung des n. auricul. ein. In allen Fällen verlangsamt sich der Puls erst nachdem der Druck schon bedeutend gestiegen.							
II.								
1	Vor d. Vergift.	84	100		3. Vor d. Rzg.	101	100	Nicht beobachtet
	Vergftg (noch nicht vollkommen)	95	79		Während der Reizung	109	45.5	
	Rzg. d.n.dors. pedis	145	46.5	vermindert	Nach d. Reizung	99	75.0	
	Später	145	51	vermindert				

	Beobachtungen am Schenkel				Beobachtungen am Ohr			
Nr.		Mitteldruck	Pulszahl in der Zeiteinheit	Durchmesser d. art. saphena		Mitteldruck	Pulszahl	Durchmesser d. art. auricularis
		mm				mm		
2	Vor der Reizung	95	100		1. Vor der Reizung	106		Wenig vermindert
	Reiz. i. Beginn	119	65					
				Vermind.	Reizung	134	—	Vergröss.
	Reizg. später	110	69	Vergröss.	Reizung	106	—	
III.								
1	Vor Vergft.	102	100		3. Vor Reizg.	100	—	
	Vergift. während Reizg.	137	61	Unveränd.	Währ. Reizg.	131		Unveränd.
2	Ohne Reizg.	95	100		4. Vor Reizg.	95	—	
	Bei Reizung	135 (Max.)	80	Unveränd.	Währ. Reizg.	112	—	Unveränd.
				Betr. vergrössert	Später	103	—	Vergrössert
	Später	97	90		Später	133	—	Nicht beobachtet
IV.								
1	Vor d. Vergft.	116	100					
	Nach Vergftg.	145	107					
	Reizung d. n. dors. ped.	190	76					
	Vagi durchschnitten							
2	Vor d. Reizg.	122	100					
	Während der Reizung	147 u. 131	80					
3	Vor d. Reizg.	129	100					
	Während der Reizung	152	103					
4	Vor d. Reizg.	173	100					
	Im Beginn	181	95					
	Später	163	60	geringe Vergrösserung				
	Später	175	90					
	Später	175	85					

Stellt man die tabellarische Mittheilung in Worten zusammen, so sagt sie aus:

1) Der Blutdruck des unvergifteten Thieres ist in der Regel niedriger, als der des vergifteten; die Zahl der Herzschläge kann dabei am vergifteten Thiere kleiner oder grösser sein, als am unvergifteten. Ich erinnere hierbei an die bekannte Erfahrung dass in Folge der Vergiftung mit Curare die kleinen Arterien merklich enger werden.

2) Nach Reizung des nerv. auricularis sowohl als des nerv. dorsalis pedis mindert sich ausnahmslos die Zahl der Herzschläge beträchtlich und trotzdem steigt der Blutdruck sehr bedeutend empor. Die Curve des Drucks zeigte dabei die Eigenthümlichkeit, dass meist aus ihr die periodischen Hebungen und Senkungen verschwunden waren, welche vor und nach der Reizung durch die künstlichen Respirationsbewegungen veranlasst werden. Alle diese Eigenschaften beweisen, dass das Steigen des Drucks keineswegs einer vermehrten Herzthätigkeit, sondern vielmehr einer Hemmung des Abflusses zugeschrieben werden muss. Mit dieser Aussage stimmen nun auch die Erfahrungen überein, welche sich im fünften Stabe der Tabelle niedergelegt finden. Wenn nämlich trotz verlangsamten Herzschlags der Blutdruck beträchtlich gestiegen war, so hatten sich auch die sichtbaren Arterienstämmchen bis zum Verschwinden ihrer Lichtung verengert. Wenn dagegen der Blutdruck während der Reizung sank, so erweiterten sich die Arterien.

Allerdings sank der Blutdruck in den sechs Beobachtungen, in denen sich nach der vorliegenden Tabelle die beobachteten Arterien erweiterten, nicht unter den Werth vor der Reizung, sondern er fiel günstigsten Falls nur auf diejenige Höhe herab, welche er vor der Reizung eingenommen hatte. Da eine Erweiterung der Arterien nothwendigerweise von einer Verminderung der Widerstände begleitet sein muss, so hätte man erwarten sollen, dass der Blutdruck unter seinen Normalwerth herabgestiegen wäre. Um dieses Ausbleiben des erwarteten Erfolgs erklärlich zu finden, bleiben zwei Auswege offen. Entweder die Herzkraft ist gemehrt. Gegen diese Annahme sprechen ausnahmslos die Zahlen der Tabelle, denn sie zeigen, dass auch bei der eingetretenen Arterienerweiterung die Zahl der Herzschläge geringer als vor der Reizung war. Man ist deshalb wie mir scheint auf den zweiten, noch übrigbleibenden Erklärungsgrund angewiesen. Dieser würde die Annahme verlangen, dass die Erweiterung sich nicht auf sämmtliche Arterien sondern nur auf die wenigen erstreckt habe, welche gerade beobachtet wurden und vielleicht noch auf einige andere, während in allen übrigen noch eine mehr oder weniger bedeutende Verengerung zurückgeblieben sei. Ich bin um so mehr geneigt, dieser Hypothese Gehör zu geben, weil, wie meine später mitzutheilenden Beobachtungen lehren, die erweiternde Wirkung eines sensiblen

Nerven sich in der Regel nicht über den peripherischen Verbreitungsbezirk des betreffenden Nerven hinaus erstreckt und in der That hatte ich ja die Arterie beobachtet, deren zugehörigen Nerven ich reizte. Übrigens versteht es sich von selbst, dass zur Aufhellung des wahren Sachverhaltes noch weitere Versuche wünschenswerth sind.

3) Die Minderung der Herzschläge, die nach Reizung eines sensiblen Nerven beobachtet wird, kommt vorzugsweise durch reflectorische Erregung des nervus vagus zu Stande, da nach Durchschneidung dieses Nerven die Zahl der Herzschläge während der Reizung entweder gar nicht oder nur unbeträchtlich sinkt. Sie kann sogar, wie *v. Bezold* gezeigt hat, unter diesen Umständen beträchtlich anwachsen. Woher die nach entgegengesetzter Richtung gehende Veränderung des Herzschlages rührt, muss bis auf Weiteres unentschieden bleiben.

Aus den Thatsachen, die ich bis dahin mittheilte, geht nun jedenfalls hervor, dass die Erweiterung der Blutgefässe, welche nach der Reizung eines sensiblen Nerven auftritt, nicht durch den erhöhten Blutdruck veranlasst sein kann, sondern dass umgekehrt die Verengerung der Arterien die vorzüglichste Ursache der Blutdrucksteigerung abgebe. Sollen sich, so müssen wir darum weiter schliessen, die Arterien eines Gefässgebietes erweitern, dann muss vorgängig der Tonus ihrer Nerven herabgestimmt sein. Dies wird unbestritten für alle die Fälle gelten, in welchen sich eine Erweiterung einfindet, ohne dass zugleich eine Steigerung des Blutdrucks über seinen normalen Werth beobachtet wurde. Combiniren sich eine Verminderung des Tonus einzelner Gefässabschnitte und eine Erhöhung des Blutdrucks, so wird begreiflicherweise eine sehr beträchtliche Erweiterung aller Gefässe des Bezirks zu Stande kommen, zu welchem die Arterien mit erschlaffter Wandung gehören. Diesem Umstande scheint es, wie ich schon jetzt bemerke, zuzuschreiben zu sein, dass die Reizung sensibler Nerven sehr häufig eine viel intensivere Röthung ihres Verbreitungsbezirks bewirkte, als sie vermöge einer Durchschneidung der entsprechenden Fasern des Sympathicus entsteht.

II. Über die Arterienerweiterung durch Erregung der nervi auriculares posterior und anterior.

Da es der Literatur an einer genauen Beschreibung der Nerven fehlt, welche sich am äussern Ohr des Kaninchens vertheilen, so sei es mir erlaubt, zuerst einige anatomische Thatsachen einzuschalten.

Das äussere Ohr des Kaninchens empfängt Äste vom ersten Halsganglion des Sympathicus, von zwei Rückenmarksnerven (auricularis anterior und posterior) und von vier Gehirnnerven: facialis, trigeminus, vagus und glossopharyngeus.

Die sympathischen Nerven entspringen bekanntlich vom inneren Rand des ersten Halsganglions und verlaufen in enger Verbindung mit den Arterien, die sich am Ohr verzweigen.

Der vordere Ohrnerv, vom plexus cervicalis, hauptsächlich aber von den vorderen Ästen der zweiten und dritten Cervicalnerven entspringend, tritt am hinteren Rande des Kopfnickers hervor und verläuft nur von Haut und Hautmuskeln bedeckt nach vorn und aufwärts gegen das äussere Ohr. Er nimmt einige Fasern vom nervus cervicalis superficialis auf, sendet einige Zweiglein zur Haut der Parotisgegend und theilt sich zuletzt in zwei Äste, einer wendet sich nach vorn um sich an der vorderen Seite des hinteren dünnen Randes des Ohrlöffels zu verzweigen; der andere bleibt ziemlich in der Mitte der hinteren Fläche, wo er sich bis an die Spitze des Löffels ausbreitet.

Der hintere Ohrnerv entsteht vom hinteren Aste des zweiten Cervicalnerven, geht, nachdem er zwischen den tiefen Nackenmuskeln einige Muskeläste abgegeben nach aussen und vorwärts von ein Paar dünnen Muskelschichten bedeckt zu der oberen Seite der Ohrwurzel, und durch einen knorpeligen Fortsatz desselben an und entlang dem vorderen stumpfen Rande des Ohrs.

Nervus facialis giebt zu den Muskeln des äusseren Ohres eine sehr grosse Anzahl von Ästen ab, zum Theil schon bevor der Hauptstamm der Nerven den Fallopischen Kanal verlassen hat, zum Theil aber erst vor dem knorpeligen Gehörgang.

Ramus auriculo-temporalis des Trigeminus tritt am hinteren Rande des aufsteigenden Unterkieferastes aus der Tiefe hervor und theilt sich sogleich in drei Hauptzweige,

von welchen einer nach aussen und unten zieht um sich mit dem Facialis zu verbinden, einer in der Schläfengegend sich verbreitet und der dritte in zwei oder drei lange, dünne Fäden sich auflöst, die bis zum Ausschnitt am unteren Rande der Ohröffnung verfolgt werden können.

Der Arnoldische Nerv (ramus auricularis vagi) ist beim Kaninchen verhältnissmässig nicht unbedeutend. Er entsteht hoch oben im foramen lacerum aus zwei Wurzeln — deren eine aus einem Ganglion des Vagus, die andere vom Glossopharyngeus sich ablöst; dann tritt er durch einen eigenen knöchernen Gang in der oberen-hinteren Wand der Paukenhöhle zum Fallopischen Kanal, wo er sich theils mit dem nervus facialis verbindet, theils aber schräg über ihn fortgeht, um durch den Knochen an der oberen Fläche des knorpeligen Gehörganges herauszutreten; hier legt er sich eine Strecke lang an den Knorpel an, durchbohrt schliesslich denselben und löst sich auf der concaven Fläche der Ohrmuschel in seine Endzweige auf. Siehe Fig. 1 und 2.

Um die Veränderungen, welche im Durchmesser der Auriculargefässe eintreten, bequem beobachten zu können und um jede Störung des Blutstroms zu vermeiden, welche durch Lagenveränderungen des Ohrs bedingt werden könnten, gab ich dem Kopfe und Ohre eine fixirte Stellung, die während der ganzen Versuchsdauer unverrückt erhalten werden konnte. Hierzu bediente ich mich einer Schraubenzange, welche im Leipziger Laboratorium zu ähnlichen Zwecken verwendet wird. Ich halte es für unnöthig, dieses einfache Instrument zu beschreiben; dem Verständniss ist genügt, wenn ich sage, dass der Kopf des aufgebundenen Thieres durch eine Kornzange, welche die Wangen umgreift, erhoben wird und dass eine Pincette die Spitze des Ohrlöffels fasst und ausgebreitet emporhält, ohne einen Druck auf die Wurzel und den Körper des Löffels auszuüben. Nachdem Kopf und Ohr auf diese Weise fixirt waren, wurden der Reihe nach beide nervi auriculares aufgesucht und jeder doppelt und fest unterbunden und endlich zwischen den Ligaturen durchschnitten. Das peripherische und centrale Ende der durchschnittenen Nerven konnte nun durch Luft isolirt und mittelst des gewöhnlichen Schlittenapparats bequem gereizt werden. Ich muss auf das Dringendste zurathen, bei ähnlichen Versuchen

jedes Mal beide Nerven auf ihre etwaigen Leistungen zu prüfen, da ich gefunden habe, dass die im Folgenden aufgezählten Erscheinungen nicht gleich deutlich durch jeden von beiden Nerven hervorgerufen werden können, sondern dass bald dieser, bald jener Nerv vorzugsweise wirksam ist.

Durch die Versuche von *Snellen* ward bekanntlich zuerst festgesetzt, dass eine schmerzhafte Reizung der centralen Stümpfe der genannten Nerven zunächst eine Verengerung und dann eine Erweiterung der Arterien des Löffels bedingt. Dieser Erscheinungsreihe begegnet man unzweifelhaft in den meisten Fällen, in welchen man ein gesundes, lebenskräftiges Thier zum Versuche verwendet. Die Bahn, durch welche die Verengerung sowohl, als die Erweiterung vermittelt wird, geht durch den nervus auricularis zum verlängerten Mark und von da durch den Halsstamm des Sympathicus zu den Ohrgefässen. Der Beweis hierfür liegt bekanntermassen darin, dass nach Durchschneidung des sympathischen Halsstammes die Reizung des sensiblen Nervenstumpfs das ohnediess schon rothe Ohr nicht noch merklich höher färbt.

Bevor ich auf die Data eingehe, die mir die Wiederholung der Versuche von *Snellen* ergaben, will ich noch bemerken, dass ich auch die Angaben von *M. Schiff* bestätigen kann, welcher behauptet, dass in den spinalen Auricularästen Fasern enthalten seien, die in einer unmittelbaren Beziehung zu den Circularmuskeln der Arterien stehen. In der Regel rief die Durchschneidung des einen oder andern Auricularastes eine dauernde Erweiterung eines Arterienstückes auf dem Ohr der operirten Seite hervor. Sie erstreckte sich gewöhnlich nur auf den Theil der Arterie, welcher in der Nähe der Spitze verläuft. Diese Erweiterung konnte durch eine Reizung des peripherischen Stumpfes in ihr Gegentheil umgesetzt werden und namentlich auch dann noch, wenn der Halsstamm des Sympathicus vorher durchschnitten war. Bei dieser letztern Modification des Versuchs blieb die Arterie während ihres Verlaufes durch den grössten Theil des Ohres erweitert, während sich dieselbe an der Spitze und den Seitentheilen des Ohres verengerte. Meistens setzte sich der verengerte von dem erweiterten Theile ganz scharf ab.

Ich kehre nun zu den Erfahrungen zurück, welche mir die Reizung des centralen Nervenstumpfs geliefert hat. Wenn ich ein kräftiges unvergiftetes Thier dem Versuche unterwarf, so

bemerkte ich in den meisten Fällen, dass nach Beginn der Reizung sich die arteria auricularis verengte. Dies geschah um so sicherer und rascher, je lebhafter das Thier durch Schreien und Gliederbewegungen seinen Schmerz äusserte. Die Verengerung der Arterie hielt zwar eine ungleiche, aber immer nur eine sehr kurze Zeit hindurch an und machte dann, und zwar noch während des bestehenden Reizes, einer Erweiterung Platz. Diese letztere begann jedesmal zuerst am Stämmchen der arteria auricularis und schritt von da in rascher Folge zu den immer kleinern Zweigen fort. Erst nachdem dies geschehen, füllten sich die Venen, so dass nun der Löffel eine tief rothe Farbe darbot.

Das nächste Interesse, welches sich an die vorliegenden Versuche knüpft, scheint mir in der Entscheidung der Frage zu bestehen, ob die Erweiterung nur in Folge der voraufgegangenen Verengung eintrete, mit einem Worte, ob die Erweiterung eine Folge der Ermüdung sei, in welche der Sympathicus durch die zuerst vorhandene Anstrengung gerathen war. Verhielten sich die Abhängigkeitsverhältnisse in der Weise, so würde man erwarten müssen, dass nach Zeit und Stärke eine Proportion zwischen der Verengerung und der Erweiterung bestünde. Dies ist nun aber, wenn man eine grössere Zahl von Experimenten ausführt, keineswegs der Fall. Zuweilen wird allerdings die nachfolgende Erweiterung um so beträchtlicher, je ausgesprochener vorher die Verengung war. In zahlreichen andern Fällen folgt aber auf eine kaum merkliche Verengung eine sehr umfängliche Erweiterung. Einmal sogar traf es sich an einem unvergifteten Thiere, dass unmittelbar nach Beginn der Reizung ohne jede Spur einer vorausgegangenen Verengerung eine sehr mächtige Erweiterung eintrat. Diese Erscheinung wiederholte sich an diesem Thiere so oft, als noch die Reizbarkeit des sensiblen Nerven den Versuch zuliess.

Wie diese Ergebnisse unvereinbar mit der Annahme sind, dass die Erweiterung der Gefässe von einer Ermüdung der sympathischen Fasern nach vorausgegangener Anstrengung bedingt sei, so scheint es mir auch mit einer andern Thatsache der Fall zu sein. Reizt man den blossgelegten Halsstamm des nerv. sympathicus, so dass hierdurch ebenso lange und noch länger eine Verschliessung der Arterien erzeugt wird, wie sie auch die Erregung des sensiblen Stumpfs hervorruft, so bemerkt man nach Entfernung des Reizes zwar zuweilen eine geringe Erweiterung

der Ohrgefässe: niemals aber sah ich diese auch nur annähernd so mächtig werden, wie nach der Reizung des nerv. auricularis. Daraus geht hervor, dass die sympathischen Fasern keineswegs so leicht zu ermüden sind.

Um meinen Versuchen eine grössere Reinheit zu geben, insbesondere um den Blutstrom von den heftigen Bewegungen der Glieder und des Brustkorbs unabhängig zu machen, verliess ich die Beobachtung des unvergifteten Thieres und wendete mich zum Gebrauche des Curare. Indem ich dies that, begünstigte mich im Beginn meiner Beobachtungen mit vergifteten Thieren das Glück insofern als ich auf eine grössere Zahl von Thieren traf, bei denen eine Reizung der sensiblen Nerven an verschiedenen Stellen des Körpers jedesmal sogleich eine Erweiterung der Gefässe hervorrief, die oft weit beträchtlicher war, als diejenige, welche einer Durchschneidung der betreffenden sympathischen Stämme nachfolgt. Diese Beobachtungen sprachen aus diesem, noch mehr aber aus einem andern Grunde gegen die Annahme, welche die Erweiterung in Folge der Ermüdung eintreten lässt. Meistentheils folgte jetzt auf die Erweiterung eine Verengerung und zwar entweder noch während der Reizung oder unmittelbar nach Beendigung derselben; diese Verengerung war in einigen Fällen beträchtlicher, als sie vor der Reizung gewesen. Als Erläuterung des Thatbestandes mag folgende mit Zeitbestimmungen versehene Beobachtung dienen.

Versuchsnummer.	Nerv.	Stärke und Dauer der Reizung.	Eintritt d. Erweiterung nach Beginn d. Reizung.	Eintritt d. Verengerung nach Beginn d. Reizung.
1	N. auricul. ant.	mässig stark, 15 Sec.	5 Sec.	35 Sec.
2	- - -	- - 22 -	6 -	40 -
3	- - -	- - 17 -	6 -	28 -
4	- - -	- - 12 -	5 -	22 -
5	- - -	sehr stark, 5 -	5 -	15 -
6	- - post.	schwach, 17 -	4 -	16 -
7	- - -	stärker, 15 -	5 -	30 -

Die Erweiterung, welche nach Reizung der sensiblen Ohrnerven einer Seite auftrat, blieb in einigen durchaus nur auf das Ohr der operirten Seite beschränkt. In mehreren andern Fällen dehnte sie sich auch auf das Ohr der nicht operirten Seite aus. Hier war jedoch die Röthung um ein sehr Merkliches schwächer;

auch fing sie um 2—4 Secunden später an und schlug mit Ausnahme eines einzigen Falles früher in Verengerung um, als auf der operirten.

Hätte ich meine Versuche nicht über eine sehr grosse Reihe von Kaninchen ausgedehnt, so würde ich durch diesen glücklichen Anfang bestimmt worden sein, es als eine Eigenthümlichkeit curarisirter Thiere zu betrachten, dass bei ihnen die Reizung sensibler Stümpfe sogleich eine Erweiterung der Gefässe bedingte. Die Fortsetzung meiner Beobachtungen belehrte mich jedoch vom Gegentheil, indem ich später wiederholt auf Thiere traf, welche sich so verhielten, wie es in der Regel bei unvergifteten der Fall ist. Immerhin aber begünstigt die Curarevergiftung den Eintritt der primitiven Röthung.

III. Erweiterung der arteria saphena durch Reizung des nervus dorsalis pedis.

Von der bekannten Erfahrung ausgehend, dass schmerzhafte Eingriffe auf die Haut des Menschen für gewöhnlich eine Röthung derselben hervorrufen, war vorauszusehen, dass die am Ohre beobachtete Erscheinung auch noch an andern Orten des Kaninchenkörpers aufzufinden sei. Bei der Wahl der zu prüfenden Stellen war zu berücksichtigen, dass keine Nervenstämme tetanisirt werden durften, in denen zugleich mit den sensiblen auch die sympathischen Fasern der Arterien verliefen, an welchen man die Erweiterung sehen wollte. Da die sympathischen Zweige meist schon den Arterienstämmchen höherer Ordnung zugeordnet werden und sich mit diesen weiter verästeln, so eignet sich am Kaninchen zu einem Versuche sehr gut die arteria saphena, welche ihren sympathischen Zweig aus dem plexus cruralis insbesondere aber mit dem nervus saphenus empfängt. Die Abhängigkeit der Arterienmuskeln von dem genannten Nerv lässt sich leicht darthun; durchschneidet man den nerv. saphenus so erweitert sich die gleichnamige Arterie plötzlich, reizt man dagegen den peripherischen Stumpf des Nerven so verengt sich das Gefäss. Nun verzweigt sich aber die art. saphena in der Regel bis zum Fusse herab, sodass zu den in ihrem Verbreitungsraum liegenden sensiblen Nerven u. A. auch der nerv. dors. pedis gehört.

Aber nicht allein durch dieses Verhalten sondern auch durch Ursprung und Verlauf ist sie für die Beobachtung günstig.

Sie entspringt aus der Schenkelpulsader, bevor diese die Adductoren durchbohrt, und verläuft als ein sehr feiner rother Faden an der innern Seite des Unterschenkels. Obwohl sie beim curarisirten Thiere meist sehr zusammengezogen ist, so lässt sie sich doch darum immer leicht auffinden, weil sie auf beiden Seiten von je einer Vene einer vorderen grösseren einer hinteren kleineren begleitet wird. Ich verfehle nicht, darauf aufmerksam zu machen, dass mir zwei Fälle vorgekommen sind, in denen die Arterie statt bis zum Fussgelenk herabzulaufen, in demjenigen ihrer Zweige endigte, welchen sie an der Innenseite des Kniegelenks in das rete patellare abgiebt. Beim Blosslegen der Arterie muss man begreiflich dafür sorgen, den nervus saphenus nicht zu verletzen, welcher die Arterie begleitet.

Meine Versuchsreihe mit Reizung am centralen Ende des nervus dorsalis pedis begann ich zufällig mit denselben Thieren, welche die Reizung des Auricularis unmittelbar durch eine Erweiterung beantwortet hatten. Gerade so, wie die arteria auricularis verhielt sich nun auch die arteria saphena. Ganz wie vorher am Ohr trat nun 4—6 Secunden nach der Application des Reizes in dem nur eben sichtbaren Gefäss plötzlich eine ganz ausserordentliche Erweiterung ein, die sich rasch zum Maximum steigerte und einige Secunden nach Entfernung der Electroden wieder vollständig verschwand. Die Arterie erweiterte sich nicht nur, sondern fing an kräftig zu pulsiren, was besonders schön hervortrat, wenn man das Bein etwas im Kniegelenke gebogen hielt, indem nun das Gefäss durch jede hereinstürzende Blutwelle mächtig gehoben und geschlängelt wurde; die Erscheinung konnte bei demselben Thiere lange Zeit wiederholt erzeugt werden. Bei mehrern in derselben Weise später vorgenommenen Versuchen erhielt ich fast ausnahmslos dasselbe Resultat und kann noch hinzufügen, dass auch die Reizung des nervus tibialis unterhalb des inneren Fussknöchels zum Ziele führt. — In ein Paar Fällen trat die Erweiterung zwar ein aber sie war nur von sehr kurzer Dauer und verschwand sogar wieder noch während der Reizung. Dasselbe habe ich auch bemerkt in solchen Fällen, wo die Erscheinung zwar im Anfang sich völlig ausgebildet zeigte, wo aber entweder der gebrauchte Reiz sehr kräftig gewesen oder der Versuch zu lange fortgesetzt worden war. Diese Unregelmässigkeiten sind also aller Wahrscheinlichkeit nach, so wie in diesen Fällen der Er-

schöpfung so in jenen einer zufälligen Schwäche der Erregbarkeit des Nerven zuzuschreiben.

Es entsteht hier ganz natürlich die Frage, bis wohin erstreckt sich diese Erweiterung? Ist sie auf die eine Arterie beschränkt oder nimmt vielleicht eine grössere Zahl der arteriellen Gefässe des Gliedes daran Theil. Um diese Frage zu beantworten, beobachtete ich in drei Versuchen während der Reizung des nerv. dorsalis pedis, theils die in ihrem ganzen Verlaufe von der Schenkelbeuge bis zum Durchtritt durch die Adductoren blossgelegte arteria femoralis, theils auch einige der von ihr abgegebenen Muskeläste. Was die letzteren betrifft, so haben schon *Ludwig* und *Thiry* erwähnt, dass die Muskelarterien im Allgemeinen sehr rasch ihre Erregbarkeit einbüssen; auch hier konnten in der vorliegenden Beziehung keine deutlichen Resultate ermittelt werden. Es ist wohl auch möglich, dass diese Gefässe schon durch die für ihre Blosslegung nothwendige Präparation in einen Zustand geschwächter Reizbarkeit oder gar Lähmung versetzt werden, so dass man von ihnen keine Aufschlüsse über die Wirkungen peripherischer Reize erwarten kann. Wenn ich mir also nicht zutraue, ganz entschieden zu behaupten, dass die Muskelarterien sich unter den fraglichen Umständen gar nicht erweitern, so ist doch wenigstens so viel gewiss, dass die etwa eingetretene Erweiterung bei der Entfernung des Reizes nicht nachliess, sondern dass die Gefässe unverändert in demselben Zustande während der ganzen Dauer des Versuches verharrten. Ungefähr dasselbe kann auch vom Hauptstamm der arter. femoralis gesagt werden. Sie schien zwar im Anfang des Versuches sich ein wenig zu erweitern, veränderte aber nachher ihren Durchmesser nicht. Es war dann ganz deutlich zu sehen, wie die oben geschilderten Veränderungen eigentlich nur dem genannten Hautast zukommen, indem sie stets von demjenigen Orte ihren Anfang nahmen, wo die Hautarterie von der cruralis sich abzweigt und, was noch merkwürdiger scheint, während im Aste die Pulsationen so gewaltig auftraten, waren sie in der grossen Arterie sehr unbedeutend und wurden bei der Reizung gar nicht verstärkt.

Das scheinbare Paradoxon, dass ein so kleiner Zweig der arteria cruralis pulsirte, während der Hauptstamm dieses kaum merklich that, erklärt sich leicht aus der ungleichen Steifigkeit der Wandung und gerade dieser Unterschied in der Pulsation

beweist, dass sich die Erschlaffung nur auf die Wandung der arteria saphena erstreckt hatte.

Als ich im weitern Verlauf meiner Beobachtungen auf curarisirte Kaninchen stiess, bei denen die Reizung am Ohrnerven eine primäre Verengerung ergab, fand ich, dass die Erregung des nerv. dorsalis pedis bei demselben Kaninchen auch hier eine primäre Verengung erzielte und dass bei den Thieren, bei welchen eine Reizung des n. auricularis das eine Mal Erweiterung, das andre Mal Verengerung der Ohrgefässe hervorrief, sich die Reizung des n. dorsalis pedis mit Rücksicht auf die arteria saphena gerade so verhielt. Doch auch diese Übereinstimmung besteht nicht ausnahmslos. Ich habe auch ein Thier beobachtet, dessen Ohrarterie sich primär erweiterte, während die saphena abwechselnd weiter und enger wurde.

Ausser an den genannten Körpertheilen habe ich noch eine Reihe von Versuchen an andern angestellt. Im Ganzen sind dieselben jedoch wenig zahlreich gewesen. Nirgends bekam ich dabei gleich auf den ersten Schlag so ausgeprägte Erscheinungen, wie sie das Ohr und die Haut des Unterschenkels bieten.

So habe ich in zwei Versuchen die sensiblen Antlitznerven (infraorbitalis, supraorbitalis und mentalis) gereizt und dabei die blossgelegte arteria maxillaris externa beobachtet. Im Anfang des Versuches gelang es durch Reizung des infraorbitalis eine mit dem Reiz vorübergehende Erweiterung und vermehrte Pulsation des Gefässes herbeizuführen, aber die Erscheinung konnte an demselben Thiere nur ein Paar Mal erzeugt werden. In derselben Weise verhielt sich auch die Arterie des Vorderarmes bei Reizung der Hautnerven desselben; dagegen konnte keine Erweiterung der arteria mammaria externa durch Reizung des zu den Milchdrüsen neben der Arterie hinziehenden Nerven bewirkt werden.

Einige Male habe ich auch curarisirte Hunde ähnlichen Versuchen unterworfen, aber diese Thiere für den vorliegenden Zweck nicht geeignet gefunden. Wenn ich den sensiblen Nerven reizte, so sah ich alsbald eine Erweiterung der Arterien eintreten; wenn aber die Reizung geschlossen wurde, so kehrte der verengte Zustand nicht wieder zurück, selbst wenn man viele Minuten hindurch die Reizung aussetzte. Bei der geringen Zahl von Versuchen, die ich angestellt habe, kann ich nicht ver-

bürgen, ob dies eine allgemeine Eigenschaft des Hundes ist oder nur eine individuelle.

IV. Bemerkungen zu den vorstehenden Versuchen.

Die Reizung der sensiblen Nerven ruft also jedesmal Veränderungen im Herzschlag und zwar meist Verlangsamung der Schlagfolge und ausserdem Erweiterungen oder Verengerungen der Arterienlumina hervor. Nach den Erfahrungen aller Beobachter kann kein Zweifel darüber sein, dass die genannten Erscheinungen, welche die Muskeln der Kreislaufsorgane darbieten, auf reflectorischem Wege zu Stande kommen. Nach meinen Beobachtungen ist es ferner keinem Zweifel unterworfen, dass die Erschlaffung der arteriellen Musculatur unabhängig von einer vorausgegangenen stärkern Verkürzung derselben eintreten kann. Den gangbaren physiologischen Anschauungen nach wird man also sagen müssen, der sensible Reiz sei vermögend auf reflectorischem Wege eben sowohl den Tonus der Gefässnerven zu erhöhen, als auch ihn herabzusetzen. Bis jetzt sind wir noch nicht dahin gelangt, vorauszusagen, wann der sensible Reiz contractionsvermehrend und wann er hemmend einwirken werde. Aus meinen Versuchen scheint nur so viel hervorzugehen, dass die Erweiterung sich viel örtlicher einstellt, als die Verengerung. Wo man auch reizen mochte, immer kam eine Erhöhung des Blutdrucks zu Stande, die, weil sie bei unverletztem Vagus mit einer Verlangsamung der Herzschläge einherging, nur von einer Erhöhung des Widerstandes im Strombett abhängig sein konnte. Die Erweiterung erstreckte sich dagegen ausnahmslos nur auf diejenigen Arterien, welche in dem Revier des gereizten Nerven oder mindestens in dessen Nachbarschaft verliefen. Auf diesen Punkt habe ich wiederholt meine Aufmerksamkeit gerichtet. Schon oben bemerkte ich, dass eine Reizung des n. auricularis der einen Seite gewöhnlich nur die Arterien des gleichnamigen Ohrs erweiterte. Gar zu selten waren jedoch die Fälle nicht, in denen sich auch das Ohr der entgegengesetzten Seite röthete. Unter mehreren Versuchen habe ich auch einmal gesehen, dass eine Reizung des nervus infraorbitalis das Ohr lebhaft röthete. Bei demselben Thiere brachte, wenn auch schwach, aber doch deutlich ausgesprochen, eine Reizung am centralen Stumpfe des plexus brachialis eine Erschlaffung der

Auriculararterien hervor. Niemals habe ich dagegen gesehen, dass sich zum Ohr hin die erweiternde Wirkung des plexus lumbalis oder sacralis erstreckt hätte.

Unter dieser Voraussetzung lässt sich nicht verkennen, dass die ganze Reihe der Erscheinungen, welche sich nach Reizung eines sensiblen Nerven abspinnt, den Charakter jener Art von Zweckmässigkeit trägt, der uns an allen reflectorischen Vorgängen so überraschend entgegentritt. In weitaus der Mehrzahl der Fälle wird es für einen gereizten Ort von günstigen Folgen sein, wenn durch ihn ein breiter und rascher Blutstrom dringt. Nur hierdurch können die Schäden beträchtlicher Temperaturunterschiede, der Compression u. s. w. ausgeglichen werden. Ein auf diese Weise örtlich veränderter Blutstrom muss entstehen, wenn an dem gereizten Orte die kleinen Arterien erweitert sind, während sie an allen übrigen verengert werden. Einem übermässigen Anwachsen des Drucks wird vorgebeugt, wenn sich zu dieser Zeitdie Schlagfolge des Herzens verlangsamt.

Der Ort der nervösen Centraltheile, an dem die Übertragung der Reflexe stattfindet, scheint nicht im Rückenmark, sondern in der medulla oblongata zu liegen. Hierfür sprechen mindestens die Versuche *v. Bezolds*, welcher nach Reizung sensibler Nerven keine Steigerung des Blutdrucks mehr wahrnahm, wenn er einen sensiblen Rückenmarksnerven nach Durchschneidung des Halsmarks reizte. Mit dieser Lagerung des reflectorischen Heerdes der Gefässnerven stimmt vielleicht auch die Ausnahmsstellung überein, welche die Gefässnerven in andrer Beziehung darbieten. *Van Deen* hat zuerst gezeigt, dass durch die Reizung eines Rückenmarksquerschnittes die unterhalb desselben austretenden Nerven niemals erregt werden können. Hiervon machen nun bekanntlich die Gefässnerven in ausgesprochenster Weise eine Ausnahme, ein Umstand, der vielleicht mit einer besondern Lagerungsart der Gefässnerven innerhalb des Marks zusammenhängt.

Aus den Versuchen *v. Bezolds* könnte man nun weiter zu schliessen geneigt sein, dass die Reflexe, welche eine Hemmung des Tonus erzielen, im verlängerten Mark ausgelöst werden; dass diejenigen aber, welche eine Erhöhung des Tonus bedingen, erst im grossen Gehirn auftreten; vorausgesetzt nämlich, dass man die in seinen Versuchen beobachtete Steigerung des Blutdruckes von einer Gefässcontractur, das beobachtete Sinken

jenes Drucks aber von einer Erschlaffung der Gefässmuskeln ableiten wollte. Über diesen Punct müssen jedoch erst weitere Versuche entscheiden, welche den jeweiligen Zustand der Gefässe ins Auge fassen.

Sucht man in den innern Zusammenhang der Erscheinungen noch tiefer einzudringen, so findet man sich alsbald von einer grössern Anzahl unentscheidbarer Alternativen umgeben. Der Umstand, dass durch die Reizung desselben Nervenstammes das eine Mal Erweiterung, das andre Mal Verengerung der Gefässlichtung eintritt, könnte bedingt sein ebensowohl durch verschiedene Faserarten, die in den sensiblen oder motorischen Stämmen enthalten wären oder auch durch verschiedene Orte oder Bewegungsarten des reflectorischen Apparats. Da ich doch nicht im Stande bin, zwischen diesen Möglichkeiten zu entscheiden, so unterlasse ich es, meine Vorstellungen weiter auszumalen. Vorerst muss es uns genügen, festgestellt zu haben, dass Verengerung und Erweiterung der Arterien nicht in der Beziehung zu einander stehen, wie etwa Anstrengung und Ermüdung oder die Phasen einer Schwingung.

Bei der ausserordentlichen Bedeutung, welche unser Vorgang für die Praxis der Physiologie und Pathologie besitzt, kann es nicht fehlen, dass die Untersuchung desselben bald emsig fortgesetzt wird.

V. Erweiterung in den Zweigen der arteria dorsalis penis durch die nervi erigentes.

Die Erweiterung der Arterien des Penis in Folge der Reizung eines peripherischen Nervenstamms verdient in doppelter Beziehung unsre Aufmerksamkeit; zunächst wegen der Folgen, die in dem Begattungsorgane vorgehen, durch welches der erweiterte Blutstrom fliesst, dann aber auch aus allgemeinen Gründen.

1) Mit Rücksicht auf die Theorie der Erweiterung überhaupt wird es zunächst wünschenswerth sein, zu wissen, ob die bei der Erweiterung betheiligten Vorgänge nach den Grundsätzen der Hemmungstheorie erklärt werden können oder nicht. Macht man sich die Mittel klar, die uns zu dieser Entscheidung zu Gebot stehen, so sind sie freilich sehr beschränkt, denn im Wesentlichen gibt es nur ein einziges, nämlich die Nachweisung eines nervösen Apparates, der tonisirend wirkt und der in der Mitte

zwischen den Erweiterung erzeugenden Nerven und den Muskeln gelegen ist. Nach Analogie des Herzens glaubt man sich aber zu der Annahme eines tonisirenden Organs berechtigt, wenn kurz vor dem peripherischen Ende eines Nerven in seine Bahn Ganglienzellen eingestreut sind.

In den Speicheldrüsen, an denen bekanntlich *Cl. Bernard* die erweiternden Nerven entdeckte, liegen im Verlaufe des Nerven Ganglien. Alle Erscheinungen, die uns an diesen Organen bekannt sind, erklären sich genügend durch die Annahme, dass einmal mittelst des Sympathicus das Hirn die Gefässe tonisire und dass dieses letztere ausser dem noch geschehe durch die Ganglien, welche an den Drüsennerven vorkommen. Wird durch Reizung der erweiternden Nerven, des n. facialis etc. die tonisirende Wirkung dieser Ganglien ausser Wirksamkeit gesetzt, so weichen die Gefässwände vor dem andringenden Blutdruck.

Einige Jahre später zeigte *Eckhard*, dass aus dem plexus sacralis zwei Nerven hervorgehen, deren Reizung eine ungemeine Beschleunigung des Blutstroms durch den Penis bedingt; in der That dürfte sich schwerlich noch ein Ort im thierischen Körper finden, der die Beschleunigung des Blutstroms unter dem Einfluss der Nervenerregung in so ausgeprägter Weise sehen lässt. Über den Mechanismus, der dieser Erscheinung zu Grunde liegt, hat uns dagegen *Eckhard* in seiner ausgezeichneten Untersuchung vorerst noch im Ungewissen gelassen, da er weder die Erweiterung der Arterien nachweisen konnte, noch auch im Stande war, innerhalb des Penis selbst Ganglien aufzufinden.

Bei der anatomischen Untersuchung des Penis ist es mir nun gelungen, im Verlaufe der nervi erigentes zahlreiche Ganglienhaufen aufzufinden, deren Beschreibung ich hier folgen lasse.

Von den Nerven, welche der portio membranacea entlang laufen, gehören nur die auf der lateralen und hintern (obern) Fläche gelegenen den nerv. erigentes an; die Reizung der vordern bringt weder Erection noch wird ihr Entstehen durch die Durchschneidung der vordern Nerven beeinträchtigt. Beides geschieht dagegen durch das entsprechende Verfahren mit den Nerven, welche auf der obern und seitlichen Fläche der p. membranacea verlaufen. Diese können nun auch und zwar zum grössten Theil in die von *Eckhard* beschriebenen nerv. erigentes des Sacralplexus verfolgt werden, und zum Andern stehen sie mit den Fortsetzungen des plexus hypogastricus in Verbindung. Nach der Abbildung,

welche *J. Müller**) von den Nerven der entsprechenden Stellen beim Menschen geliefert, ist hier das Schema der Vertheilung das nämliche.

Die lateralen Bündel laufen untereinander parallel und auch grösstentheils gesondert, indem nur die Fäden, welche am meisten gegen die vordere (untere) Fläche der pars membranacea herandringen, sich mit den Fasern des nerv. pudendus verschlingen, welche von letzterm Nerve gegen die prostata und zwar auf der vordern Fläche der Harnröhre verlaufen. — Die lateralen Bündel können bis zu dem Ort verfolgt werden, wo sich die arter. profunda penis an der Seite des bulbus urethrae in ihre Endäste auflöst. An diesem Ort bilden die Zweige mehrerer Nervenbündel in Gemeinschaft mit Ästen des n. pudendus ein äusserst dichtes Netz. Aus diesem dringen Fasern mit den Gefässen in das corp. cavernosum urethrae ein, andere verbreiten sich in den Wandungen der arteria bulbi und ihrer grösseren Äste, wo sie bis in die Muskelschicht hinein verfolgt werden können. Die Fasern sind nach Art der Bindegewebsbündel, jedoch noch ausgeprägter wellenförmig gebogen und äusserst blass; aus diesem Grunde können sie nur durch Säuren oder durch Carmintinction sichtbar gemacht werden.

Die hintern Bündel beider Seiten anastomosiren ausgiebig mit einander und bilden einen plexus der unmittelbar auf der Muskelhaut der Harnröhre liegt; sie entziehen sich alsbald der Verfolgung, so wie sie in das äusserst dichte mit elastischen Fasern reichlich durchsetzte Bindegewebe eintreten, das sich im hintern Theil des bulbus unmittelbar innerhalb des musc. bulbocavernosus findet.

Ganglien und ganglienartige Massen habe ich an folgenden bisher unbekannten Standorten aufgefunden. 1) An der hintern Fläche der portio membran. urethrae; sie sind bis auf einige Linien vor der hintern Gränze des bulbus, besonders reichlich aber in der Vertiefung zwischen prostata und Harnröhre nachweisbar. Die Ganglienkörper liegen entweder einzeln oder gruppenweise; der Form nach sind sie entweder gewöhnliche Ganglienzellen mit viel gelblichem, körnigem Protoplasma, oder sie sind von eigenthümlicher Gestaltung. Da sich unter den

---

*) Über die organischen Nerven der erectilen männl. Geschlechtsorgane. Berl. 1836. Tab. III.



von *Beale, Arnold, Courvoisier* gezeichneten Formen keine ganz entsprechende findet, so habe ich in Fig. III eine solche wiedergegeben; sie ist aus dem plexus hypogastricus, und zwar aus einem Nerven genommen, der unmittelbar auf der pars membranacea auflag. — 2) In dem dichten Bindegewebe am hinteren (obern) Theile des bulbus liegen Ganglienzellen mit wenigem und sehr blassem feinkörnigen Protoplasma zu grössern oder kleinern Haufen oder einzeln zwischen den Nervenfasern. — 3) In den Netzen, welche die lateralen Bündel der nerv. erigentes um die Gefässe an der Seite des bulbus bilden, liegen eigenthümliche Anschwellungen der blassen Nervenbündel, die mit zahlreichen Kernen und einer sehr blassen feinkörnigen Masse gefüllt sind. Fig. IV stellt ein solches Bild dar.

Die vivisectorische Untersuchung der Erection, über welche ich jetzt berichten will, verliert durch die Anwendung des Curare ihren abstossenden Charakter, den sie sonst in diesem Falle ganz besonders besitzt. Man muss es darum als ein Glück ansehen, dass trotz einer sehr intensiven Vergiftung alle Erscheinungen, die der Blutstrom im Penis des gesunden Thieres zeigt, sich unverändert erhalten.

A. Über die Veränderungen im Penis, welche die Beschleunigung des Blutes nach Reizung der nervi erigentes begleiten. — Die Annahme, wonach die normale Contraction der Muskeln im Balkengewebe des Penis daran Schuld sein solle, dass die Geschwindigkeit des Blutstroms in dem genannten Glied nicht zur vollen Entfaltung kommen könne, hat schon *Eckhard* widerlegt. Dieses bewerkstelligte er einfach dadurch, dass er an verschiedenen Stellen das cavernöse Gewebe durchschnitt. Befanden sich, nachdem dieses geschehen, die nervi erigentes im ruhenden Zustand, so war die Blutung auf der Schnittfläche äusserst mässig. Reizte er aber dann die genannten Nerven ein- oder zweiseitig, so stürzte ein mächtiger Blutstrom aus den durchschnittenen Cavernen hervor. Nun konnten aber offenbar die durchschnittenen Wände der Cavernen dem Blutstrome keinen Widerstand geleistet haben. Also musste die vermehrte Blutung dem directen Einfluss der nervi erigentes zugeschrieben werden.

Nach der Wegräumung dieser Möglichkeit bleiben nur noch zwei andere zur Erklärung des vermehrten Blutstroms übrig, entweder es erhält derselbe innerhalb des Penis einen neuen Zusatz von Triebkräften, die nicht schon vom Herzen aus gege-

ben sind; oder es bewegt sich das Blut unter dem normalen Druck und es wird nur der Widerstand innerhalb der Bahn des Stroms gemindert, der sich beim Eindringen desselben in die Cavernen entgegensetzt, beziehungsweise, es erschlafft die Wandung der kleinen Arterien.

Die Entscheidung zwischen beiden Annahmen wird in etwas dadurch erschwert, dass die Erweiterung an den Orten, an denen sie vorkommen muss, wenn sie wirksam werden will, so ohne Weiteres, wie an allen übrigen Körperorten, nicht zu sehen ist. *Eckhard* bemerkt schon mit Recht, dass sich bei der Nervenreizung die Stämme der arteria dorsalis penis nicht erweitern. Bliebe eine Erschlaffung auf die Wandung der genannten Stämme beschränkt, so würde dies für die Vermehrung des Blutstroms durch den Penis auch wenig fruchten, weil nämlich die grösste Summe der Widerstände gerade in den kleinsten Arterienästchen gesucht werden muss. Von der Richtigkeit dieser Behauptung werden wir uns später überzeugen, wenn ich von der Durchschneidung des nerv. pudendus handle.

Die kleinen arteriellen Zuflüsse zu den Cavernen können aber nicht blossgelegt werden, ohne eine Blutung zu erzeugen, durch welche das ganze Gesichtsfeld getrübt wird. Es bleibt für die Untersuchung hier kein andrer Weg übrig, als der, welchen *Cl. Bernard* unter Andern am Ohr angewendet hat, um die Folgen der Reizung und Lähmung des nerv. sympathicus sichtbar zu machen. In unserm Falle wird nun also vom corpus cavernosum und insbesondere von dem der Urethra, wo sich der Strom am raschesten und mächtigsten ändert, vorsichtig Schicht um Schicht abzutragen sein, bis man auf einzelne, stossweise hervorquellende, hellrothe Strömchen trifft. Hat man dies ausgeführt, und reizt man darauf die nervi erigentes, so gewahrt man, dass alsbald die hellrothen Ströme hoch aufspritzend eine mächtige Menge von Blut liefern, und zwar in demselben Masse, wie damals, als unter ähnlichen Umständen nur die corpora cavernosa angeschnitten waren. Dieser Versuch, der ausnahmslos gelingt, beweist, dass auf keinen Fall das Blut durch anziehende Kräfte irgend welcher Art in die Cavernen aus den Arterien hineinbefördert wird. Er belehrt uns dagegen nicht darüber, ob etwa statt einer einfachen Erschlaffung der kleinen Arterienwände neue Stromkräfte dem Blute beigesellt werden. Um diesen letztern Punct zu entscheiden, habe ich den Druck

bestimmt, unter welchem das Blut im corpus cavernosum während des Maximums der Erection steht; selbstverständlich habe ich dabei zugleich den Blutdruck in der Carotis gemessen.

Das Manometer, welches den Blutdruck des Penis mass, habe ich entweder in eine vena dorsalis eingeführt, mit der Canüle gegen die Venenwurzel hin und dann die Vene der andern Seite durch einen umgelegten Faden geschlossen oder ich durchschnitt hinter dem Penisknochen die Urethra, unterband die Harnblase, scarificirte in bedeutender Ausdehnung und bis zur Tiefe der Cavernen die Schleimhaut der Urethra und band die Canüle in die freie Mündung der letztern ein. Hierdurch erhielt ich folgende Zahlen:

Versuchsnummer.	Nervenreizung.	Mitteldruck im Penis.	Mitteldruck in der Carotis.	Penisdruck / Carotisdruck.	Bemerkungen.
	I. Kleiner Hund.				
1	einseitig	46 mm.	95 mm.	0,50	Canüle in die scarificirte Urethra.
2	-	50 -	112 -	0,45	
3	-	30 -	91 -	0,33	
4	-	19 -	51 -	0,36	
	II. Mittelgrosser Hund.				
1	einseitig	36 -	95 -	0,38	Canüle in eine vena dorsalis, die andre geschlossen.
2	doppelseitig	47 -	93 -	0,50	
3	-	38 -	74 -	0,51	
	III. Grosser Hund.				
1	doppelseitig	67 -	110 -	0,60	In die vena dorsalis, zweite geschlossen.
2	-	48 -	116 -	0,41	In die vena dorsalis, zweite offen.
3	-	67 -	116 -	0,58	In die vena dorsalis, zweite geschlossen.

Angesichts der mitgetheilten Thatsachen über den Erectionsdruck kann man sich wie ich glaube ungescheut zu der Annahme bekennen, welche ohnehin aus Gründen der Analogie die wahrscheinlichste ist. Nach ihr beschleunigt die Nervenreizung den Blutstrom in den Cavernen des penis darum, weil sie die Wände der kleinsten Arterien erschlafft und weil sich in Folge hievon die Lichtungen derselben durch den Druck des

Blutes bedeutend erweitern. Hierfür spricht der Versuch, in welchem nach Abtragung eines grossen Theils der cavernösen Wandungen, der Strom aus den kleinsten durchschnittenen Arterien durch Nervenreizung so sichtlich zu beschleunigen ist, und mit der eben ausgesprochenen Vorstellung harmonirt es, dass der Druck, unter welchem das Blut im erigirten Penis steht, im äussersten Fall 0,6 des Druckes beträgt, mit welchem das Blut in der Carotis strömt. Der erstere der angezogenen Versuche beweist, dass die sichtbare Erweiterung der kleineren arteriellen Blutströme von irgend welcher Einwirkung des Gewebes der Cavernen unabhängig ist, und der zweite Theil thut dar, dass es nicht nöthig ist, die Entstehung neuer Triebkräfte zu Hilfe zu nehmen, weil der in der grösseren Arterie vorhandene Blutdruck vollständig ausreicht, um die Kräfte zu decken, welche bei der Erection thätig sind.

Wollte man noch einen Schritt weiter gehen, so könnte man die nervi erigentes, als ein Analogon der Herzäste des n. vagus betrachten, die Ganglien aber, welche in ihrer Bahn an der Wurzel des Penis liegen, könnte man als ein Seitenstück der Ganglien, welche im Herzfleisch liegen, ansehen. Indem man diesen Zusatz ausspricht, darf man nicht vergessen, dass er wohl dazu geeignet ist, eine Reihe von Erscheinungen zu erklären, dass sich aber für ihn bis dahin ein directer Beweis nicht erbringen lässt.

B. Einige Bemerkungen über die Erection des Hundepenis. Man ist allseitig darin übereingekommen, dass zur Erzeugung der Erection des Penis drei Dinge gehören: eine Beschleunigung des zufliessenden, eine Hemmung des abfliessenden Blutstroms und eine Ausdehnbarkeit der Cavernenwandungen. Ich werde der Reihe nach auf die Bedeutung der drei Bedingungen eingehen.

In dem Balkengewebe finden sich bekanntlich organische Muskelfasern. Diese letzteren sowohl wie die Ringfasern der art. dorsalis stehen unter dem Einfluss des nervus pudendus. Hierfür tritt folgender Versuch ein. Reizt man die peripherischen Stümpfe der durchschnittenen nervi pudendi, während der Penis zusammengefallen und durchschnitten ist, so vermindert sich die Blutung, und die durchschnittenen Ränder des Schwellkörpers ziehen sich zurück. War der Penis unmittelbar vor der Reizung des nervus pudendus durch die Erregung der

nervi erigentes geschwellt, so wird nun bei beginnender Tetanisirung der ersteren Nerven der Blutfluss aus den durchschnittenen Schwellkörpern erst vorübergehend beschleunigt, alsbald aber stockt er vollkommen. — Beobachtet man den Durchmesser der art. dorsalis, während man den nerv. pudendus zu durchschneiden im Begriff ist, so sieht man, dass er nach Vollendung der letzteren Operation merklich gewachsen ist, und dass die Pulsation lebhafter geworden; trotzdem tritt jedoch weder Erection ein, noch mehrt sich der Blutstrom in erkennbarer Weise aus dem durchschnittenen corpus cavernosum. — Die Betheiligung des nerv. pudendus und der von ihm abhängigen Gebilde an der Erection liesse sich demgemäss dahin angeben, dass sie durch ihre Zusammenziehung die Steifung des Glieds unmöglich machen können, insofern durch ihr Zuthun der wesentlichste Zufluss des Blutes abgeschnitten wird. Demnach ist nicht abzuleugnen, dass eine jede Verminderung im normalen Tonus des Schamnerven die Erection begünstigen wird, indem sich hierdurch ein Theil der Widerstände vermindert, der sich der Erweiterung der Cavernen und der Zuführung des Blutes entgegenstellt. Ob, wie *Kölliker* will, bei der normalen Erection eine reflectorische Abspannung des n. pudendus eintritt, bleibt dahingestellt.

Die Bedeutung der nervi erigentes hat *Eckhard* schon vollständig erörtert; bei der Erregung dieser Nerven schwellen wohl corpora cavernosa penis et urethrae an, aber der Druck des Blutes in ihnen erreicht wie die oben mitgetheilten Messungen zeigen, keineswegs seinen höchsten Werth, und der bulbus glandis geräth gar nicht in Schwellung.

Das Maximum des Drucks und die Schwellung der Eichelzwiebel treten erst ein, wenn der Strom in den rückführenden Venen und insbesondere in der vena dorsalis unterbrochen wird. Zu diesem Ende dient ein Muskel, welcher zuerst von *Houston* beschrieben und in seinem Verhältniss zu den Dorsalvenen von *Eckhard* abgebildet ist. Zur Vervollständigung der Zeichnung, welche der letztgenannte Gelehrte gegeben, soll meine Figur 5 dienen. Sie stellt einen Durchschnitt durch den bulbus urethrae an der Stelle dar, an welcher die zu einer Vene vereinigten venae dorsalis von der Sehne des Muskels umgriffen werden. Aus dem Anblicke der Figur geht ohne Weiteres hervor, dass bei einer Contraction des *Houston*'schen Muskels das

Lumen der Vene zugeklemmt werden muss. Ahmt man am lebenden Thier während der Reizung der Erectionsnerven diese Absperrung der Venen dadurch nach, dass man ein Band um dieselben schlingt und zuzieht, so schwillt alsbald der Eichelbulbus dermassen an, dass die Vorhaut nicht mehr hinter ihn zurückgestreift werden kann. Ich brauche nicht zu erwähnen, dass trotz der Abschnürung der dorsalen Blutadern der Blutstrom durch den Penis nicht vollständig unterbrochen ist; denn bekanntlich bestehen noch andere schon von *Eckhard* beschriebene Venenabflüsse. Diese letzteren sind aber jedenfalls von untergeordneter Bedeutung, wovon ein einfacher Versuch Zeugniss ablegt. War durch Reizung der Erectionsnerven und Verschluss der Dorsalvenen die höchste Schwellung des Glieds herbeigeführt, und ward darauf die Reizung der Nerven unterbrochen, das Unterband der Venen aber unberührt gelassen, so schwillt das Glied nur sehr allmählig ab, öffne ich nun, während dieses geschieht, die venae dorsales, so sinkt es plötzlich zusammen.

Erklärung der Figuren.

1. Ursprung des ram. auricularis Arnoldi beim Kaninchen. Die in Betracht kommenden Nervenstämme sind aus deren natürlichen Verbindungen herausgelöst und ober- und unterhalb des ram. auricularis abgeschnitten; mehrmals vergrössert; die Namen der Nerven sind den einzelnen Stämmen beigeschrieben.
2. Ursprung derselben Nerven in seiner natürlichen Grösse. Verlauf des ram. Arnoldi durch das Felsenbein. Die Bezeichnung der Nerven ist in die Figur geschrieben.

3.\
4.} Ganglien und ganglïöse Gebilde im Verlauf der nervi erigentes.

5. Durchschnitt durch die Sehnen des Houston'schen Muskels und die gemeinsame vena dorsalis penis während ihres Durchtritts durch die genannte Sehne. — A. Houston's Muskel. B. Vena dorsalis com.

Fig.1.

Ram. auricul. Arnoldi

n. facialis

n. glossopharyng.

n. vagus

n. accessorius

Fig.2.

n. facial.

r. auric.

n. glossoph.

n. vagus

Fig.4.



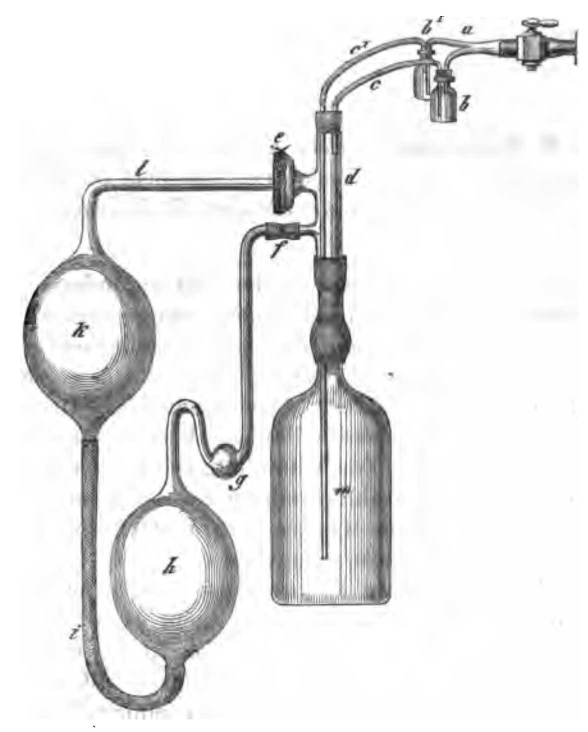
Dr. **N. Kowalewsky**, *Über die Maassbestimmung der Athmungsgase durch ein neues Verfahren.* Aus dem physiologischen Institut. Vorgelegt durch das w. Miglied *C. Ludwig.*

Ueber die Athmung, ein in der Zeit veränderlicher Vorgang, kann man nur dadurch einen genügenden Aufschluss erhalten, dass man ihre mit der Zeit veränderlichen Werthe bestimmen lernt. Das Ideal, welches der Methodik vorschweben muss, besteht in graphischer Aufzeichnung des Sauerstoffverbrauchs und der Kohlensäurebildung. Von diesem Ziele sind wir noch weit entfernt. Zur Auffindung zahlreicher Thatsachen würde aber auch schon ein Verfahren behilflich sein, welches erlaubte, die in mehreren Minuten verbrauchten und gebildeten O- und CO_2 mengen genau anzugeben.

Für die Kohlensäure konnte diese Forderung schon seit lange befriedigt werden; anders aber steht es mit dem Sauerstoff. Professor Ludwig zeigte mir das Modell eines kleinen Apparates, der auch dem letztern Bedürfniss abhelfen sollte; ich übernahm auf seine Aufforderung gern einige Versuche mit demselben, um ihn auf seine Brauchbarkeit zu prüfen. Das Resultat dieser Beobachtungen lege ich in Folgendem nieder.

Das neue Verfahren macht Gebrauch von einem durch Regnault und Reiset zuerst angewendeten Prinzip, bei welchem bekanntlich die Grösse des Athmungsraumes unverändert erhalten wird. Unter dieser Bedingung ist die Athmung nur dann möglich, wenn die ausgeathmete Kohlensäure fortwährend von einem Absorbenten aufgenommen und das verschwundene Sauerstoffgas durch neu hinzutretendes ersetzt wird. Die Abänderung, welche das Verfahren der französischen Gelehrten in dem neuen Apparate erfahren hat, besteht eines Theils darin, dass derselbe nicht für die totale, sondern nur für die Lungen-

athmung bestimmt ist und ausserdem ist die Regulirung des Druckes in dem Athmungsraume auf eine neue Weise hergestellt. Die nachstehende Zeichnung wird am besten dazu dienen können, um den Plan und seine Ausführung zu erläutern.



Mit der Luftröhre in Verbindung steht ein Gabelrohr *a*, die Zweige der Gabel münden je in ein Ventil, von denen eins nur den Ausathmungs-, das andere nur den Einathmungsstrom durchlässt. Die Röhren *c* und *c'*, welche aus diesen Ventilen hervorgehen, durchbohren einen Gummistopfen, welcher die obere Oeffnung eines kurzen etwa 20 Millimeter langen Glasrohres *d* schliesst. Diesem Glasstück wollen wir den Namen »Sauerstoffregulator« geben. Aus ihm gehen unter rechten Winkeln zwei kurze 5 Millimeter weite Glasröhrchen etwa in der Mitte seiner Länge hervor; eins derselben *e* mündet in eine Erweiterung, welche durch eine dünne Kautschukhaut verschlossen ist; an dem anderen *f* steckt ein entsprechend weiter Kaut-

schukschlauch. Dieser letztere läuft vermittelst des Zwischenstücks *g* in die mit Sauerstoff gefüllte Flasche *h* aus. In die Oeffnung, welche am Boden der Flasche enthalten ist, geht der heberförmig gebogene Kautschukschlauch *i*, dessen aufsteigender Schenkel mit einer Oeffnung in Verbindung steht, welche den Boden der Wasserflasche *k* durchbohrt. Aus der oberen Oeffnung dieser letzteren Flasche geht ein rechtwinkelig gebogenes Glasrohr *l* ab. Der Rand, welchen die freie Oeffnung des Rohrs *l* umgibt, ist glatt abgeschliffen und die Wasserflasche ist so gestellt, dass jener Rand an der Kautschukplatte anliegt, welche die Erweiterung bei *e* verschliesst. Ehe ich das Spiel dieses Stückes schildere, will ich zuerst noch die Beschreibung des Apparates vollenden. An dem unteren offenen Ende des Sauerstoffregulators *d* steckt mittelst eines Kautschukschlauches die Kaliflasche *m*. Von den beiden Röhrchen *c* und *c'* endet *c*, welches zum Einathmungsventil führt, kurz unter dem Kautschukpfropfen in den Sauerstoffregulator, das andere *c'* führt dagegen bis in die Mitte der Kaliflasche *m*. Um diesem längern Rohr die nöthige Beweglichkeit zu ertheilen, ist es aus zwei Stücken, die durch ein Kautschukrohr verbunden sind, zusammengesetzt; dieses Gelenk befindet sich noch innerhalb des Sauerstoffregulators. — Die Wirkungen der einzelnen Stücke des Apparates ist leicht zu erkennen. Gelangt durch das Ausathmungsrohr Kohlensäure in die Kaliflasche, so wird dieselbe dort absorbirt werden und zwar um so rascher, je lebhafter das Kali geschüttelt wird. Dieses ist möglich, weil das Zuleitungsrohr sowohl als die Kaliflasche durch Kautschukgelenke mit den feststehenden Theilen des Apparates verbunden sind. Nehmen wir ferner an, es wäre durch das Einathmungsrohr Luft aus dem Sauerstoffregulator und der anhängenden Kaliflasche entfernt, so wird die Kautschukplatte, welche über der Erweiterung *e* gespannt ist, eingezogen; hierdurch wird sich die freie Oeffnung der rechtwinkligen Röhre, welche aus der Wasserflasche hervorgeht, mit der Atmosphäre in Verbindung setzen, und es wird in Folge dessen aus der Flasche *k* so lange Wasser in den Sauerstoffbehälter *h* und also auch in den Sauerstoffregulator *d* einfliessen, bis die Luft innerhalb des Regulators wieder so weit gespannt ist, dass sich die Kautschukplatte an die freie Mündung des Wasserbehälters anlegt. Von diesem Moment an wird Wasserabfluss und Sauerstoffzutritt beendet sein. Vorausgesetzt,

es sei das Gas, welches im Beginn der Versuche im Ventile, dem Regulator und der Kaliflasche enthalten war, atmosphärische Luft gewesen, so würde, wenn das Thier weder Stickstoff verbraucht noch ausgegeben hätte, die Zusammensetzung der Luft während der ganzen Dauer des Versuches unverändert geblieben sein, da die gebildete Kohlensäure fortwährend absorbirt und der verbrauchte Sauerstoff fortwährend wieder ersetzt wird. Um die Menge der Kohlensäure zu finden, welche während der Versuchszeit ausgehaucht wurde, hat man nur nöthig, die Kohlensäure zu messen, welche das Kali vor und nach Beendigung des Versuchs enthielt. Dieses hat bekanntlich keine Schwierigkeit. Die Menge des verbrauchten Sauerstoffes kann man noch directer finden durch Ablesen des Wasserstandes im Sauerstoffrohr vor und nach Beendigung des Versuchs. Da der Druck und die Temperatur des Sauerstoffes zu beiden Zeiten unverändert geblieben ist, so wird die Genauigkeit seiner Bestimmung nur von der Sicherheit der Ablesung im Rohr abhängen. — Etwas umständlicher wird die Bestimmung, wenn sich die Zusammensetzung der Luft im Athmungsraum während des Versuchs ändert. Dies wird allerdings der häufigere Fall sein, da sich weder der Stickstoff bei der Athmung vollkommen indifferent hält, noch auch das zum Versuch verwendete Sauerstoffgas vollkommen rein ist. In diesem Falle muss auch noch eine Luftprobe aus dem Athmungsraume herausgenommen und analysirt werden. Die procentische Zusammensetzung dieser Probe gibt die gesammte Menge von Sauerstoff, welche zu Ende des Versuchs im Athmungsraume enthalten ist, wenn das Volumen des letzteren bekannt war. Der Fehler, welcher durch die Aenderung der Temperatur in diese Bestimmung eingeführt ist, dürfte zu vernachlässigen sein, wenn man durch geeignete Mittel dafür sorgt, dass das an und für sich kleine Luftvolumen im Athmungsraum möglichst annähernd auf der Temperatur der Atmosphäre erhalten wird.

Damit, dass wir die ausgehauchten und eingenommenen Gasmengen bequem zu bestimmen vermögen, ist aber unsere Aufgabe noch nicht gelöst; sie wird es dann sein, wenn sich nachweisen lässt, dass der Apparat dem Thiere gestattet die ganze Kohlensäuremenge auszuhauchen, welche es während des Versuches bildete. — Die thierischen Flüssigkeiten, und insbesondere die alkalisch reagirenden, sind im Stande viel Kohlen-

säure zu absorbiren, wenn der Kohlensäuregehalt der Luft in den Athmungswegen zunimmt. Dieses Anwachsen der CO_2 kann aber nur dann umgangen werden, wenn die Luft, welche das Thier einathmet, vollkommen kohlensäurefrei ist, und wenn die Lunge jederzeit mit Leichtigkeit ihren Inhalt entleeren kann.

Die erste dieser Bedingungen war, wie ich glaube, in meinen Versuchen erfüllt; denn der Raum, welcher zwischen der Luftröhrenöffnung und den Ventilen lag, war kaum so gross als der, welcher sich am unverletzten Thier vom ersteren Orte bis zur Nasenmündung erstreckt, also konnte sich hier keine Luft bei der Ausathmung anhäufen, welche die darauf folgende Einathmung in die Lunge zurückgeführt hätte. Das Anwachsen der Kohlensäure im Athmungsraum jenseits der Ventile ist leicht zu verhindern, wenn man die Ausathmungsluft bis nahe über dem Spiegel des flüssigen Absorbenten führt und wenn man eine starke, frisch bereitete Kalilauge anwendet und die Kohlensäureabsorption durch fleissiges Schütteln derselben befördert.

Die andere Bedingung, die widerstandsfreie Entleerung der Lunge, konnte dagegen in dem benutzten Apparat nicht erfüllt werden, da die Wasserventile und jedenfalls auch das kleine Volumen des Athemraums der In- und Exspiration Hindernisse bieten. Um diesen Widerstand wegzuschaffen, könnte man in erster Linie daran denken die Ventile ganz zu beseitigen und die Luftröhre mittelst eines weiteren Verbindungsstückes sogleich an den Sauerstoffregulator anzufügen. Führt man diesen Gedanken aus, so tritt alsbald Dyspnoe ein, die bei Anwesenheit der Ventile nicht vorhanden war. Der Grund hierfür liegt offenbar darin, dass sich nun die Kohlensäure vor und in der Luftröhre anhäuft, theils weil die soeben ausgeathmete Luft sogleich wieder eingeathmet wird und theils, weil die ausgeathmete Luft zu weit vom Kali entfernt ist, um rasch von ihrer Kohlensäure befreit werden zu können.

Unsern gegenwärtigen Vorstellungen gemäss bewirken nun die Widerstände, welche sich der freien Bewegung der Luft entgegenwerfen, zunächst eine Verminderung der Athemzüge. Daraus folgt nun freilich noch nicht, dass auch zugleich die Ausscheidung der CO_2 beeinträchtigt werde. Denn die berühmten Versuche Vierordt's haben bekanntlich dargethan, dass innerhalb kürzerer Zeitgrenzen die Menge der ausgehauchten CO_2 nur dann in Folge einer seltener wiederkehrenden Athem-

bewegung herabgesetzt werde, wenn nicht durch eine vermehrte Tiefe der letztern der Umfang des Gasaustausches wieder ausgeglichen wurde. Da nun in dem vorliegenden Apparate die unvermeidlichen Hindernisse so klein als irgend möglich gemacht waren, so hoffte ich, es würde aus ihnen kein wesentlicher Fehler erwachsen. Dieses hat sich nun freilich nicht bestätigt.

In die Bestimmung des Sauerstoffs bringt dagegen das neue Verfahren, soweit meine Einsicht reicht, keinen principiellen Fehler hinein.

Ich theile nun sogleich die Resultate der Versuche mit, welche ich mit dem neuen Apparate ausführte. Ich gebe sie tabellarisch, da sie ihrer Einfachheit wegen keiner besonderen Erläuterung bedürfen.

	Zahl der Athmungen in 1 Min.	Verzehrter Sauerstoff in 1 M.	Ausgeschiedene Kohlensäure in 1 M.	$\frac{CO_2}{O}$	Versuchsdauer in Minuten	Bemerkungen.
I. Gewicht des Thiers 1630 Gr.						
Nach d. Trachealschnitt	77	—	—	—	—	
Nach der Verbindung mit den Ventilen	78	—	—	—	—	
Athmen in atmosph. Luft	66. 69	12.61	—	—	16	
Athmen in Sauerstoff ins Freie	83	—	—	—	—	
in den Apparat .	66. 62	11.74	5.02	0.43	16	
Athmen in atmosph. Luft	63	10.65	4.67	0.44	16	Leichte Bewegungen
II. Gew. d. Thiers 1280 Gr.						
Nach Verbindung mit den Ventilen	104	—	—	—	—	
Atmosphärische Luft . .	55. 85	20.06	9.94	0.50	10	Das Einathmungsrohr tauchte gegen das Kali, das Ausathmungsrohr gegen den Sauerstoff.
Athmung in Sauerstoff ins Freie	125	—	—	—	16	
in den Apparat .	101. 85	12.25	5.02	0.41	—	Einige Bewegungen.
III. Gew. d. Thiers 1825 Gr. Vor dem Versuch mit Kohlblättern gefüttert.						
Vor dem Versuch mit den Ventilen	110	—	—	—	—	
Nach der Verbindung. .	174. 172	—	—	—	—	
Atmosphärische Luft . .	78. 69	12.85	6.80	0.49	16	Einige Bewegungen.
Athmung in Sauerstoff ins Freie	178. 169	—	—	—	—	
in den Apparat .	66. 54	16.17	—	—	14	Ruhe.

	Zahl der Athmungen in 1 Min.	Verzehrter Sauerstoff in 1 M.	Ausgeschiedene Kohlensäure in 1 M.	$\frac{CO_2}{O}$	Versuchsdauer in Minuten	Bemerkungen.
IV. Gew. d. Thiers 1330 Gr. Mit Rübe gefüttert, danach 1520 Gr.						
Nach Verbindung mit den Ventilen	36	—	—	—	—	
In atmosphärischer Luft	31 u. 36	11.59	5.53	0.48	20	
In atmosphärischer Luft	47	—	—	—	—	
Während des Tetanus. .	43. 39	14.21	7.20	0.51	18	3 Min. lang waren die beiden unteren Extremitäten durch Inductionsschläge tetanisirt.
V. Gew. d. Thiers 1395 Gr.						
Vor dem Versuch in atmosphärischer Luft .	70	—	—	—	—	
Sauerstoff ins Freie . . .	116	—	—	—	—	
in den Apparat .	81. 78	11.06	6.62	0.60	16	
ins Freie	68	—	—	—	—	
in den Apparat .	71	—	9.18	—	3½	Starke Bewegungen.
ins Freie	80	—	—	—	—	
in den Apparat .	41	—	2.09	—	—	Die aorta abdominalis abgeklemmt.

Um zu beurtheilen, welches Vertrauen die vorstehenden Versuche verdienen, wird es am besten sein, sie mit andern zu vergleichen, bei welchen das Kaninchen in freier Luft athmete.

1. Kohlensäure. Seit der ausgedehnten Versuchsreihe von Regnault und Reiset steht es für die Athmung der Grasfresser fest, dass der Sauerstoff, welchen sie mit der Kohlensäure aushauchen, nahezu gleich dem ist, welchen sie aus der Einathmungsluft eingenommen. Von dieser Regel weichen nun meine Beobachtungen sehr beträchtlich ab, wie dieses die Zahlen erkennen lassen, die im vierten Stabe der vorstehenden Tabelle eingezeichnet sind. Nur in einem Fall erreicht die Verhältnisszahl zwischen dem verschwundenen und dem wieder ausgegebenen Sauerstoff den Werth von 0,6, während sie sich in den übrigen zwischen 0,4 und 0,5 hält. Da kein Grund einzusehen ist, warum meine Beobachtungsthiere sich anders als alle übrigen Kaninchen verhalten sollten, so ist es wahrscheinlich, dass mein Verfahren, die Athemgase zu gewinnen, den Verlust herbeigeführt hat.

Unter der Voraussetzung, dass diese Annahme richtig

wäre, gibt es zwei Möglichkeiten, um den eingetretenen Verlust zu erklären. Entweder es ist im Leibe des Thieres wirklich so viel Kohlensäure gebildet worden, als es dem eingeathmeten Sauerstoff nach möglich gewesen wäre, dann würde die Kohlensäure in Folge ihrer Anhäufung im Lungenraum von dem Blute, beziehungsweise den Gewebsflüssigkeiten zurückbehalten worden sein. Diese Vorstellung wollen wir zunächst festhalten und verfolgen. Um aber den weiteren Betrachtungen eine Unterlage zu geben, will ich aus der vorstehenden Tabelle zunächst die Werthe berechnen und zusammenstellen, welche dazu nöthig sind.

Nr. des Versuchs	Körpergewicht	Während des Versuchs zurückgehaltenes Kohlensäurevolumen in CC bei 0° u. 1 M. Hg.	Volumen der CO_2 des Körpervolumen. Das spec. Gewicht des Thiers = Wasser	Zahl der Athemzüge im Apparat, die in freier Luft = 1 gesetzt.	Wirkliche Verminderung der Zahl der Athmungen in 1 Minute.
I. 1.	1630 Gr.	107 CC.	0.065	0.80 u. 0.75	17—21
I. 2.		96	0.059	0.76	20
II. 1.	1280	111	0.090	0.53 u. 0.82	49—19
II. 2.		115	0.099	0.81 u. 0.68	24—40
III.	1825	96	0.053	0.45 u. 0.41	96—103
IV. 1.	1330	121	0.091	0.86 u. 1.00	5—0
IV. 2.		126	0.095	0.91 u. 0.83	14—8
V.	1329	52	0.039	0.70 u. 0.67	35—38

Die Zahlen, welche in der dritten Reihe stehen, sind natürlich unter der Voraussetzung berechnet, dass der aufgenommene Sauerstoff einzig und allein zur Bildung von Kohlensäure verwendet sei, alle übrigen Angaben der Tabelle sind an und für sich verständlich.

Die vorstehenden Zahlen führen nun zu folgenden Erörterungen.

Zunächst ist es auffallend, dass eine so grosse Menge von CO_2 zurückgehalten sein soll. Bei dem bekannten Verhalten des Bluts gegen die CO_2 und in Anbetracht der geringen Blutmenge des Kaninchens kann es keinem Zweifel unterliegen, dass das CO_2quantum, dessen Absorption wir unterstellen, nicht bloss vom Blut, sondern auch von allen andern Körperbestandtheilen beherbergt worden sei. — Ein Anwachsen des

CO_2gehaltes in dem Thierleibe bis zu 10 Procent seines Umfangs und dazu noch in so kurzer Zeit würde, wie ich glaube, unsere ganze Annahme sehr unwahrscheinlich machen, wenn wir nicht schon aus den Versuchen von W. Müller wüssten, dass sich ein Kaninchen bis zu 50 Prozent seines Volumens mit CO_2 von 0^0 und 1 Met. Hg. und zwar in kurzer Zeit schwängern kann, und dass das Thier, bevor sein Körper diesen CO_2gehalt erreicht, keine merklichen Zeichen von Vergiftung darbietet. Nach diesen Erfahrungen gehört der erste der logisch möglichen Erklärungsversuche allerdings nicht mehr zu den factisch unmöglichen.

Folgt man also der Anhäufungshypothese, so würde sich durch ihre Zusammenstellung mit anderen mehr oder weniger beglaubigten Vorstellungen noch Einiges andere ergeben. — Die CO_2, welche zurückgehalten wird, kann nicht frei sein, sondern sie muss im gebundenen Zustande verharren; denn ohne dieses wäre es unerklärlich, warum sie, die doch ein Dyspnoe erzeugendes Mittel sein soll, die Athembewegung nicht alsbald soweit steigerte, dass sich die normale Ventilation wiederherstellte. Wollte man aber, wie es bekanntlich geschieht, die bewegungsanregende Eigenschaft der CO_2 nicht gelten lassen, so würde man das genannte Gas dennoch als gebunden betrachten müssen, weil sich trotz jener Ansammlung die Spannung desselben nicht wesentlich gemehrt hat. Wäre dieses geschehen, so hätte die Ausathmungsluft alsbald ihren CO_2gehalt soweit vergrössern müssen, dass hierdurch trotz des verminderten Volums der Exspiration das Gleichgewicht zwischen Ausscheidung und Entstehung der CO_2 wieder hergestellt würde. Ein solches Gleichgewicht stellt sich bekanntlich schliesslich immer her, wenn die Aushauchung der CO_2 innerhalb gewisser Grenzen gehemmt wird. Hierfür sprechen ebensowohl die Versuche von Valentin mit Durchschneidung beider nervi vagi, als auch die von Regnault und Reiset, in welchen die Thiere in einer Luft athmeten, die mehre Prozente CO_2 enthielt. Obwohl die Ausscheidung der CO_2 in dem erstern Fall durch die Minderung der Athemzüge gehemmt wurde und in dem zweiten durch den Gegendruck des CO_2antheils der Atmosphäre, so war doch in beiden allmählig das Verhältniss zwischen aufgenommenen O und ausgeschiedener CO_2 das normale geworden.

Dafür, dass die angehäufte CO_2 durch irgend welchen

Absorbenten gebunden wird, spricht endlich der Umstand, dass eine so grosse Menge von CO_2 zurückgehalten wurde, trotzdem dass die Athemzüge noch so häufig waren. So wurden z. B. in den Beob. II zwischen 85 und 100 Athemzüge in der Minute ausgeführt und dennoch ward weniger als die Hälfte der CO_2 ausgehaucht, als man nach dem eingenommenen Sauerstoff hätte erwarten sollen. Wie wäre es möglich dieses Ergebniss ohne ein Bindungsmittel der CO_2 zu erklären?

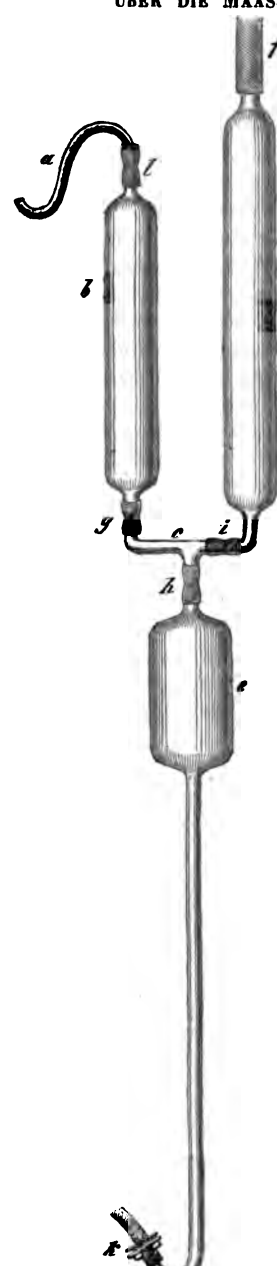
Aus dieser kurzen Andeutung wird man, wie ich glaube, ersehen, dass durch die mitgetheilten Versuche neue Fragen über den Mechanismus der CO_2abscheidung angeregt sind und dass sich der einfachsten Annahme immerhin noch Schwierigkeiten genug entgegensetzen, um den andern Erklärungsgrund meiner Resultate als vollkommen beseitigt anzusehen. In der That muss man noch immer auf die Möglichkeit gefasst sein, dass bei gehemmter Ausscheidung der CO_2 innerhalb gewisser Grenzen auch ihre Entstehung gehemmt werde.

2. Sauerstoff. Mit der Bestimmung dieses Gases steht es, soweit ich vergleichen konnte, besser als mit derjenigen der Kohlensäure. Die Zahlen, die ich für ein Kilo Thier gefunden, schliessen sich denjenigen anderer Beobachter an; der Grund hierfür mag darin gelegen sein, dass die Sauerstoffaufnahme in geringerem Grade vom äusseren Druck dieses Gases beeinflusst wird, als der Austausch der Kohlensäure. Bestätigte sich bei weiteren Untersuchungen dieses Ergebniss, so würde die neue Methode schon aus diesem Grunde eine werthvollere Bereicherung unserer Hilfsmittel abgeben.

Eine bis zu den Einzelnheiten herabsteigende Beschreibung des von mir angewendeten Apparats und seines Gebrauchs unterlasse ich; da der meine mit Ausnahme des Sauerstoffregulators nur aus Glasgefässen zusammengesetzt war, wie sie sich in jedem Laboratorium finden, so war er natürlich kein mustergiltiger und verdient darum keine besondere Beschreibung. Jeder in Gasuntersuchungen nur einigermassen Geübte wird die hier nöthigen Einrichtungen leicht treffen können.

Dagegen halte ich es für angemessen, die von mir in Anwendung gezogene CO_2bestimmung genauer zu beschreiben. — Die physiologischen Bedingungen des Versuchs liessen es mir nothwendig erscheinen eine conzentrirte Kalilösung als Absorbent der Kohlensäure in Anwendung zu bringen. Zu dem Ende bereitete ich mir eine conzentrirte Kalilauge aus reinem kohlensauren Kali, hob dieselbe mit Anwendung bekannter Vor-





sichtsmassregeln sorgfältig auf und ermittelte in einem gegebenen Gewicht derselben den Kohlensäuregehalt. Von dieser Lösung brachte ich eine genau abgewogene Menge unmittelbar vor dem Versuch in das Athmungsrohr und bestimmte nachträglich aus der ganzen in Anwendung gezogenen Kaliflüssigkeit abermals die Kohlensäure. Offenbar wäre es fehlerhaft gewesen, nur einen Theil der Kalilauge, welche nach dem Versuche vorhanden war, zur Kohlensäurebestimmung zu benutzen; denn es musste sich das Volumen der Kalilösung durch das Wasser beträchtlich vermehrt haben, welches dieselbe aus der Athmungsluft und aus dem feuchten Sauerstoff des Ersatzgefässes verdichtet hatte. Dieser Umstand, verbunden mit der bekannten Erfahrung, dass die Kohlensäurebestimmung der Kalilösung durch Gewichtsanalyse zu keiner grossen Genauigkeit führe, bewogen mich, die Kohlensäure volumenometrisch zu bestimmen; die etwas grössere Mühe, die mit dieser Bestimmungsweise verbunden war, übernahm ich gern, weil es ja vor Allem darauf ankommen musste, zu ermitteln, bis zu welchem Grad von Genauigkeit die Bestimmung der exspirirten Kohlensäure durch den neuen Apparat gefunden werden konnte. Die Einrichtung, mittelst welcher ich die Kohlensäurevolumina ausmittelte, war eine Modification der Ludwig'schen Gaspumpe. Ich gebe hier eine kurze Beschreibung derselben.

In der neuen Gestalt besteht die Gaspumpe (s. Holzschn.) ebenfalls aus einer Gabel, die auf einem langen Stiel sitzt; sie ist zusammengesetzt aus fünf Stücken, welche durch luftdichten Kautschuk luftdicht mit einander verbunden sind. Das Stück (*b*) trägt an seinem oberen engen Theil die feine umgebogene Röhre (*a*), welche in ein nebenstehendes Quecksilber-

gefäss eingetaucht werden kann. Das Stück (*b*) steht mit seiner unteren Verengerung, welche übrigens die oberen an Weite übertrifft, an dem Tförmigen Röhrenstück (*c*). Der andere horizontal liegende Schenkel dieses Tförmigen Stücks ist nicht wie der ebenerwähnte nach aufwärts gebogen, sondern läuft einfach horizontal weiter, an ihn stösst die Röhre (*d*), welche sich ihrer Form nach nur dadurch von (*b*) unterscheidet, dass ihr unterer verengter Ansatz unter einem stumpfen Winkel gebogen ist. Der senkrechte Schenkel von *c* geht gegen den Stiel, welcher bei *e* zu einer Kugel aufgeblasen ist, deren Räumlichkeit etwa der des Rohrs (*b*) gleichkommt. Der lange von der Kugel ausgehende Stiel ist unten etwas umgebogen und kann ebenso durch einen Kautschuk und Klemme verschlossen werden, wie die freien Mündungen von *b* und *d*. Um die Kugel *e* ist ein nicht gezeichnetes Blechgefäss wasserdicht angesetzt, in welchem durch eine untergeschobene Lampe Wasser zum Sieden gebracht werden kann. — Bei Benutzung dieses Werkzeugs kommt nun Folgendes in Betracht: Um die gesammte Kalimenge aus dem Athemapparat in die Pumpe überzuführen, ist es am einfachsten ein Stück der letztern als Absorptionsrohre beim Athmen zu benutzen; — hiezu wird dann am besten das Stück *b* verwendet. Ausser dieser ersten Bedingung sind noch folgende andere zu erfüllen; es muss das Quecksilber des Apparats und die Kalilauge von aller anhängenden und absorbirten atmosphärischen Luft befreit werden; ist dieses geschehen, so muss man die nothwendige Menge SO_2 in den Apparat bringen können, ohne ihren Inhalt wieder mit Luft zu verunreinigen, und endlich muss das Gemisch aus Kali und Säure so lange in der Kälte und Wärme ausgekocht und der leere Raum über ihm so oft erneut werden, bis kein Gas mehr zu gewinnen ist.

Hiezu dient nun die nachstehende Reihe von Operationen. Bevor das Stück *b* an die Quecksilberzunge gesetzt wird füllt man den ganzen Apparat mit Quecksilber und entfernt aus ihm jede Luft aus. Dieses ist zu erreichen, weil man durch passendes Schliessen der Klemmen bei *f*. *g*. *h* und Oeffnen von *k* in jedem einzelnen Theile des Apparats einen luftleeren Raum erzeugen kann, in welchen die Luftblasen aufsteigen, die in dem Quecksilber enthalten sind. Ist dies geschehen, so wird durch die Oeffnung *f* das fehlende Quecksilber nachgegossen, nachdem man zuvor die Klemme bei *g* und *i* geschlossen hat. Hierauf nimmt man bei *g* den Kautschuk ab und setzt an seine Stelle denjenigen, welcher mit dem Kalirohr in Verbindung ist, mit anderen Worten, man fügt das bis dahin am Athemapparate befindliche und zuvor geschlossene Kalirohr an die Pumpe. Alsdann schliesst man die Klemme bei (*g*), steckt einen mit Quecksilber gefüllten Trichter luftdicht in den Kautschuk bei *f*, öffnet nun vorsichtig die Klemme bei *g* und treibt hierdurch die Kaliflüssigkeit in dem Schenkel *b* soweit empor, bis sie in seinem obern engen Theil angelangt ist; alsdann schliesst man die Klemme bei *a* und bei *g*, öffnet *h* und *k* und lässt durch *k* so lange Quecksilber ausfliessen, bis sämmtliches Kali

in die Kugel *e* getreten ist. Erwärmt man nun jetzt das Wasser in dem Blechgefäss um *e*, so kocht alle Luft, welche das Kali enthält, in den drüberstehenden luftleeren Raum *b* ab. Nachdem man das Kochen 15 Minuten hindurch fortgesetzt hat, schliesst man *h*, öffnet *f* und lässt aus dem aufgesetzten Trichter durch *d* hindurch so lange Quecksilber nach *b* fliessen; zugleich öffnet man die Klemme *l* und treibt durch diese Oeffnung die in *b* enthaltene Luft aus. Dann schliesst man *f* und *l*, öffnet *k* und *h*, erzeugt von Neuem den luftleeren Raum, kocht abermals das Kali, schliesst dann wiederum *k* und *k*, öffnet *g* und treibt bei verschlossenem *l* Quecksilber in *b*; bleibt jetzt, nach dem sich *b* mit Quecksilber gefüllt hat, keine Luftblase mehr übrig, so ist die Kalilauge von ihrer atmosphärischen Luft befreit. Wenn dieses nach der zweiten oder dritten Operation bewerkstelligt ist, so lässt man die Kalilauge in das Rohr *b* aufsteigen, was einfach dadurch geschieht, dass man die Klemme *g* und *h* öffnet und *i* schliesst, in Folge dessen sich das Quecksilber gegen das Kali austauscht; nun schliesst man *g* und setzt auf *f* einen mit verdünnter und ausgekochter Schwefelsäure gefüllten Trichter. Werden nun *n*. *i*. *k* geöffnet, so fliesst die Säure hinter dem Quecksilber in *d* ein; während noch die Säure fliesst, klemmt man erst *k* und dann *i* und endlich *f* ab. Dann setzt man das mit Quecksilber gefüllte Röhrchen *a* bei *l* ein und taucht sein freies Ende unter eine mit Quecksilber gefüllte Messglocke; alsdann lässt man durch Oeffnen der entsprechenden Klemmen das Kali in die Kugel fliessen, so dass in *b* ein luftleerer Raum entsteht, füllt wieder etwas Quecksilber durch *d* in *b* ein und neigt in dem Gelenke *i* das Stück soweit nach abwärts, dass die Säure in *b* aufsteigt, schliesst *g*, öffnet *i*, wobei die Klemme *h* geschlossen bleibt. In Folge hievon kommt die Säure mit Kali in Berührung; die hierbei sich entwickelnde Kohlensäure lässt man sogleich durch das geöffnete *l* in die Messglocke übersteigen. Nachdem die Gasentwickelung in der Kälte nicht weiter fortschreitet, erwärmt man das Gemenge von Kali und Säure in *e* und treibt so oft durch den wieder aufgerichteten Schenkel *d* mit Hilfe von eingegossenem Quecksilber das Gas aufwärts, als sich noch eine Spur desselben aus der Kalilauge entwickeln lässt. Die in die Messglocke übergetretene Gasmenge kann man dort unter bekannten Vorsichtsmassregeln ablesen und durch Kali auf ihre Reinheit prüfen. Diese Bestimmung der Kohlensäure ist sehr genau, wovon ich mich durch zahlreiche Versuche mit krystallisirtem kohlensaurem Natron überzeugt habe. Besonders mache ich jedoch darauf aufmerksam, dass das Kali keine salpetersauren Salze enthalten darf, weil sich unter diesen Umständen Stickoxyd bildet, wodurch die Menge der gefundenen Kohlensäure zu gross ausfällt. Ich brauche kaum hinzuzufügen, dass meine Angaben über die Art und Weise, wie der beschriebene CO_2 apparat benutzt werden soll, nur auf diejenigen berechnet ist, welche mit den gasanalytischen Methoden vertraut sind.

P. A. Hansen. Nachtrag zur Abhandlung: »*Entwickelung des Produkts einer Potenz des Radius Vectors*« u. s. w. des IV. Bandes der Abhandlungen.

In der halbconvergirenden Reihe für $V_0^{(n)}$, wenn n eine grosse Zahl bezeichnet, die im § 1. der angezogenen Abhandlung entwickelt worden ist, hat sich in der Bestimmung der Integrationsconstante c im Art. 16 eine Unrichtigkeit eingeschlichen, die hier berichtigt werden soll. Der Ausdruck für $V_0^{(n)}$ des Art. 15 dieser Abhandlung kann wie folgt geschrieben werden,

$$V_0^{(n)} = c\,\frac{(1+\beta)^{2n}(1-\beta)}{(1+\beta^2)^n\sqrt{\beta}}\left\{1+\frac{C_1}{z\lambda}+\frac{C_2}{z\lambda^2}+\ldots\right\}$$

$$+\,c'\,\frac{(1-\beta)^{2n}(1+\beta)}{(1+\beta^2)^n\sqrt{\beta}}\left\{1-\frac{C_1}{z\lambda}+\frac{C_2}{z\lambda^2}\mp\ldots\right\}$$

und aus dem Art. 16 erhält man

$$V_0^{(n)} = \frac{(1+\beta)^{2n}(1-\beta)}{(1+\beta^2)^n\sqrt{\beta}.\,\pi\sqrt{\lambda}}\,K$$

wo

$$K=\int_0^\infty du\, e^{-u^2}\left\{1-\frac{1+\beta^2}{4\beta}\frac{u^2}{\lambda}+\frac{3}{6}\frac{u^4}{\lambda^2}-\frac{1+\beta^2}{48\beta}\frac{u^6}{\lambda^3}+\frac{1}{120}\frac{u^8}{\lambda^4}+\ldots\right\}^{-\frac{1}{2}}$$

und e die Grundzahl der natürlichen Logarithmen bedeutet. Diese beiden Ausdrücke für $V_0^{(n)}$ geben die Gleichung

$$c\left\{1+\frac{C_1}{z\lambda}+\frac{C_2}{z\lambda^2}+\ldots\right\}+c'\left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)^{2n-1}\left\{1-\frac{C_1}{z\lambda}+\frac{C_2}{z\lambda^2}\mp\ldots\right\}=\frac{K}{\pi\sqrt{\lambda}}$$

Da c und c' von β unabhängig sind, so kann man zur Bestimmung derselben dadurch zwei verschiedene Gleichungen er-

halten, dass man für β zwei verschiedene bestimmte Werthe annimmt. Sei zuerst

$$\beta = 1$$

dann fällt c' aus der Gleichung hinaus, und obgleich dadurch $z = 0$ wird, behalten doch die Verhältnisse von C_1, C_2, etc. zu z bestimmte endliche Werthe. Aus dem Art. 15 der Abhandlung ergiebt sich in dieser Annahme

$$\frac{C_1}{z} = \frac{1}{8}, \quad \frac{C_2}{z} = 0, \quad \frac{C_3}{z} = -\frac{3}{512}, \quad \frac{C_4}{z} = 0, \quad \text{etc.}$$

Der Ausdruck für K wird jetzt

$$K = \int_0^\infty du\, e^{-u^2} \left\{1 - \frac{u^2}{2\lambda} + \frac{u^4}{6\lambda^2} - \frac{u^6}{24\lambda^3} + \frac{u^8}{120\lambda^4} + \dots\right\}^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \int_0^\infty du\, e^{-u^2} \left\{1 + \frac{u^2}{4\lambda} + \frac{u^4}{96\lambda^2} - \frac{u^6}{384\lambda^3} - \frac{u^8}{10240\lambda^4} + \dots\right\}$$

aber aus bekannten Sätzen folgen

$$\int_0^\infty du\, e^{-u^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}, \quad \int_0^\infty u^2 du\, e^{-u^2} = \frac{1}{4}\sqrt{\pi}, \quad \int_0^\infty u^4 du\, e^{-u^2} = \frac{3}{8}\sqrt{\pi}$$

$$\int_0^\infty u^6 du\, e^{-u^2} = \frac{15}{16}\sqrt{\pi}, \quad \int_0^\infty u^8 du\, e^{-u^2} = \frac{105}{32}\sqrt{\pi}, \quad \text{etc.}$$

wodurch

$$K = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}\left\{1 + \frac{1}{8\lambda} + \frac{1}{128\lambda^2} - \frac{5}{1024\lambda^3} - \frac{21}{32768\lambda^4} + \dots\right\}$$

wird. Die Substitution dieser Ausdrücke in die eben für c und c' erhaltene Gleichung giebt

$$c\left\{1 + \frac{1}{8\lambda} - \frac{3}{512\lambda^3} + \dots\right\}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\pi\lambda}}\left\{1 + \frac{1}{8\lambda} + \frac{1}{128\lambda^2} - \frac{5}{1024\lambda^3} - \frac{21}{32768\lambda^4} + \dots\right\}$$

woraus sich

$$c = \frac{1}{2\sqrt{\pi\lambda}}\left\{1 + \frac{1}{128\lambda^2} - \frac{21}{32768\lambda^4} + \dots\right\}$$

ergiebt. Um eine zweite Gleichung zu erhalten sei

$$z^2 = 2$$

Hiemit geben die bez. Ausdrücke des Art. 15

$$\sqrt{1+\frac{1}{4}z^4} = \sqrt{2}$$

$$\frac{C_1}{z} = \frac{\sqrt{2}}{8}, \quad \frac{C_2}{z} = \frac{9}{128}, \quad \frac{C_3}{z} = \frac{69\sqrt{2}}{1024}, \quad \frac{C_4}{z} = \frac{5967}{32768}, \quad \text{etc.}$$

Substituirt man diese, und multiplicirt mit dem vorstehenden Werth von c, so erhält man

$$c\left\{1+\frac{C_1}{z\lambda}+\frac{C_2}{z\lambda^2}+\frac{C_3}{z\lambda^3}+\frac{C_4}{z\lambda^4}+\ldots\right\}$$

$$= 1+\frac{\sqrt{2}}{8\lambda}+\frac{5}{64\lambda^2}+\frac{35\sqrt{2}}{512\lambda^3}+\frac{1491}{8192\lambda^4}+\ldots$$

Die Annahme $z^2 = 2$ giebt ferner, da

$$z^2 = \frac{1-\beta^2}{\beta}$$

ist,

$$\beta = \sqrt{2}-1, \quad \frac{1+\beta^2}{\beta} = 2\sqrt{2}$$

und hiemit wird der Ausdruck für K

$$K = \int_0^\infty du\, e^{-u^2}\left\{1-\frac{u^2\sqrt{2}}{2\lambda}+\frac{u^4}{6\lambda^2}-\frac{u^6\sqrt{2}}{24\lambda^3}+\frac{u^8}{120\lambda^4}+\ldots\right\}^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \int_0^\infty du\, e^{-u^2}\left\{1+\frac{u^2\sqrt{2}}{4\lambda}+\frac{5u^4}{48\lambda^2}+\frac{7u^6\sqrt{2}}{192\lambda^3}+\frac{71u^8}{2560\lambda^4}+\ldots\right\}$$

und durch Hülfe der obigen Werthe der bestimmten Integrale

$$K = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}\left\{1+\frac{\sqrt{2}}{8\lambda}+\frac{5}{64\lambda^2}+\frac{35\sqrt{2}}{512\lambda^3}+\frac{1491}{8192\lambda^4}+\ldots\right\}$$

Die Substitution dieser eben erhaltenen Werthe in die Gleichung für c und c' giebt sogleich

$$c' = 0.$$

Setzt man nun wie im Art. 16 der Abhandlung, wenn n positiv ist,

$$V_0^{(n)} = \frac{k}{2\sqrt{\pi\lambda}}\cos^n\varphi\,\mathrm{tg}^\lambda\,(45^0+\tfrac{1}{2}\varphi)\left\{z+\frac{C_1}{\lambda}+\frac{C_2}{\lambda^2}+\frac{C_3}{\lambda^3}+\ldots\right\}$$

und wie im Art. 17, wenn n negativ ist,

$$V_0^{(n)} = \frac{k'}{2\sqrt{\pi\lambda}\cdot\cos^n\varphi}\,\mathrm{tg}^\mu\,(45^0+\tfrac{1}{2}\varphi)\left\{z+\frac{C_1}{\mu}+\frac{C_2}{\mu^2}+\frac{C_3}{\mu^3}+\ldots\right\}$$

so werden

$$k = 1 + \frac{1}{128\lambda^2} - \frac{21}{32768\lambda^4} + \ldots$$

$$k' = 1 + \frac{1}{128\mu^2} - \frac{21}{32768\mu^4} + \ldots$$

Diese Werthe von k und k' sind statt der in der Abhandlung gegebenen zu substituiren, während alle anderen Grössen unverändert dieselben bleiben.

Zur Bestätigung der eben erhaltenen Werthe von c und c' wollen wir sie noch durch ein anderes, vom vorhergehenden gänzlich verschiedenes, Verfahren entwickeln. Es soll jetzt der letzte Ausdruck des Art. 12 der Abhandlung, nemlich

$$V_0^{(n)} = \frac{\cos^n\varphi}{\cos^{n-1}p\sin p} f F$$

wo zur Abkürzung

$$f = \frac{1}{2^{n-1}} \cdot \frac{1.3\ldots 2n-3}{1.2\ldots n-1}$$

$$F = 1 + \frac{1^2}{2.2n-3}\operatorname{cotg}^2 p + \frac{1^2\,3^2}{2.4.2n-3.2n-5}\operatorname{cotg}^4 p + \ldots$$

gesetzt worden ist, zur Vergleichung mit dem ersten Ausdruck für $V_0^{(n)}$ dienen. Da

$$\beta = \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\varphi\,, \quad \cos p = \operatorname{tg}\,(45^0 - \tfrac{1}{2}\varphi)$$

so bekommt man leicht

$$\cos\varphi = \frac{1-\beta^2}{1+\beta^2}\,, \quad \sin p = \frac{2\sqrt{\beta}}{1+\beta}$$

$$\cos p = \frac{1-\beta}{1+\beta}\,, \quad \operatorname{cotg} p = \frac{1-\beta}{2\sqrt{\beta}}$$

und der vorstehende Ausdruck wird somit

$$V_0^{(n)} = \frac{(1+\beta)^{2n}(1-\beta)}{2(1+\beta^2)^n\sqrt{\beta}} f F$$

durch dessen Vergleichung mit dem ersten Ausdruck man allgemein

$$c\left\{1 + \frac{C_1}{z\lambda} + \frac{C_2}{z\lambda^2} + \ldots\right\} + c'\left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)^{2n-1}\left\{1 - \frac{C_1}{z\lambda} + \frac{C_2}{z\lambda^2} \mp \ldots\right\} = \tfrac{1}{2} f F$$

bekommt. Die Entwickelung der Function f nach den abstei-

genden Potenzen von n kann aus dem Art. 39 der Abhandlung entnommen werden, und giebt

$$f = \frac{1}{\sqrt{\pi}.\sqrt{n-1}}\left\{1 - \frac{1}{8(n-1)} + \frac{1}{128(n-1)^2} + \frac{5}{1024(n-1)^3} - \frac{21}{32768(n-1)^4} + \ldots\right\}$$

Es ist aber

$$n = \lambda + \frac{1}{2}$$

folglich

$$n - 1 = \lambda\left(1 - \frac{1}{2\lambda}\right)$$

wodurch man

$$(n-1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\left\{1 + \frac{1}{4\lambda} + \frac{3}{32\lambda^2} + \frac{5}{128\lambda^3} + \frac{35}{2048\lambda^4} + \ldots\right\}$$

$$(n-1)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\left\{\frac{1}{\lambda} \quad \frac{3}{4\lambda^2} + \frac{15}{32\lambda^3} + \frac{35}{128\lambda^4} + \ldots\right\}$$

$$(n-1)^{-\frac{5}{2}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\left\{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{5}{4\lambda^3} + \frac{35}{32\lambda^4} + \ldots\right\}$$

$$(n-1)^{-\frac{7}{2}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\left\{\frac{1}{\lambda^3} + \frac{7}{4\lambda^4} + \ldots\right\}$$

$$(n-1)^{-\frac{9}{2}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\left\{\frac{1}{\lambda^4} + \ldots\right\}$$

etc.

erhält, deren Substitution

$$f = \frac{1}{\sqrt{\pi\lambda}}\left\{1 + \frac{1}{8\lambda} + \frac{1}{128\lambda^2} - \frac{5}{1024\lambda^3} - \frac{21}{32768\lambda^4} + \ldots\right\}$$

giebt. Sei nun wieder

$$\beta = 1$$

dann wird $\cot p = 0$, $F = 1$, und da jetzt die Functionen $\frac{C_1}{z}$, $\frac{C_2}{z}$, etc. dieselben Werthe bekommen wie oben, so wird die Gleichung zwischen c und c'

$$c\left\{1 + \frac{1}{8\lambda} - \frac{3}{512\lambda^3} + \ldots\right\} = \tfrac{1}{2} f$$

die wenn der obige Ausdruck für f substituirt wird, mit der oben in der Annahme von $\beta = 1$ erhaltenen Gleichung identisch wird. Wir bekommen daher jetzt wieder

$$c = \frac{1}{2\sqrt{\pi\lambda}}\left\{1 + \frac{1}{128\lambda^2} - \frac{21}{32768\lambda^4} + \ldots\right\}$$

wie oben. Um eine zweite Gleichung zu erhalten soll

$$\varphi = \frac{\pi}{6}$$

gesetzt werden, wodurch man

$$\beta = 2 - \sqrt{3}\,, \quad \cot g^2 p = \tfrac{1}{2}$$

erhält. Es wird also zunächst, wenn auch der Ausdruck von n durch λ substituirt wird,

$$F = 1 + \frac{1}{8(\lambda-1)} + \frac{9}{128(\lambda-1)(\lambda-2)}$$

$$+ \frac{75}{1024(\lambda-1)\ldots(\lambda-3)} + \frac{3675}{32768(\lambda-1)\ldots(\lambda-4)} + \ldots$$

Aber es ist

$$(\lambda-1)^{-1} = \frac{1}{\lambda}\left(1-\frac{1}{\lambda}\right)^{-1} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda^3} + \frac{1}{\lambda^4} + \ldots$$

$$(\lambda-2)^{-1} = \frac{1}{\lambda}\left(1-\frac{2}{\lambda}\right)^{-1} = \frac{1}{\lambda} + \frac{2}{\lambda^2} + \frac{4}{\lambda^3} + \ldots$$

$$(\lambda-3)^{-1} = \frac{1}{\lambda}\left(1-\frac{3}{\lambda}\right)^{-1} = \frac{1}{\lambda} + \frac{3}{\lambda^2} + \ldots$$

$$(\lambda-4)^{-1} = \frac{1}{\lambda}\left(1-\frac{4}{\lambda}\right)^{-1} = \frac{1}{\lambda} + \ldots$$

etc.

woraus man

$$\frac{1}{(\lambda-1)(\lambda-2)} = \frac{1}{\lambda^2} + \frac{3}{\lambda^3} + \frac{7}{\lambda^4} + \ldots$$

$$\frac{1}{(\lambda-1)\ldots(\lambda-3)} = \frac{1}{\lambda^3} + \frac{6}{\lambda^4} + \ldots$$

$$\frac{1}{(\lambda-1)\ldots(\lambda-4)} = \frac{1}{\lambda^4} + \ldots$$

etc.

und

$$F = 1 + \frac{1}{8\lambda} + \frac{25}{128\lambda^2} + \frac{419}{1024\lambda^3} + \frac{38299}{32768\lambda^4} + \ldots$$

bekommt. Es wird hiemit

$$fF = \frac{1}{\sqrt{\pi\lambda}}\left\{1 + \frac{1}{4\lambda} + \frac{7}{32\lambda^2} + \frac{55}{128\lambda^3} + \frac{2499}{2048\lambda^4} + \ldots\right\}$$

Da

$$z^2 = \frac{1-\beta^2}{\beta}$$

ist, so giebt der Werth $\beta = 2 - \sqrt{3}$

$$z^2 = 2\sqrt{3}$$

und der Art. 15 der Abhandlung

$$\frac{C^1}{z} = \frac{1}{4}, \quad \frac{C_2}{z} = \frac{27}{128}, \quad \frac{C_3}{z} = \frac{219}{512}, \quad \frac{C_4}{z} = \frac{39951}{32768}, \text{ etc.}$$

und in Folge dessen

$$c\left\{1 + \frac{C_1}{z\lambda} + \frac{C_2}{z\lambda^2} + \frac{C_3}{z\lambda^3} + \frac{C_4}{z\lambda^4} + \dots\right\}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\pi\lambda}}\left\{1 + \frac{1}{4\lambda} + \frac{7}{32\lambda^2} + \frac{55}{128\lambda^3} + \frac{2499}{2048\lambda^4} + \dots\right\}$$

Die Substitution dieser Functionen in die Gleichung zwischen c und c' giebt

$$c' = 0$$

wie oben. Beide Verfahren haben also auf dieselben Werthe der zu bestimmenden Constanten hingeführt.

Ich will hievon Gelegenheit nehmen im Ausdruck von c ein Glied mehr zu entwickeln, wie im Vorhergehenden geschehen ist, und dabei von dem Ausdruck

$$c\left\{1 + \frac{C_1}{z\lambda} + \frac{C_2}{z\lambda^2} + \dots\right\} = \tfrac{1}{2} f$$

ausgehen. Die Annahme $\beta = 1$, oder $z = 0$, welche dabei zu Grunde liegt, giebt ausser den oben schon erhaltenen Werthen von $\frac{C_1}{z}$, $\frac{C_2}{z}$, etc.

$$\frac{C_3}{z} = \frac{27}{16384} = \frac{27}{2^{14}}, \quad \frac{C_4}{z} = 0$$

und folglich wird

$$c = \frac{\tfrac{1}{2} f}{1 + \frac{1}{2^3\lambda} - \frac{3}{2^9\lambda^2} + \frac{27}{2^{14}\lambda^3}}$$

Entwickelt man nun im Ausdruck für J_n des Art. 39 der Abhandlung Ein Glied mehr, wie dort geschehen ist, welches leicht zu erhalten ist, da die vorhergehenden Reihen ohne Zusätze dazu ausreichen, so erhält man

$$f = \frac{1}{\sqrt{\pi}.\sqrt{n-1}}\left\{1 - \frac{1}{2^3(n-1)} + \frac{1}{2^7(n-1)^2} + \frac{5}{2^{10}(n-1)^3}\right.$$

$$\left. - \frac{21}{2^{15}(n-1)^4} - \frac{399}{2^{18}(n-1)^5} + \frac{869}{2^{22}(n-1)^6} + \dots\right\}$$

und hieraus

$$f = \frac{1}{\sqrt{\pi\lambda}} \left\{ 1 + \frac{1}{2^3\lambda} + \frac{1}{2^7\lambda^2} - \frac{5}{2^{10}\lambda^3} - \frac{21}{2^{15}\lambda^4} + \frac{399}{2^{18}\lambda^5} + \frac{869}{2^{22}\lambda^6} + \dots \right\}$$

Die Substitution dieses Werths von f in den vorstehenden Ausdruck für c giebt

$$c = \frac{1}{2\sqrt{\pi\lambda}} \left\{ 1 + \frac{1}{2^7\lambda^2} - \frac{21}{2^{15}\lambda^4} + \frac{869}{2^{22}\lambda^6} \mp \dots \right\}$$

oder

$$c = \frac{1}{2\sqrt{\pi\lambda}} \left\{ 1 + \frac{1}{128\lambda^2} - \frac{21}{32768\lambda^4} + \frac{869}{4194304\lambda^6} \mp \dots \right\}$$

Dieser Ausdruck ist bis auf Grössen von der Ordnung λ^{-8} richtig.

Die erste Nachricht hierüber verdanke ich Herrn Prof. **Scheibner**, welcher mir sie schon vor einigen Jahren mittheilte.

P. A. Hansen, Nachtrag zur Abhandlung: »*Geodätische Untersuchungen*« des XIII. Bandes der Abhandlungen.

Unter den verschiedenen Auflösungen der zweiten Hauptaufgabe der angezogenen Abhandlung nenne ich hier die des Art. 52, die für kurze geodätische Linien dient, und Gegenstand dieses Aufsatzes sein soll. Die Ausdehnung, die a. a. O. den Reihenentwickelungen gegeben worden ist, durch welche die Unterschiede $\alpha'-\alpha_0'$, $\alpha''-\gamma$, $\chi-\chi_0$ gefunden werden, gestattet nur die Anwendung derselben auf sehr kurze geodätische Linien, es ist aber an sich klar, dass durch eine weitere Entwickelung dieser Reihen die Anwendung eine ausgedehntere werden wird. Dort habe ich diese Reihenentwickelungen bis auf die Glieder sechster Ordnung ausgedehnt, dieselben sollen aber hier bis auf Glieder achter Ordnung ausgeführt werden.

Durch die Substitution der Ausdrücke (46) und (48) des Art. 42, so wie der Ausdrücke für $\sin B'$ und $\cos B'$ des Art. 46 der Abhandlung in die Gleichungen (45) kann man diesen leicht die folgende strenge Form geben,

$$q\sin\chi_0\sin\alpha_0' = \sqrt{1-e^2\cos^2\beta'}\,.\cos\beta''\sin\lambda$$

$$q\sin\chi_0\cos\alpha_0' = -\cos\beta'\sin\beta''+\sin\beta'\cos\beta''\cos\lambda + e^2(\sin\beta''-\sin\beta')\cos\beta'$$

$$q\sin\chi_0\sin\gamma = p\sqrt{1-e^2}\,.\cos\beta'\sin\lambda$$

$$q\sin\chi_0\cos\gamma = \sin\beta'\cos\beta''-\cos\beta'\sin\beta''\cos\lambda + e^2(\sin\beta''-\sin\beta')\cos\beta'\cos\lambda$$

$$q\cos\chi_0 = (\sin\beta'\sin\beta''+\cos\beta'\cos\beta''\cos\lambda)\sqrt{1-e^2} + \frac{e^2}{\sqrt{1-e^2}}\sin^2\beta'$$

wo zur Abkürzung

$$p^2 = 1 + 2e^2 \sin\beta' \sin\beta'' - e^2 \sin^2\beta'' + \frac{e^4}{1-e^2} \sin^2\beta'$$

$$q = p\sqrt{1 - e^2 \cos^2\beta'}$$

gesetzt worden ist; diese Gleichungen sollen den beabsichtigten Entwickelungen zu Grunde gelegt werden.

Da die linken Seiten der vier ersten Gleichungen mit $\sin\chi_0$ multiplicirt sind, so muss man in den Entwickelungen der rechten Seiten derselben in Bezug auf χ eine Ordnung weiter gehen, wie die höchste Ordnung die im Resultat beibehalten werden soll, es müssen daher in den mit e^4 multiplicirten Gliedern die zugleich mit χ^4, und in den mit e^6 multiplicirten die zugleich mit χ^2 multiplicirten mit aufgenommen werden. Auch in den mit e^2 multiplicirten Gliedern muss man bis χ^4 einschliesslich gehen, da jene zum Theil von diesen abhängen. Die Entwickelungen sollen übrigens nicht nach den Potenzen von χ, sondern nach denen von $\sin\chi$ ausgeführt werden, da dieses etwas einfacher ist; der Uebergang vom Sinus zum Bogen ist am Schlusse derselben leicht auszuführen.

Die Reihenentwickelungen geben nun zuerst

$$\sqrt{1 - e^2\cos^2\beta'} = 1 - \tfrac{1}{2}e^2\cos^2\beta' - \tfrac{1}{8}e^4\cos^4\beta' - \tfrac{1}{16}e^6\cos^6\beta'$$

und da $\lambda = \omega - \Delta\omega$ ist, so werden

$$\cos\beta''\sin\lambda = \cos\beta''\sin\omega - \Delta\omega\,.\cos\beta''\cos\omega - \tfrac{1}{2}\Delta\omega^2.\cos\beta''\sin\omega$$

$$-\cos\beta'\sin\beta'' + \sin\beta'\cos\beta''\cos\lambda = -\cos\beta'\sin\beta'' + \sin\beta'\cos\beta''\cos\omega$$
$$+\Delta\omega.\sin\beta'\cos\beta''\sin\omega - \tfrac{1}{2}\Delta\omega^2.\sin\beta'\cos\beta''\cos\omega$$

Die Gleichungen (28) der Abhandlung, nemlich

$$\cos\beta''\sin\omega = \sin\chi\sin\alpha'$$
$$\cos\beta''\cos\omega = \cos\chi\cos\beta' + \sin\chi\sin\beta'\cos\alpha'$$
$$\sin\beta'' = \cos\chi\sin\beta' - \sin\chi\cos\beta'\cos\alpha'$$

geben mit der hier erforderlichen Genauigkeit

$$\cos\beta''\cos\omega = \cos\beta' + \sin\chi\sin\beta'\cos\alpha' - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\cos\beta'$$
$$\sin\beta'' = \sin\beta' - \sin\chi\cos\beta'\cos\alpha' - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\sin\beta' - \tfrac{1}{8}\sin^4\chi\sin\beta'$$

und daher werden

$$\cos\beta''\sin\lambda = \sin\chi\sin\alpha' - \varDelta\omega(\cos\beta' + \sin\chi\sin\beta'\cos\alpha' - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\cos\beta')$$
$$- \tfrac{1}{2}\varDelta\omega^2.\sin\chi\sin\alpha'$$

$$-\cos\beta'\sin\beta'' + \sin\beta'\cos\beta''\cos\lambda = \sin\chi\cos\alpha' + \varDelta\omega.\sin\chi\sin\beta'\sin\alpha'$$
$$- \tfrac{1}{2}\varDelta\omega^2(\sin\beta'\cos\beta' + \sin\chi\sin^2\beta'\cos\alpha' - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\sin\beta'\cos\beta')$$

$$(\sin\beta'' - \sin\beta')\cos\beta' = -\sin\chi\cos^2\beta'\cos\alpha' - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\sin\beta'\cos\beta'$$
$$- \tfrac{1}{8}\sin^4\chi\sin\beta'\cos\beta'$$

Aus dem Art. 19 der Abhandlung bekommt man ferner, wenn

$$K = 6\sin^2\beta'\cos^2\beta'\cos^2\alpha' - \sin^4\beta' - \cos^4\beta'\cos^4\alpha'$$

gesetzt wird,

$$\begin{aligned}\varDelta\omega = {} & \tfrac{1}{2}e^2\{\sin\chi\cos\beta'\sin\alpha' + \tfrac{1}{6}\sin^3\chi\cos\beta'\sin\alpha'\}\\ & + \tfrac{1}{8}e^4\{\sin\chi\cos^3\beta'\sin\alpha' + \sin^2\chi\sin\beta'\cos^2\beta'\sin\alpha'\cos\alpha'\\ & \quad + \tfrac{1}{3}\sin^3\chi(1 - \tfrac{1}{2}\cos^2\beta' - \cos^2\beta'\cos^2\alpha')\cos\beta'\sin\alpha'\}\\ & + \tfrac{1}{16}e^6\{\sin\chi(\cos^4\beta' + \tfrac{1}{16}K)\cos\beta'\sin\alpha'\\ & \quad + \tfrac{1}{2}\sin^2\chi(1 + 2\cos^2\beta' + \cos^2\beta'\sin^2\alpha')\sin\beta'\cos^2\beta'\sin\alpha'\cos\alpha'\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tfrac{1}{2}\varDelta\omega^2 = {} & \tfrac{1}{8}e^4\{\sin^2\chi\cos^2\beta'\sin^2\alpha' + \tfrac{1}{3}\sin^4\chi\cos^2\beta'\sin^2\alpha'\}\\ & + \tfrac{1}{16}e^6\sin^2\chi\cos^4\beta'\sin^2\alpha'\end{aligned}$$

deren Substitution

$$\begin{aligned}\cos\beta''\sin\lambda = {} & \sin\chi\sin\alpha'\\ & - \tfrac{1}{2}e^2\{\sin\chi\cos^2\beta'\sin\alpha' + \sin^2\chi\sin\beta'\cos\beta'\sin\alpha'\cos\alpha'\\ & \quad - \tfrac{1}{6}\sin^3\chi\cos^2\beta'\sin\alpha' + \tfrac{1}{6}\sin^4\chi\sin\beta'\cos\beta'\sin\alpha'\cos\alpha'\}\\ & - \tfrac{1}{8}e^4\{\sin\chi\cos^4\beta'\sin\alpha' + 2\sin^2\chi\sin\beta'\cos^3\beta'\sin\alpha'\cos\alpha'\\ & \quad + \tfrac{2}{3}\sin^3\chi(2 - \cos^2\beta' - 2\cos^2\beta'\cos^2\alpha')\cos^2\beta'\sin\alpha'\\ & \quad + \tfrac{1}{3}\sin^4\chi(1 - 2\cos^2\beta' - \cos^2\beta'\cos^2\alpha')\sin\beta'\cos\beta'\sin\alpha'\cos\alpha'\}\\ & - \tfrac{1}{16}e^6\{\sin\chi(\cos^4\beta' + \tfrac{1}{16}K)\cos^2\beta'\sin\alpha'\\ & + \tfrac{1}{2}\sin^2\chi(\cos^2\beta' + 4\cos^4\beta' + \cos^4\beta'\sin^2\alpha' + \tfrac{1}{8}K)\sin\beta'\cos\beta'\sin\alpha'\cos\alpha'\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-\cos\beta'\sin\beta'' + \sin\beta'\cos\beta''\cos\lambda = {} & \sin\chi\cos\alpha'\\ & + \tfrac{1}{2}e^2\{\sin^2\chi\sin\beta'\cos\beta'\sin^2\alpha' + \tfrac{1}{6}\sin^4\chi\sin\beta'\cos\beta'\sin^2\alpha'\}\\ & + \tfrac{1}{24}e^4\sin^4\chi(1 - \cos^2\beta'\cos^2\alpha')\sin\beta'\cos\beta'\sin^2\alpha'\\ & + \tfrac{1}{256}e^6\sin^2\chi.K\sin\beta'\cos\beta'\sin^2\alpha'\end{aligned}$$

giebt. Die beiden ersten der obigen fünf strengen Gleichungen werden daher nach dieser Entwickelung

$$q \sin\chi_0 \sin\alpha_0' = \sin\chi \sin\alpha'$$
$$-\tfrac{1}{2} e^2 \{2 \sin\chi \cos^2\beta' \sin\alpha' + \sin^2\chi \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha' \cos\alpha'$$
$$-\tfrac{1}{3} \sin^3\chi \cos^2\beta' \sin\alpha' + \tfrac{1}{6} \sin^4\chi \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha' \cos\alpha'\}$$
$$-\tfrac{1}{6} e^4 \{\sin^3\chi (1 - \cos^2\beta' \cos^2\alpha') \cos^2\beta' \sin\alpha'$$
$$\tfrac{1}{4} \sin^4\chi (1 - 3\cos^2\beta' - \cos^2\beta' \cos^2\alpha') \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha' \cos\alpha'\}$$
$$-\tfrac{1}{256} e^6 \{\sin\chi . K \cos^2\beta' \sin\alpha'$$
$$+ \sin^2\chi (K + 8 \sin^2\beta' \cos^2\beta' - 8 \cos^4\beta' \cos^2\alpha') \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha' \cos\alpha'\}$$

$$q \sin\chi_0 \cos\alpha_0' = \sin\chi \cos\alpha'$$
$$-\tfrac{1}{2} e^2 \{2 \sin\chi \cos^2\beta' \cos\alpha' + \sin^2\chi \sin\beta' \cos\beta' \cos^2\alpha'$$
$$+ \tfrac{1}{12} \sin^4\chi (1 + 2\cos^2\alpha') \sin\beta' \cos\beta'\}$$
$$+ \tfrac{1}{24} e^4 \sin^4\chi (1 - \cos^2\beta' \cos^2\alpha') \sin\beta' \cos\beta' \sin^2\alpha'$$
$$+ \tfrac{1}{256} e^6 \sin^2\chi . K \sin\beta' \cos\beta' \sin^2\alpha'$$

Multiplicirt man nun die erste dieser mit $\cos\alpha'$, die zweite mit $-\sin\alpha'$, und addirt, so erhält man

$$q \sin\chi_0 (\alpha_0' - \alpha') = \tfrac{1}{6} e^2 \{\sin^3\chi \cos^2\beta' \sin\alpha' \cos\alpha' + \tfrac{1}{4} \sin^4\chi \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha'\}$$
$$-\tfrac{1}{6} e^4 \{\sin^3\chi (1 - \cos^2\beta' \cos^2\alpha') \cos^2\beta' \sin\alpha' \cos\alpha'$$
$$+ \tfrac{1}{4} \sin^4\chi (1 - 4\cos^2\beta' \cos^2\alpha') \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha'\}$$
$$-\tfrac{1}{256} e^6 \{\sin\chi . K \cos^2\beta' \sin\alpha' \cos\alpha'$$
$$+ \sin^2\chi (K + 8 \sin^2\beta' \cos^2\beta' \cos^2\alpha' - 8 \cos^4\beta' \cos^4\alpha') \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha'\}$$

Dieselben Gleichungen geben auch wenn man sie quadrirt und addirt

$$q^2 \sin^2\chi_0 = \sin^2\chi$$
$$-e^2 \{2 \sin^2\chi \cos^2\beta' + \sin^3\chi \sin\beta' \cos\beta' \cos\alpha' - \tfrac{1}{3} \sin^4\chi \cos^2\beta' \sin^2\alpha'\}$$
$$+e^4 \{\sin^2\chi \cos^4\beta' + \sin^3\chi \sin\beta' \cos^3\beta' \cos\alpha'$$
$$+ \sin^4\chi (\tfrac{1}{4} \sin^2\beta' \cos^2\alpha' - \tfrac{1}{3} \sin^2\alpha' - \tfrac{1}{3} \cos^2\beta' \sin^4\alpha') \cos^2\beta'\}$$
$$-\tfrac{1}{128} e^6 \sin^2\chi . K \cos^2\beta' \sin^2\alpha'$$

und hieraus mit hinreichender Genauigkeit

$$\frac{1}{q \sin\chi_0} = \frac{1}{\sin\chi} + e^2 \left\{ \frac{\cos^2\beta'}{\sin\chi} + \tfrac{1}{2} \sin\beta' \cos\beta' \cos\alpha' \right\}$$

womit man aus dem eben gefundenen Ausdruck

$$\alpha_0' = \alpha' + \tfrac{1}{6} e^2 \{\sin^2\chi \cos^2\beta' \sin\alpha' \cos\alpha' + \tfrac{1}{4} \sin^3\chi \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha'\}$$
$$-\tfrac{1}{6} e^4 \{\sin^2\chi (\sin^2\beta' - \cos^2\beta' \cos^2\alpha') \cos^2\beta' \sin\alpha' \cos\alpha'$$
$$+ \tfrac{1}{4} \sin^3\chi (\sin^2\beta' - 6\cos^2\beta' \cos^2\alpha') \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha'\}$$
$$-\tfrac{1}{256} e^6 \{K \cos^2\beta' \sin\alpha' \cos\alpha'$$
$$+ \sin\chi [K + 8(\sin^2\beta' - \cos^2\beta' \cos^2\alpha') \cos^2\beta' \cos^2\alpha'] \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha'\}$$

erhält.

Behandelt man jetzt die dritte und vierte der obigen strengen Gleichungen auf ähnliche Weise, mit dem Unterschiede jedoch, dass man sie zu Functionen von β'' und α'', statt β' und α' macht, so muss vor Allem $\Delta\omega$ zu Function jener Grössen gemacht werden. Es ist aber leicht a priori einzusehen, dass hiemit der obige Ausdruck für $\Delta\omega$ mit dem Unterschiede wieder hervorgehen muss, dass die mit $\sin^2\chi$ multiplicirten Glieder das entgegengesetzte Zeichen bekommen.

Es wird also auch, wenn

$$K' = 6\sin^2\beta''\cos^2\beta''\cos^2\alpha'' - \sin^4\beta'' - \cos^4\beta''\cos^4\alpha''$$

gesetzt wird,

$$\begin{aligned}\Delta\omega = \; & \tfrac{1}{2}e^2\{\sin\chi\cos\beta''\sin\alpha'' + \tfrac{1}{6}\sin^3\chi\cos\beta''\sin\alpha''\} \\ & + \tfrac{1}{8}e^4\{\sin\chi\cos^3\beta''\sin\alpha'' - \sin^2\chi\sin\beta''\cos^2\beta''\sin\alpha''\cos\alpha'' \\ & \qquad + \tfrac{1}{3}\sin^3\chi\,(1 - \tfrac{1}{2}\cos^2\beta'' - \cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\cos\beta''\sin\alpha''\} \\ & + \tfrac{1}{16}e^6\{\sin\chi\,(\cos^4\beta'' + \tfrac{1}{16}K')\cos\beta''\sin\alpha'' \\ & \qquad - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\,(1 + 2\cos^2\beta'' + \cos^2\beta''\sin\alpha'')\sin\beta''\cos^2\beta''\sin\alpha''\cos\alpha''\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tfrac{1}{2}\Delta\omega^2 = \; & \tfrac{1}{8}e^4\{\sin^2\chi\cos^2\beta''\sin^2\alpha'' + \tfrac{1}{3}\sin^4\chi\cos^2\beta''\sin^2\alpha''\} \\ & + \tfrac{1}{16}e^6\sin^2\chi\cos^4\beta''\sin^2\alpha''\end{aligned}$$

Man kann sich übrigens durch die directen Substitutionen leicht überzeugen, dass diese Ausdrücke in der That aus jenen hervorgehen.

Die strenge Gleichung

$$\sin\beta' = \cos\chi\sin\beta'' + \sin\chi\cos\beta''\cos\alpha''$$

giebt

$$\begin{aligned}\sin\beta' &= \sin\beta'' + \sin\chi\cos\beta''\cos\alpha'' - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\sin\beta'' - \tfrac{1}{8}\sin^4\chi\sin\beta'' \\ \cos^2\beta' &= \cos^2\beta'' - 2\sin\chi\cos\beta''\cos\alpha'' + \sin^2\chi\,(\sin^2\beta'' - \cos^2\beta''\cos^2\alpha'') \\ & \qquad + \sin^3\chi\sin\beta''\cos\beta''\cos\alpha''\end{aligned}$$

und hieraus ergiebt sich zuerst

$$\sin\beta'' - \sin\beta' = -\sin\chi\cos\beta''\cos\alpha'' + \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\sin\beta'' + \tfrac{1}{8}\sin^4\chi\sin\beta''$$

Da nun der obige strenge Ausdruck für p^2 sich leicht auf die folgende Form bringen lässt,

$$p^2(1-e^2) = 1 - e^2\cos^2\beta' - (e^2 - e^4)(\sin\beta'' - \sin\beta')^2$$

so wird nach der Elimination von β'

$$\begin{aligned}p^2(1-e^2) = \; & 1 - e^2\{\cos^2\beta'' - 2\sin\chi\sin\beta''\cos\beta''\cos\alpha'' + \sin^2\chi\sin^2\beta''\} \\ & + e^4\{\sin^2\chi\cos^2\beta''\cos^2\alpha'' - \sin^3\chi\sin\beta''\cos\beta''\cos\alpha''\}\end{aligned}$$

woraus

$$p\sqrt{1-e^2} = 1 - \tfrac{1}{2}e^2\{\cos^2\beta'' - 2\sin\chi\sin\beta''\cos\beta''\cos\alpha'' + \sin^2\chi\sin^2\beta''\}$$
$$- \tfrac{1}{8}e^4\{\cos^4\beta'' - 4\sin\chi\sin\beta''\cos^3\beta''\cos\alpha''$$
$$+ 2\sin^2\chi(\sin^2\beta'' - 2\cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\cos^2\beta''$$
$$+ 4\sin^3\chi\sin\beta''\cos^3\beta''\cos\alpha''\}$$
$$- \tfrac{1}{16}e^6\{\cos^6\beta'' - 6\sin\chi\sin\beta''\cos^5\beta''\cos\alpha''\}$$

folgt. Da ferner

$$\cos\beta'\sin\omega = \sin\chi\sin\alpha''$$
$$\cos\beta'\cos\omega = \cos\beta'' - \sin\chi\sin\beta''\cos\alpha'' - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\cos\beta'' - \tfrac{1}{8}\sin^4\chi\cos\beta''$$
$$\sin\beta' = \sin\beta'' + \sin\chi\cos\beta''\cos\alpha'' - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\sin\beta'' - \tfrac{1}{8}\sin^4\chi\sin\beta''$$

werden, so bekommt man

$$\cos\beta'\sin\lambda = \cos\beta'\sin\omega - \Delta\omega\,.\cos\beta'\cos\omega - \tfrac{1}{2}\Delta\omega^2.\cos\beta'\sin\omega$$
$$= \sin\chi\sin\alpha'' - \Delta\omega(\cos\beta'' - \sin\chi\sin\beta''\cos\alpha'' - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\cos\beta'')$$
$$- \tfrac{1}{2}\Delta\omega^2.\sin\chi\sin\alpha''$$

$$\sin\beta'\cos\beta'' - \cos\beta'\sin\beta''\cos\lambda = \sin\beta'\cos\beta'' - \cos\beta'\sin\beta''\cos\omega$$
$$-\Delta\omega.\cos\beta'\sin\beta''\sin\omega + \tfrac{1}{2}\Delta\omega^2.\cos\beta'\sin\beta''\cos\omega$$
$$= \sin\chi\cos\alpha'' - \Delta\omega\,.\sin\chi\sin\beta''\sin\alpha''$$
$$+ \tfrac{1}{2}\Delta\omega^2(\sin\beta''\cos\beta'' - \sin\chi\sin^2\beta''\cos\alpha'' - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\sin\beta''\cos\beta'')$$

$$\cos\beta'\cos\lambda = \cos\beta'\cos\omega + \Delta\omega\,.\cos\beta'\sin\omega$$
$$= \cos\beta'' - \sin\chi\sin\beta''\cos\alpha'' - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\cos\beta'' + \Delta\omega\,.\sin\chi\sin\alpha''$$

und wenn man die obigen Ausdrücke für $\Delta\omega$ und $\Delta\omega^2$ substituirt,

$$\cos\beta'\sin\lambda = \sin\chi\sin\alpha''$$
$$- \tfrac{1}{2}e^2\{\sin\chi\cos^2\beta''\sin\alpha'' - \sin^2\chi\sin\beta''\cos\beta''\sin\alpha''\cos\alpha''$$
$$- \tfrac{1}{3}\sin^3\chi\cos^2\beta''\sin\alpha'' - \tfrac{1}{6}\sin^4\chi\sin\beta''\cos\beta''\sin\alpha''\cos\alpha''\}$$
$$- \tfrac{1}{8}e^4\{\sin\chi\cos^4\beta''\sin\alpha'' - 2\sin^2\chi\sin\beta''\cos^3\beta''\sin\alpha''\cos\alpha''$$
$$+ \tfrac{2}{3}\sin^3\chi(2 - \cos^2\beta'' - 2\cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\cos^2\beta''\sin\alpha''$$
$$- \tfrac{1}{3}\sin^4\chi(1 - 2\cos^2\beta'' - \cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\sin\beta''\cos\beta''\sin\alpha''\cos\alpha''\}$$
$$- \tfrac{1}{16}e^6\{\sin\chi(\cos^4\beta'' + \tfrac{1}{16}K')\cos^2\beta''\sin\alpha''$$
$$- \tfrac{1}{2}\sin^2\chi(\cos^2\beta'' + 4\cos^4\beta'' + \cos^4\beta''\sin^2\alpha'' + \tfrac{1}{8}K')\sin\beta''\cos\beta''\sin\alpha''\cos\alpha''\}$$

$$\sin\beta'\cos\beta'' - \cos\beta'\sin\beta''\cos\lambda = \sin\chi\cos\alpha''$$
$$- \tfrac{1}{2}e^2\{\sin^2\chi\sin\beta''\cos\beta''\sin^2\alpha'' + \tfrac{1}{6}\sin^4\chi\sin\beta''\cos\beta''\sin^2\alpha''\}$$
$$- \tfrac{1}{24}e^4\sin^4\chi(1 - \cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\sin\beta''\cos\beta''\sin^2\alpha''$$
$$- \tfrac{1}{256}e^6\sin^2\chi\,.K'\sin\beta''\cos\beta''\sin^2\alpha''$$

$$\cos\beta'\cos\lambda = \cos\beta'' - \sin\chi\sin\beta''\cos\alpha'' - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\cos\beta''$$
$$+ \tfrac{1}{2}e^2\sin^2\chi\cos\beta''\sin^2\alpha''$$

Die Substitution dieser Ausdrücke in die oben genannten strengen Gleichungen giebt

$$\begin{aligned} q\sin\chi_0\sin\gamma = {} & \sin\chi\sin\alpha'' \\ & - e^2\{\sin\chi\cos^2\beta''\sin\alpha'' - \tfrac{3}{2}\sin^2\chi\sin\beta''\cos\beta''\sin\alpha''\cos\alpha'' \\ & \quad + \tfrac{1}{6}\sin^3\chi(3-4\cos^2\beta'')\sin\alpha'' - \tfrac{1}{12}\sin^4\chi\sin\beta''\cos\beta''\sin\alpha''\cos\alpha''\} \\ & - \tfrac{1}{8}e^4\{\sin^3\chi(1-3\cos^2\alpha''-\cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\cos^2\beta''\sin\alpha'' \\ & \quad + \tfrac{1}{4}\sin^4\chi(5+5\cos^2\beta''+\cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\sin\beta''\cos\beta''\sin\alpha''\cos\alpha''\} \\ & - \tfrac{1}{256}e^6\{\sin\chi\,.\,K'\cos^2\beta''\sin\alpha'' \\ & \quad - \sin^2\chi[8(\sin^2\beta''-\cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\cos^2\beta''+K']\sin\beta''\cos\beta''\sin\alpha''\cos\alpha''\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q\sin\chi_0\cos\gamma = {} & \sin\chi\cos\alpha'' \\ & - e^2\{\sin\chi\cos^2\beta''\cos\alpha'' - \tfrac{3}{2}\sin^2\chi\sin\beta''\cos\beta''\cos^2\alpha'' \\ & \quad + \tfrac{1}{2}\sin^3\chi(1-2\cos^2\beta'')\cos\alpha'' + \tfrac{1}{24}\sin^4\chi(5-2\cos^2\alpha'')\sin\beta''\cos\beta''\} \\ & - \tfrac{1}{24}e^4\{12\sin^3\chi\cos^2\beta''\sin^2\alpha''\cos\alpha'' \\ & \quad - \sin^4\chi(5+\cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\sin\beta''\cos\beta''\sin^2\alpha''\} \\ & - \tfrac{1}{256}e^6\sin^2\chi\,.\,K'\sin\beta''\cos\beta''\sin^2\alpha'' \end{aligned}$$

und eben so wie oben bekommt man hieraus

$$\begin{aligned} q\sin\chi_0(\gamma-\alpha'') = {} & -\tfrac{1}{8}e^2\{\sin^3\chi\cos^2\beta''\sin\alpha''\cos\alpha'' - \tfrac{5}{8}\sin^4\chi\sin\beta''\cos\beta''\sin\alpha''\} \\ & + \tfrac{1}{6}e^4\{\sin^3\chi(2+\cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\cos^2\beta''\sin\alpha''\cos\alpha'' \\ & \quad - \tfrac{1}{4}\sin^4\chi(5+6\cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\sin\beta''\cos\beta''\sin\alpha''\} \\ & - \tfrac{1}{256}e^6\{\sin\chi\,.\,K'\cos^2\beta''\sin\alpha''\cos\alpha'' \\ & \quad - \sin^2\chi[K'+8(\sin^2\beta''-\cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\cos^2\beta''\cos^2\alpha'']\sin\beta''\cos\beta''\sin\alpha''\} \end{aligned}$$

Die vorstehenden Ausdrücke geben ferner

$$q^2\sin^2\chi_0 = \sin^2\chi - 2e^2\{\sin^2\chi\cos^2\beta'' - \tfrac{3}{2}\sin^3\chi\sin\beta''\cos\beta''\cos\alpha''\}$$

woraus

$$\frac{1}{q\sin\chi_0} = \frac{1}{\sin\chi} + e^2\left\{\frac{\cos^2\beta''}{\sin\chi} - \tfrac{3}{2}\sin\beta''\cos\beta''\cos\alpha''\right\}$$

folgt. Hiemit bekommt man

$$\begin{aligned} \gamma = \alpha'' & - \tfrac{1}{8}e^2\{\sin^2\chi\cos^2\beta''\sin\alpha''\cos\alpha'' - \tfrac{5}{8}\sin^3\chi\sin\beta''\cos\beta''\sin\alpha''\} \\ & + \tfrac{1}{24}e^4\{4\sin^2\chi(2\sin^2\beta''+\cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\cos^2\beta''\sin\alpha''\cos\alpha'' \\ & \quad - \sin^3\chi(5\sin^2\beta''-6\cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\sin\beta''\cos\beta''\sin\alpha''\} \\ & - \tfrac{1}{256}e^6\{K'\cos^2\beta''\sin\alpha''\cos\alpha'' \\ & \quad - \sin\chi[K'+8(\sin^2\beta''-\cos^2\beta''\cos^2\alpha'')\cos^2\beta''\cos^2\alpha'']\sin\beta''\cos\beta''\sin\alpha''\} \end{aligned}$$

Wenden wir uns jetzt zur fünften der strengen Gleichungen. Es ergiebt sich mit hinreichender Genauigkeit

$$\sin\beta' \sin\beta'' + \cos\beta' \cos\beta'' \cos\lambda = \sin\beta' \sin\beta'' + \cos\beta' \cos\beta'' \cos\omega$$
$$+ \Delta\omega . \cos\beta' \cos\beta'' \sin\omega - \tfrac{1}{2}\Delta\omega^2 . \cos\beta' \cos\beta'' \cos\omega$$
$$= \cos\chi + \Delta\omega . \sin\chi \cos\beta' \sin\alpha' - \tfrac{1}{2}\Delta\omega^2 . \cos^2\beta'$$

und nach der Substitution der Ausdrücke für $\Delta\omega$ und $\Delta\omega^2$,

$$\sin\beta' \sin\beta'' + \cos\beta' \cos\beta'' \cos\lambda = \cos\chi + \tfrac{1}{2} e^2 \sin^2\chi \cos^2\beta' \sin^2\alpha' + 0\, e^4 \sin^2\chi$$

Es folgt hieraus

$$q \cos\chi_0 = \cos\chi - \tfrac{1}{4} e^2 \{1 - 2\sin^2\beta' - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\,(1 + 2\cos^2\beta' \sin^2\alpha')\}$$
$$- \tfrac{1}{8} e^4 \{1 - 4\sin^2\beta' - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi\,(1 - 4\cos^2\beta' \sin^2\alpha')\}$$
$$- \tfrac{1}{16} e^6 \{1 - 6\sin^2\beta'\}$$

Der obige erste Ausdruck für $q^2 \sin^2\chi_0$ giebt hiezu

$$q \sin\chi_0 = \sin\chi - \tfrac{1}{4} e^2 \{2\sin\chi \cos^2\beta' + \sin^2\chi \sin\beta' \cos\beta' \cos\alpha'$$
$$- \tfrac{1}{3}\sin^3\chi \cos^2\beta' \sin^2\alpha'\}$$
$$- \tfrac{1}{6} e^4 \sin^3\chi\,(1 - \cos^2\beta' \cos^2\alpha') \cos^2\beta' \sin^2\alpha'$$
$$- \tfrac{1}{256} e^6 \sin\chi . K \cos^2\beta' \sin^2\alpha'$$

Multiplicirt man nun die vorhergehende mit $-\sin\chi$, diese mit $\cos\chi$ oder $1 - \tfrac{1}{2}\sin^2\chi$ und addirt, so erhält man

$$q\,(\chi_0 - \chi) = -\tfrac{1}{4} e^2 \{\sin\chi + \sin^2\chi \sin\beta' \cos\beta' \cos\alpha'$$
$$+ \tfrac{1}{6}\sin^3\chi\,(1 + 2\sin^2\beta' - 4\cos^2\beta' \cos^2\alpha')\}$$
$$+ \tfrac{1}{8} e^4 \{\sin\chi\,(1 - 4\sin^2\beta')$$
$$- \tfrac{1}{6}\sin^3\chi(3 - 4\cos^2\beta' \sin^2\alpha' - 8\cos^4\beta' \sin^2\alpha' \cos^2\alpha')\}$$
$$+ \tfrac{1}{16} e^6 \sin\chi\,(1 - 6\sin^2\beta' - \tfrac{1}{16}K) \cos^2\beta' \sin^2\alpha')$$

Da ferner mit ausreichender Genauigkeit

$$p^2 = 1 + e^2 \{\sin^2\beta' - \sin^2\chi \cos^2\beta' \cos^2\alpha'\} + e^4 \sin^2\beta'$$

und folglich

$$q^2 = 1 - e^2 \{1 - 2\sin^2\beta' + \sin^2\chi \cos^2\beta' \cos^2\alpha'\} + e^4 \sin^4\beta'$$

so wie

$$\frac{1}{q} = 1 + \tfrac{1}{2} e^2 \{1 - 2\sin^2\beta' + \sin^2\chi \cos^2\beta' \cos^2\alpha'\}$$
$$+ \tfrac{1}{8} e^4 \{3 - 12\sin^2\beta' + 8\sin^4\beta'\}$$

wird, so bekommt man

$$\chi_0 = \chi - \tfrac{1}{4} e^2 \{\sin\chi + \sin^2\chi \sin\beta' \cos\beta' \cos\alpha'$$
$$+ \tfrac{1}{6}\sin^3\chi\,(3 - 2\cos^2\beta' - 4\cos^2\beta' \cos^2\alpha')\}$$
$$- \tfrac{1}{48} e^4 \{6\sin\chi + 12\sin^2\chi\,(1 - 2\sin^2\beta') \sin\beta' \cos\beta' \cos\alpha'$$
$$+ \sin^3\chi(1 + 4\sin^2\beta' - 8\sin^4\beta' + 2^4\sin^2\beta' \cos^2\beta' \cos^2\alpha' + 8\cos^4\beta' \cos^4\alpha')\}$$
$$- \tfrac{1}{256} e^6 \sin\chi\,(16 + K\cos^2\beta' \sin^2\alpha')$$

Führt man nun den Bogen χ statt $\sin\chi$ in die drei erhaltenen Ausdrücke ein, und eliminirt in dem zweiten Ausdruck β'' und α'' durch die Gleichungen

$$\begin{aligned}
\cos\beta''\sin\alpha'' &= \cos\beta'\sin\alpha' \\
\cos\beta''\cos\alpha'' &= \cos\beta'\cos\alpha' + \chi\sin\beta' \\
\sin\beta'' &= \sin\beta' \qquad - \chi\cos\beta'\cos\alpha' \\
K' &= K + 16\chi(\sin^2\beta' - \cos^2\beta'\cos^2\alpha')\sin\beta'\cos\beta'\cos\alpha'
\end{aligned}$$

dann ist das Resultat der vorhergehenden Entwickelungen in den drei folgenden Ausdrücken enthalten.

$$\begin{aligned}
\alpha_0' = \alpha' &+ \tfrac{1}{8}\, e^2\{\chi^2\cos^2\beta'\sin\alpha'\cos\alpha' + \tfrac{1}{4}\chi^3\sin\beta'\cos\beta'\sin\alpha'\} \\
&- \tfrac{1}{8}\, e^4\{\chi^2(\sin^2\beta' - \cos^2\beta'\cos^2\alpha')\cos^2\beta'\sin\alpha'\cos\alpha' \\
&\qquad + \tfrac{1}{4}\chi^3(\sin^2\beta' - 6\cos^2\beta'\cos^2\alpha')\sin\beta'\cos\beta'\sin\alpha'\} \\
&- \tfrac{1}{256} e^6\{K\cos^2\beta'\sin\alpha'\cos\alpha' \\
&\qquad + \chi[K + 8(\sin^2\beta' - \cos^2\beta'\cos^2\alpha')\cos^2\beta'\cos^2\alpha']\sin\beta'\cos\beta'\sin\alpha'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma = \alpha'' &- \tfrac{1}{8}\, e^2\{\chi^2\cos^2\beta'\sin\alpha'\cos\alpha' + \tfrac{3}{8}\chi^3\sin\beta'\cos\beta'\sin\alpha'\} \\
&+ \tfrac{1}{24}\, e^4\{4\chi^2(2\sin^2\beta' + \cos^2\beta'\cos^2\alpha')\cos^2\beta'\sin\alpha'\cos\alpha' \\
&\qquad + \chi^3(3\sin^2\beta' + 2\cos^2\beta'\cos^2\alpha')\sin\beta'\cos\beta'\sin\alpha'\} \\
&- \tfrac{1}{256} e^6\{K\cos^2\beta'\sin\alpha'\cos\alpha' \\
&\qquad + 8\chi(\sin^2\beta' - \cos^2\beta'\cos^2\alpha')\sin\beta'\cos^3\beta'\sin\alpha'\cos^2\alpha'\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\chi_0 = \chi &- \tfrac{1}{2}\, e^2\{\chi + \chi^2\sin\beta'\cos\beta'\cos\alpha' + \tfrac{1}{3}\chi^3(\sin^2\beta' - 2\cos^2\beta'\cos^2\alpha')\} \\
&- \tfrac{1}{24}\, e^4\{3\chi + 6\chi^2(1 - 2\sin^2\beta')\sin\beta'\cos\beta'\cos\alpha' \\
&\qquad + 2\chi^3(\sin^2\beta' - 2\sin^4\beta' + 6\sin^2\beta'\cos^2\beta'\cos^2\alpha' + 2\cos^4\beta'\cos^4\alpha' \\
&- \tfrac{1}{256} e^6\chi(16 + K\cos^2\beta'\sin^2\alpha')
\end{aligned}$$

die α_0', γ, χ_0 in Function von α', α'', χ geben.

Für die Eingangs genannte Aufgabe brauchen wir entgegengesetzte Ausdrücke, nemlich solche, die α', α'', χ in Function von α_0', γ, χ_0 geben. Nun kann man zwar hier allenthalben in den mit den Potenzen von e multiplicirten Gliedern ohne Weiteres α_0' statt α' schreiben, denn da der Unterschied zwischen diesen beiden Bögen nur eine Grösse von der Ordnung $e^2\chi^2$ ist, so würden die niedrigsten der durch die Einführung von α_0' statt α' hinzukommenden Glieder von der Ordnung $e^4\chi^4$ sein, die hier überhaupt übergangen worden sind. Aber in Bezug auf χ_0 und χ darf man nicht so verfahren, sondern muss zuerst die obige Reihe für χ_0 nach den bekannten Regeln um-

kehren, und darauf den durch χ_0 erhaltenen Werth für χ in die beiden ersten Ausdrücke substituiren.

Zu diesem Zweck seien

$$\chi_0 = \chi + ae^2\chi + be^2\chi^2 + ce^2\chi^3 + de^4\chi + fe^2\chi^4 + ge^4\chi^2 + he^2\chi^5 + ie^4\chi^3 + ke^6\chi$$

die obige Reihe für χ_0 und

$$\chi = \chi_0 + \alpha e^2\chi_0 + \beta e^2\chi_0^2 + \gamma e^2\chi_0^3 + \delta e^4\chi_0 + \varepsilon e^2\chi_0^4 + \zeta e^4\chi_0^2 + \eta e^2\chi_0^5 + \theta e^4\chi_0^3 + \varkappa e^6\chi_0$$

die gesuchte Reihe, dann giebt das bekannte Verfahren

$$\alpha = -a\,,\quad \beta = -b\,,\quad \gamma = -c\,,\quad \delta = a^2 - d$$
$$\varepsilon = -f\,,\quad \zeta = 3ab - g\,,\quad \eta = -h$$
$$\theta = 4ac + 2b^2 - i\,,\quad \varkappa = -a^3 + 2ad - k$$

Drückt man ferner die obigen Reihen für α_0' und γ wie folgt aus

$$\left.\begin{array}{l}\alpha_0' = \alpha' \\ \text{oder } \gamma = \alpha''\end{array}\right\} + le^2\chi^2 + me^2\chi^3 + ne^2\chi^4 + pe^4\chi^2 + qe^6 + re^2\chi^5 + se^4\chi^3 + te^6\chi$$

und die gesuchten wie folgt

$$\left.\begin{array}{l}\alpha' = \alpha_0' \\ \text{oder } \alpha'' = \gamma\end{array}\right\} + \lambda e^2\chi_0^2 + \mu e^2\chi_0^3 + \nu e^2\chi_0^4 + \pi e^4\chi_0^2 + \xi e^6 + \varrho e^2\chi_0^5 + \sigma e^4\chi_0^3 + \tau e^6\chi_0$$

dann ergeben sich

$$\lambda = -l\,,\quad \mu = -m\,,\quad \nu = -n\,,\quad \pi = 2al - p$$
$$\xi = -q\,,\quad \varrho = -r\,,\quad \sigma = 2bl + 3am - s\,,\quad \tau = -t$$

Führt man ausserdem die weitere Entwickelung der Coefficienten von e^2 der obigen drei Ausdrücke nach den in der Abhandlung gegebenen strengen Werthen derselben aus, nemlich nach den Ausdrücken

$$\alpha_0' = \alpha' + \tfrac{1}{2}e^2\cos\beta'\sin\alpha'\left\{\cos\beta'\cos\alpha'\left(1 - \frac{\chi}{\operatorname{tg}\chi}\right) + \sin\beta'(2\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\chi - \chi)\right\}$$
$$\gamma = \alpha'' - \tfrac{1}{2}e^2\cos\beta'\sin\alpha'\left\{\cos\beta'\cos\alpha'\left(\frac{\chi}{\sin\chi} - \cos\chi\right) + 2\sin\beta'\frac{\sin^3\frac{1}{2}\chi}{\cos\frac{1}{2}\chi}\right\}$$
$$\chi_0 = \chi - \tfrac{1}{4}e^2\{\sin\chi\cos\chi + \cos^2\beta'\cos^2\alpha'(\chi - \sin\chi\cos\chi) + 4\sin^2\beta'\sin\chi\sin^2\tfrac{1}{2}\chi + 4\sin\beta'\cos\beta'\cos\alpha'\cos\chi\sin^2\tfrac{1}{2}\chi\}$$

so bekommt man schliesslich

$$\begin{aligned}
\alpha' = \alpha_0' & - \tfrac{1}{6}\, e^2 \chi_0^2 \cos^2\beta' \sin\alpha_0' \cos\alpha_0' \\
& - \tfrac{1}{24}\, e^2 \chi_0^3 \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha_0' \\
& - \tfrac{1}{90}\, e^2 \chi_0^4 \cos^2\beta' \sin\alpha_0' \cos\alpha_0' \\
& - \tfrac{1}{240}\, e^2 \chi_0^5 \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha_0' \\
& - \tfrac{1}{6}\, e^4 \chi_0^2 (1 + \cos^2\alpha_0') \cos^4\beta' \sin\alpha_0' \cos\alpha_0' \\
& - \tfrac{1}{48}\, e^4 \chi_0^3 (1 + 2\cos^2\beta' + 20\cos^2\beta' \cos^2\alpha_0') \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha_0' \\
& - \tfrac{1}{256}\, e^6 K \cos^2\beta' \sin\alpha_0' \cos\alpha_0' \\
& + \tfrac{1}{256}\, e^6 \chi_0 K \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha' \\
& + \tfrac{1}{32}\, e^6 \chi_0 (\sin^2\beta' - \cos^2\beta' \cos^2\alpha_0') \sin\beta' \cos^3\beta' \sin\alpha_0' \cos^2\alpha_0'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha'' = \gamma & + \tfrac{1}{3}\, e^2 \chi_0^2 \cos^2\beta' \sin\alpha_0' \cos\alpha_0' \\
& + \tfrac{1}{8}\, e^2 \chi_0^3 \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha_0' \\
& - \tfrac{1}{90}\, e^2 \chi_0^4 \cos^2\beta' \sin\alpha_0' \cos\alpha_0' + 0\, e^2 \chi_0^5 \\
& + \tfrac{1}{6}\, e^4 \chi_0^2 (1 + \sin^2\alpha_0') \cos^4\beta' \sin\alpha_0' \cos\alpha_0' \\
& + \tfrac{1}{16}\, e^4 \chi_0^3 (1 + 2\cos^2\beta' + 4\cos^2\beta' \cos^2\alpha_0') \sin\beta' \cos\beta' \sin\alpha_0' \\
& + \tfrac{1}{256}\, e^6 K \cos^2\beta' \sin\alpha_0' \cos\alpha_0' \\
& + \tfrac{1}{32}\, e^6 \chi_0 (\sin^2\beta' - \cos^2\beta' \cos^2\alpha_0') \sin\beta' \cos^3\beta' \sin\alpha_0' \cos^2\alpha_0'
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\chi = \chi_0 & + \tfrac{1}{2}\, e^2 (1 + \tfrac{3}{4} e^2 + \tfrac{5}{8} e^4) \chi_0 \\
& + \tfrac{1}{2}\, e^2 \chi_0^2 \sin\beta' \cos\beta' \cos\alpha_0' \\
& + \tfrac{1}{6}\, e^2 \chi_0^3 (\sin^2\beta' - 2\cos^2\beta' \cos^2\alpha_0') \\
& - \tfrac{7}{24}\, e^2 \chi_0^4 \sin\beta' \cos\beta' \cos\alpha_0' \\
& - \tfrac{1}{120}\, e^2 \chi_0^5 (7\sin^2\beta' - 8\cos^2\beta' \cos^2\alpha_0') \\
& + \tfrac{1}{2}\, e^4 \chi_0^2 (1 + \cos^2\beta') \sin\beta' \cos\beta' \cos\alpha_0' \\
& + \tfrac{1}{12}\, e^4 \chi_0^3 (2K + 5\sin^2\beta' - 8\cos^2\beta' \cos^2\alpha_0' + 4\cos^4\beta' \cos^4\alpha_0') \\
& + \tfrac{1}{256}\, e^6 \chi_0 K \cos^2\beta' \sin^2\alpha_0'
\end{aligned}$$

wo wie oben

$$K = 6\sin^2\beta' \cos^2\beta' \cos^2\alpha_0' - \sin^4\beta' - \cos^4\beta' \cos^4\alpha_0'$$

ist. Mit derselben Excentricität der Erdmeridiane, die in der Abhandlung angenommen worden ist, nemlich

$$\log e = 8.9122052$$

nehmen die constanten Factoren der vorstehenden Ausdrücke die folgenden numerischen Werthe an,

$$\log \frac{e^2}{6r} = 1.7318340 - 10$$

$$- \frac{e^2}{24 r^2} = 5.81535 - 20$$

$$- \frac{e^2}{90 r^3} = 9.9269 - 30$$

$$- \frac{e^2}{240 r^4} = 4.4865 - 30$$

$$- \frac{e^4}{6r} = 9.5562 - 20$$

$$- \frac{e^4}{48 r^2} = 3.3387 - 20$$

$$- \frac{r e^6}{256} = 6.3974 - 10$$

$$- \frac{e^6}{256} = 1.0650 - 10$$

$$- \frac{e^6}{32} = 1.9631 - 10$$

$$\log \frac{e^4}{16 r^2} = 3.8158 - 20$$

$$\log \tfrac{1}{2} e^2 \left(1 + \tfrac{3}{4} e^2 + \tfrac{5}{8} e^4\right) = 7.5255610 - 10$$

$$\log \frac{e^2}{2r} = 2.2089553 - 10$$

$$- \frac{e^2}{6 r^2} = 6.41741 - 20$$

$$- \frac{7 e^2}{24 r^3} = 1.3460 - 20$$

$$- \frac{e^2}{120 r^4} = 4.4875 - 30$$

$$- \frac{e^4}{2r} = 0.0333 - 10$$

$$- \frac{e^4}{12 r^2} = 3.9408 - 20$$

$$- \frac{e^6}{256} = 1.0650 - 10$$

Da hier $r = 206265''$ ist, so muss bei der Anwendung dieser Werthe χ_0 in Secunden ausgedrückt werden. Die beiden Constanten, die in den Gleichungen (59) vorkommen, haben mit zehn Stellen die folgenden Werthe,

$$\log \sqrt{1-e^2} = 9.9985458202$$

$$\log \frac{e^2}{\sqrt{1-e^2}} = 7.8258645798$$

Um wenigstens einiger Maassen die Ausdehnung zu zeigen, in welcher die vorstehenden einer Anwendung fähig sind, habe ich zwei Beispiele berechnet, die ich hier beifügen will.

1. Beispiel.

Angenommen wurden

$$\beta' = 50^0, \quad \alpha' = 110^0, \quad \sigma = 5^0$$

woraus durch die erste Hauptaufgabe der Abhandlung, indem, wo es nothwendig war, Logarithmen von zehn Stellen angewandt wurden, sich ergab

$$\chi = 5^0\ 0'\ 24''.06785, \quad \Delta\omega = 36''.35599$$
$$\alpha'' = 104^0\ 8'\ 19''.14131, \quad \lambda = 7^0\ 33'\ 19''.18045$$
$$\beta'' = 51^0\ 28'\ 20''.58919$$

Mit diesem Werthe von β', woraus

$$B' = 50^0\ 5'\ 39''.97997$$

folgt, nebst β'' und λ wurden nun durch die Gleichungen (59) und (60) der Abhandlung erhalten,

$$m = 51^0\ 48'\ 17''.97835, \quad \log\cos n = 9.9985443106$$
$$q = 5\ 55\ 52.3491 \quad \log\sin n = 8.9124297670$$
$$\log p = 0.0008541459$$
$$\alpha_0' = 109\ 59\ 59.7856, \quad \gamma = 104^0\ 8'\ 19''.5514$$
$$\chi_0 = 4\ 59\ 24.6234$$

Wenn nun die oben entwickelten drei Ausdrücke auf einen Fall von der Ausdehnung dieses Beispiels anwendbar sind, so muss ihre Anwendung die ursprünglich angenommenen Werthe der Unbekannten wieder geben. Ich werde die Werthe der einzelnen Glieder dieser Ausdrücke ansetzen, damit ihr Einfluss erkannt werden könne. Ich erhielt $K = -0.1764$ und für

$\alpha' - \alpha_0'$	$\alpha'' - \gamma$
$+0''.23112$	$-0''.46224$
-0.01754	$+0.05262$
$+0.00012$	$+0.00012$
-0.00001	-0.00120
$+0.00071$	$+0.00037$
-0.00017	$+0.00001$
-0.00001	0.00000
0.00000	$\alpha'' = \gamma - 0''.4103$
0.00000	
$\alpha' = \alpha_0' + 0''.2142$	

$\chi - \chi_0$
$+60''.25304$
$-\ 0.87934$
$+\ 0.07431$
$+\ 0.00389$
$-\ 0.00022$
$-\ 0.00829$
$+\ 0.00111$
0.00000
$\chi = \chi_0 + 59''.4445$

Fügt man diese den oben gefundenen Werthen von α_0', γ, χ_0 hinzu, so bekommt man

$$\alpha' = 109^0\ 59'\ 59''.9998$$
$$\alpha'' = 104\quad 8\quad 19.1411$$
$$\chi_0 = 5\quad 0\quad 24{,}0679$$

mit den Unterschieden von den zu Grunde gelegten Werthen

$$-\ 0''.0002$$
$$-\ 0.0002$$
$$0.0000$$

die für vollständige Uebereinstimmung gelten können. Es ist nicht nöthig aus χ den Werth von σ zu berechnen, welcher mit dem zu Grunde gelegten auch vollständige Uebereinstimmung zeigen muss.

Dieses Beispiel zeigt, dass die obigen Entwickelungen bei noch grösseren Werthen der geodätischen Linie angewandt werden können, und aus diesem Grunde habe ich noch das folgende

2. Beispiel

berechnet, in welchem σ Einen Grad grösser ist wie im vorhergehenden, und die Azimuthe einem Octanten näher liegen, da schon aus diesem Grunde die Unterschiede $\alpha'-\alpha_0'$, $\alpha''-\gamma$, $\chi-\chi_0$ grösser werden müssen. Angenommen wurde

$$\beta' = 20^0\,,\quad \alpha' = 60^0\,,\quad \sigma = 6^0$$

womit zuerst gefunden wurde

$$\begin{array}{llll} \chi = 6^0\;1'\;5''.12926\,, & \varDelta\omega = 58''.92657 \\ \alpha'' = 58\;16\;27.65331\,, & \lambda = 5^0\;25'\;95''.02678 \\ \beta'' = 16\;54\;37.33159 & \end{array}$$

Aus diesen Werthen von β', β'', λ nebst

$$B' = 20^0\;3'\;42''.25583$$

fand sich auf dieselbe Art wie oben

$$\begin{array}{ll} m = 17^0\;3'\;16''.90111 & \log\cos n = 9.9982146072 \\ q = 1\;35\;24.41315 & \log\sin n = 8.9565976502 \\ & \log p = 0.0001668221 \\ \alpha_0' = 60\;0\;0.9880\,, & \gamma = 58^0\;16'\;25''.6658 \\ \chi_0 = 5\;59\;51.5780 & \end{array}$$

Die eben entwickelten Ausdrücke geben jetzt $K = +0.0926$ und

$\alpha'-\alpha_0'$	$\alpha''-\gamma$
−0″.96135	+1″.92270
−0.01831	+0.05493
−0.00070	−0.00070
−0.00002	+0.00992
−0.00709	+0.00066
−0.00044	−0.00001
−0.00001	0.00000
0.00000	$\alpha'' = \gamma + 1''.9875$
0.00000	
$\alpha' = \alpha_0' - 0''.9879$	

$$\begin{array}{r} \chi - \chi_0 \\ \hline +72''.41783 \\ +\ \ 1.21210 \\ -\ \ 0.08540 \\ -\ \ 0.00775 \\ +\ \ 0.00013 \\ +\ \ 0.01523 \\ -\ \ 0.00071 \\ 0.00000 \\ \hline \end{array}$$

$$\chi = \chi_0 + 1'\ 13''.5514$$

Fügt man diese den oben erhaltenen Werthen von α_0', γ, χ_0 hinzu, so erhält man

$$\begin{aligned} \alpha' &= 60^0\ \ 0'\ \ 0''.0001 \\ \alpha'' &= 58\ \ 16\ \ 27.6533 \\ \chi &= \ \ 6\ \ \ 1\ \ \ 5.1294 \end{aligned}$$

deren Unterschiede von den ursprünglichen Werthen bez.

$$\begin{array}{c} 0''.0001 \\ 0.0000 \\ 0.0001 \end{array}$$

sind. Also auch in dieser Ausdehnung und in noch grösserer sind die obigen Entwickelungen anwendbar, und Letzteres um so mehr, wenn man sich in den Resultaten mit einer geringeren Anzahl von Decimalen der Secunde begnügen will.

Ich will hievon Gelegenheit nehmen um zu zeigen, wie der Inhalt des vierten Abschnitts der Abhandlung auf die gegenwärtige Aufgabe angewandt werden kann, welches dort nur kurz angedeutet worden ist.

Zuerst muss man aus den gegebenen Werthen von β' und β'' die Werthe der entsprechenden Dreiecksseiten Σ' und Σ'' auf der Oberfläche des Erdellipsoids, in Bogentheilen ausgedrückt, berechnen. Dieses geschieht wieder durch die Ausdrücke (136) der Abhandlung. Hierauf sind, da der zwischen diesen beiden Seiten eingeschlossene Winkel λ auch gegeben ist, die übrigen drei Stücke des Dreiecks, nemlich α', α'', σ annähernd zu berechnen, und dieses kann durch die Formeln der sphärischen Trigonometrie, und mit Anwendung von Logarithmen von nur

fünf Decimalen geschehen, selbst wenn man weiter hin die Genauigkeit bis auf die vierte Decimale der Secunde treiben will. Man rechne daher erst p, q, r nach den folgenden Ausdrücken

$$\begin{aligned}
\cos p \sin q &= \sin \Sigma'' \cos \lambda \\
\cos p \cos q &= \cos \Sigma'' \\
\cos p \sin r &= \cos \lambda \\
\cos p \cos r &= \cos \Sigma'' \sin \lambda \\
\sin p &= \sin \Sigma'' \sin \lambda
\end{aligned}$$

und hierauf α', α'', σ durch die folgenden,

$$\begin{aligned}
\sin \sigma \sin \alpha' &= \sin p \\
\sin \sigma \sin \alpha' &= -\cos p \sin (\Sigma' - q) \\
\sin \sigma \sin (\alpha'' - r) &= \sin (\Sigma' - q) \\
\sin \sigma \cos (\alpha'' - r) &= \sin p \cos (\Sigma' - q) \\
\cos \sigma &= \cos p \cos (\Sigma' - q)
\end{aligned}$$

Hierauf sind $\varDelta\alpha'$ und $\varDelta\lambda$ nach den folgenden Ausdrücken zu berechnen,

$$Q' = \tfrac{1}{4} e^2 \left\{ \frac{\Sigma'}{\sin \Sigma'} - \frac{\sigma}{\sin \sigma} \cos \Sigma'' \right\}$$

$$Q'' = \tfrac{1}{4} e^2 \left\{ \frac{\Sigma''}{\sin \Sigma''} - \frac{\sigma}{\sin \sigma'} \cos \Sigma' \right\}$$

$$\varDelta\alpha' = Q' \operatorname{cotg} \lambda - Q'' \frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha'' \sin \lambda}$$
$$+ \tfrac{1}{4} e^2 \frac{\sigma}{\sin \sigma} \sin \alpha'' \cos \alpha'' \sin^2 \Sigma'' - \tfrac{1}{4} r e^2 \sin \alpha' \cos \alpha' \sin^2 \Sigma'$$

$$\varDelta\lambda = Q' \operatorname{cotg} \alpha' - Q'' \operatorname{cotg} \alpha''$$

und

$$\varDelta = \lambda - \varDelta\lambda$$

Nun kann man schon den Winkel A' und die Seite σ mit grösserer Genauigkeit durch die Ausdrücke

$$\begin{aligned}
\cos p' \sin q' &= \sin \Sigma'' \cos \varDelta \\
\cos p' \cos q' &= \cos \Sigma'' \\
\sin p' &= \sin \Sigma'' \sin \varDelta \\
\sin \sigma \sin A' &= \sin p' \\
\sin \sigma \cos A' &= -\cos p' \sin (\Sigma' - q') \\
\cos \sigma &= \cos p' \cos (\Sigma' - q')
\end{aligned}$$

berechnen, und dazu Logarithmen von etwa sieben Decimalen anwenden. Wenn dieses geschehen ist, so wird

$$\alpha' = A + \Delta\alpha'$$

und es muss jetzt die erste Hauptaufgabe der Abhandlung auf die so erhaltenen Werthe von α' und σ nebst dem ursprünglich gegebenen Werthe von β' angewandt werden. Diese Rechnung muss mit derselben Genauigkeit ausgeführt werden, die man im Endresultat zu erhalten wünscht. Da die dieser Rechnung zu Grunde gelegten Werthe von α' und σ nicht streng richtig sind, so wird man auch nicht streng richtige Werthe von α'', β'', λ erhalten, aber da ihre Fehler jedenfalls sehr klein sein werden, so kann man sie durch Differentialformeln berichtigen. Diese erhält man aus den Gleichungen (50) der Abhandlung leicht wie folgt

$$\begin{aligned}
\delta\alpha' &= \frac{\sin\alpha''}{\sin\chi}\,\delta\beta'' + \frac{\cos\beta''\cos\alpha''}{\sin\chi}\,\delta\lambda \\
\delta\alpha'' &= \frac{\cos\chi\sin\alpha''}{\sin\chi}\,\delta\beta'' + \frac{\cos\beta'\cos\alpha'}{\sin\chi}\,\delta\lambda \\
\delta\sigma &= -\cos\alpha''\,\delta\beta'' + \cos\beta'\sin\alpha'\,\delta\lambda
\end{aligned}$$

nachdem $\delta\sigma = \delta\chi$ und $\delta\lambda = \delta\omega$ gesetzt worden ist, welche Gleichungen in diesem Falle so nahe richtig sind, dass sie unbedenklich angewandt werden können.

Bezeichnet man nun die durch die vorhergehenden Rechnungen erhaltenen Werthe von α', α'', λ, β'', σ mit (α'), (α''), (λ), (β''), (σ), und setzt

$$\delta\beta'' = \beta'' - (\beta'')\,, \quad \delta\lambda = \lambda - (\lambda)$$

so sind die rechten Seiten der vorstehenden Differentialformeln gegeben, indem man die Coefficienten vermittelst der durch diese Rechnungen erhaltenen Werthe von α', α'', β'', χ berechnen darf. Berechnet man daher die Werthe der linken Seiten derselben, so werden

$$\alpha' = (\alpha') + \delta\alpha'\,, \quad \alpha'' = (\alpha'') + \delta\alpha''\,, \quad \sigma = (\sigma) + \delta\sigma$$

schon so genaue Werthe der Unbekannten, dass keine Verbesserungen weiter erforderlich sind.

Ich bemerke hiezu, dass dieses Verfahren für jeden beliebigen Werth von σ anwendbar, dass aber das in Art. 54 u. f. der Abhandlung gegebene Verfahren kürzer ist.

Um das eben erklärte Verfahren durch ein Beispiel zu erläutern, sollen die Stücke des obigen zweiten Beispiels benutzt werden. Seien daher gegeben,

$$\beta' = 20^0\,,\quad \beta'' = 16^0\,54'\,37''\!.33159\,,\quad \lambda = 5^0\,25'\,45''\!.02678$$

Durch Anwendung von Logarithmen von fünf Decimalen bekommt man zuerst

$$\Sigma' = 69^0\,54'\,49''\!.83\,,\quad \Sigma'' = 72^0\,59'\,39''\!.04$$

in welchen auch die Hunderttheile der Secunden hätten weggelassen werden können. Ferner

$$q = 72^0\,55'\,19'' \qquad \log\sin p = 8.95654$$

$$r = 88\;\;24\;\;28 \qquad \log\cos p = 9.99822$$

$$\alpha' = 59^0\,59'\,18''\,,\quad \alpha'' = 58^0\,15'\,36''\,,\quad \sigma = 5^0\,59'\,51''$$

ferner

$$Q' = 346''\!.32\,,\qquad Q'' = 340''\!.12$$

$$\Delta\alpha' = -6''\!.8\,,\qquad \Delta\lambda = -10''\!.35$$

und hiemit

$$\Lambda = 5^0\,25'\,55''\!.38$$

Aus Λ, Σ', Σ'' ergab sich ferner durch Anwendung von Logarithmen von sieben Stellen

$$q' = 72^0\,55'\,18''\!.91\,,\quad \log\sin p' = 8.9567731$$

$$\log\cos p' = 9.9982131$$

$$A' = 60\;\;0\;\;6.67\,,\qquad (\sigma) = 6^0\,0'\,0''\!.00$$

und hieraus vermittelst des obigen Werthes von $\Delta\alpha'$

$$(\alpha') = 59^0\,59'\,59''\!.87$$

Diese Werthe von (α') und (σ) nebst dem obigen Werthe von β' wurden nun der ersten Hauptaufgabe zu Grunde gelegt, und wo es nöthig war, Logarithmen von zehn Stellen angewandt. Das Resultat dieser Rechnung war

$$(\alpha'') = 58^0\,16'\,27''\!.5262$$

$$(\beta'') = 16\;\;54\;\;37.32000$$

$$(\lambda) = 5\;\;25\;\;45.01928$$

und ausserdem führe ich hier an $\chi = 6^0\,1'\,5''$. Die vorstehenden Werthe gaben

$$\delta\beta'' = +0''\!.01159$$

$$\delta\lambda = +0.00750$$

und hiemit erhielt ich durch die obigen Differentialgleichungen

$$\delta\alpha' = +0''.1301$$
$$\delta\alpha'' = +0.1272$$
$$\delta\sigma = +0.00001$$

woraus das Endresultat

$$\alpha' = 60^0 \;\; 0' \;\; 0''.0001$$
$$\alpha'' = 58 \;\; 16 \;\; 27,6534$$
$$\sigma = 6 \;\; 0 \;\; 0.00001$$

folgt. Die Unterschiede mit den obigen Werthen sind bez.

$$+0''.0001$$
$$+0.0001$$
$$+0.00001$$

die völlig befriedigend sind.

P. A. Hansen. *Theorie der Eingriffe gezahnter Räder in einander.* Mit drei Figurentafeln.

In allen Maschinen, in deren Einrichtung gezahnte Räder vorkommen, die in einander greifen, und einander fortbewegen sollen, ist es von Wichtigkeit, dass den Zähnen eine solche Figur gegeben werde, dass die Bewegung den dafür aufzustellenden Bedingungen entspricht, und man hat sich aus diesem Grunde schon vor langer Zeit mit der Aufgabe beschäftigt, die richtige Figur der Räderzähne herzuleiten. Namentlich in den Schriften, die für Techniker bestimmt sind, in den Werken über die Uhrmacherkunst, und in denen über den Maschinenbau, findet man die hierauf sich beziehenden Erklärungen und Anweisungen, und zwar in verschiedener Ausdehnung, je nach dem Plan und dem Umfange des Werks. In keiner Schrift dieser Gattung, die mir vor Augen gekommen ist, habe ich jedoch eine allgemeine mathematische Theorie der Rädereingriffe angetroffen, sondern nur specielle Fälle, die mehr oder weniger mathematisch bewiesen werden, und mit Anleitung zur Ausführung derselben versehen sind. Aber auch in denjenigen theoretisch-mechanischen Werken, die ich kenne, habe ich vergeblich nach der allgemeinen Theorie gesucht. Da es wohl manchen Andern eben so gegangen sein mag, so habe ich für nicht überflüssig gehalten, die allgemeinen mathematischen Bedingungen des richtigen Rädereingriffs abzuleiten, und daraus die üblichsten Gattungen von Eingriffen zu erklären. Es zeigt sich nemlich, dass die allgemeine Aufgabe unbestimmt ist, und dass man im Allgemeinen zu jeder beliebigen Form, die man den Zähnen des einen Rades giebt, eine entsprechende Form der Zähne des andern Rades finden kann, die theoretisch richtig ist, obwohl viele so erhaltene Formen praktisch unausführbar sein werden.

Die Figur 1 stellt zwei, in Einer Ebene liegende, und an ihren äussern Rändern mit Zähnen versehene Rädersegmente dar, die vermittelst dieser Zähne in einander greifen, und von welchen das eine das andere mit stets gleichbleibender Geschwindigkeit, wenn es selbst mit gleichbleibender Geschwindigkeit bewegt wird, und mit stets gleicher Kraftäusserung fortbewegen, oder führen soll.

Abgesehen von allem Uebrigen ist an sich klar, dass zur Hervorbringung einer stetigen Bewegung, oder Führung, die Zähne eines jeden dieser beiden Räder für einen gewissen Halbmesser eines jeden derselben gleiche Weite haben müssen, denn wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, so wird die Führung stossweise, also ungleichförmig vor sich gehen. Nennen wir diese beiden Halbmesser γ für das Rad F, und c für das Rad G, so ist ferner klar, dass die Kreise, die mit diesen Halbmessern aus den Mittelpunkten der beiden Räder beschrieben werden, einander berühren müssen. Da ferner die Umdrehungszeiten der beiden Räder nothwendig im umgekehrten Verhältniss der Zähne eines jeden derselben stehen müssen, so folgt dass die Halbmesser γ und c im graden Verhältnisse der Anzahl der Zähne zu einander stehen müssen. Die Kreise, die mit den Halbmessern γ und c beschrieben werden, sollen die Theilkreise heissen.

Seien in der Figur 2 $ABCA$ der Theilkreis des Rades F, und F der Mittelpunkt desselben, ferner $ADEA$ der Theilkreis des Rades G, und G der Mittelpunkt desselben, ferner A der Berührungspunkt der beiden Theilkreise. Sei ausserdem Ff und dessen Verlängerung über f hinaus, eine beliebige, aber mit dem Rade F fest verbundene Grade, und fhi eine damit fest verbundene Curve, die die Figur eines der Zähne dieses Rades vorstellt. Für das Rad G sollen Gg und ghk dieselbe Bedeutung haben. In dem Augenblick, wo der Winkel $fFA = \alpha$, und der Winkel $gGA = a$ ist, soll h der Berührungspunkt der beiden Zähne sein. Die Winkel α und a sind also die Winkelbewegungen der beiden Räder von den beiden Zeitpunkten an, in deren Einem die Grade Ff, und in deren Anderem Gg mit der Graden FG zusammen fielen, bis zu dem Zeitpunkt, den die Figur darstellt. Sei nun gleichzeitig

$$a = 0, \text{ und } \alpha = \beta$$

so erhalten wir, da die Winkelgeschwindigkeiten der beiden Räder den Halbmessern $FA = \gamma$ und $GA = c$ umgekehrt proportional sein müssen, die Gleichung

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad ca = \gamma\ (\alpha - \beta)$$

Sei der Radius $Fh = \varrho$ und der Winkel $fFh = \varphi$, dann sind ϱ und φ die Polarcoordinaten der Zahncurve des Rades F, seien ferner $hG = r$ und der Winkel $gGh = v$, dann sind r und v die Polarcoordinaten der Zahncurve des Rades G. Bezieht man nun den Berührungspunkt der Zahncurven h auf rechtwinkliche Coordinaten, die ihren Anfangspunkt im Punkt A haben, und lassen die positive x-Achse mit der Linie AG zusammen fallen, dann ist erstlich für den Punkt h

$$(2) \quad \ldots\ldots \begin{cases} x = c - r\cos\ (a + v) \\ y = \quad\ r\sin\ (a + v) \end{cases}$$

Dieselben Coordinaten kann man auch, wie leicht aus der Figur hervorgeht, durch Grössen ausdrücken, die dem Rade F angehören, und man findet auf diese Weise

$$x = \varrho\cos\ (\alpha - \varphi) - \gamma$$
$$y = \varrho\sin\ (\alpha - \varphi)$$

Hieraus ergeben sich die beiden folgenden Gleichungen

$$c - r\cos\ (a + v) = \varrho\cos\ (\alpha - \varphi) - \gamma$$
$$r\sin\ (a + v) = \varrho\sin\ (\alpha - \varphi)$$

die man leicht in die folgenden umwandeln kann,

$$(3) \quad \ldots \begin{cases} \varrho\cos\varphi = (\gamma + c)\cos\alpha - r\cos\ (a + \alpha + v) \\ \varrho\sin\varphi = (\gamma + c)\sin\alpha - r\sin\ (a + \alpha + v) \end{cases}$$

in welcher Form sie zu den Anwendungen am Geeignetesten sind.

Das Haupterforderniss eines richtigen Rädereingriffs besteht darin, dass das Verhältniss der Kräfte, mit welchen die beiden Räder auf einander wirken, während der ganzen Bewegung derselben constant, und dem Verhältniss der beiden Halbmesser der Theilkreise γ und c zu einander gleich sei. Drücken wir diese Bedingung geometrisch aus. Sei HJ die gemeinschaftliche Normale der beiden Zahncurven fhi und khg an ihrem Berührungspunkt h, und FH und JG senkrecht auf HJ, dann

ergiebt sich aus der Dynamik, dass die Kraft, mit welcher das Rad F auf das Rad G wirkt, oder dasselbe führt, zu der Kraft mit welcher G auf F wirkt, sich verhält wie FH zu JG. Es wird daher zufolge des Vorhergehenden

$$\frac{FH}{JG} = \frac{\gamma}{c}$$

und um diese Bedingung zu erfüllen ist es nothwendig, dass die Normale HJ durch den Berührungspunkt A der beiden Theilkreise gehe. Seien u und w die laufenden, rechtwinklichen Coordinaten dieser Normale, dann ist ihre Gleichung

$$y - w = -\frac{dx}{dy}(x - u)$$

wenn bei den Differentiationen a und α constant gesetzt werden. Im Punkt A ist aber $u = 0$, $w = 0$, und folglich wird die vorstehende Gleichung

$$0 = x + y\frac{dy}{dx}$$

Die Differentiation der Gleichungen (2) giebt, wenn a constant gesetzt wird,

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{dr \sin(a+v) + r\,dv \cos(a+v)}{dr \cos(a+v) - r\,dv \sin(a+v)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

und hiemit, so wie mit Zuziehung der Gleichungen (2), wird die vorstehende Bedingungsgleichung

$$r\,dr = c\,dr \cos(a+v) - c\,r\,dv \sin(a+v) \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Es ist leicht einzusehen, dass diese Gleichungen, die durch Grössen ausgedrückt worden sind, die dem Rade G angehören, auch durch Grössen, die dem F angehören, ausgedrückt werden können.

Man findet leicht auf dieselbe Weise wie vorher statt der Gleichungen (3) die folgenden

$$\left.\begin{array}{l} r\cos v = (c+\gamma)\cos a - \varrho\cos(a+\alpha-\varphi) \\ r\sin v = -(c+\gamma)\sin a + \varrho\sin(a+\alpha-\varphi) \\ \text{statt der (4)} \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{d\varrho\sin(\alpha-\varphi) - \varrho\,d\varphi\cos(\alpha-\varphi)}{d\varrho\cos(\alpha-\varphi) + \varrho\,d\varphi\sin(\alpha-\varphi)} \\ \text{und statt der (5)} \\ \varrho\,d\varrho = \gamma\,d\varrho\cos(\alpha-\varphi) + \gamma\varrho\,d\varphi\sin(\alpha-\varphi) \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad (6)$$

Diese sind aber keine neuen unabhängigen Gleichungen, sondern sie sind in den Vorhergehenden enthalten.

Die Gleichungen (1), (3), (5), oder, wenn man will, die Gleichungen (1) und (6) sind die Grundgleichungen der Theorie der Rädereingriffe, und jede Figur der Räderzähne, die diesen Gleichungen nicht genügt, ist unrichtig. Man erkennt aus diesen Gleichungen leicht, dass die Aufgabe unbestimmt ist, und dass man irgend eine Relation einführen muss um sie bestimmt zu machen. Diese, die theoretisch betrachtet ganz willkührlich ist, kann darin bestehen, dass man die Figur der Zähne des einen Randes beliebig annimmt, oder dass man sonst eine Relation zwischen den Veränderlichen oder einigen derselben beliebig annimmt. Aber nicht jede Relation oder jede Figur der Zähne des einen Rades giebt eine brauchbare Auflösung, oder anwendbare Figur der Zähne des anderen Rades, und im Ganzen kennt man bis jetzt nur einige wenige Bedingungen, die anwendbare Auflösungen geben. Davon sollen jetzt die wichtigsten betrachtet, und eine neue denselben hinzugefügt werden.

1ster Fall.

Eine sehr einfache Bedingung, die man für die Figur der Zähne des Rades G aufstellen kann, ist die, dass die Curve ghk eine beliebige grade Linie sein soll.

Sei P die Entfernung des Durchschnittspunkts dieser Graden mit den Graden gG vom Punkte G, und p der Winkel, den sie mit gG macht, dann findet man leicht, dass ihre Gleichung wie folgt dargestellt werden kann,

$$\begin{aligned} r\cos v &= P + s\cos p \\ r\sin v &= \phantom{P + {}} s\sin p \end{aligned}$$

wenn s die Entfernung des Punkts, dem die Coordinaten r und v angehören, von dem oben genannten Durchschnittspunkt bedeutet. Diese Gleichungen geben

$$\begin{aligned} dr &= ds\cos(p - v) \\ rdv &= ds\sin(p - v) \\ rdr &= ds\,(s + P\cos p) \end{aligned}$$

Substituirt man diese Ausdrücke in die Gleichung (5), so wird diese

$$s + P\cos p = c\cos(p + a)$$

und eliminirt man hiemit s aus den Gleichungen der angenommenen Graden, so erhält man

$$r\cos v = P\sin^2 p + c\cos(p + a)\cos p$$

$$r\sin v = -P\sin p\cos p + c\cos(p + a)\sin p$$

woraus sich leicht

$$r\cos(a + \alpha + v) =$$
$$P\sin p\sin(a + \alpha + p) + c\cos(p + a)\cos(a + \alpha + p)$$
$$r\sin(a + \alpha + v) =$$
$$-P\sin p\cos(a + \alpha + p) + c\cos(p + a)\sin(a + \alpha + p)$$

oder

$$r\cos(a + \alpha + v) = P\sin p\sin(a + \alpha + p)$$
$$+ \tfrac{1}{2}c\cos(2a + \alpha + 2p) + \tfrac{1}{2}c\cos\alpha$$
$$r\sin(a + \alpha + v) = -P\sin p\cos(a + \alpha + p)$$
$$+ \tfrac{1}{2}c\sin(2a + \alpha + 2p) + \tfrac{1}{2}c\sin\alpha$$

ergiebt. Substituirt man diese in die Gleichungen (3), und eliminirt a durch die Gleichung (1), so bekommt man

$$\varrho\cos\varphi = (\gamma + \tfrac{1}{2}c)\cos\alpha - \tfrac{1}{2}c\cos\left(\frac{2\gamma + c}{c}\alpha - \frac{2\gamma}{c}\beta + 2p\right)$$
$$- P\sin p\sin\left(\frac{\gamma + c}{c}\alpha - \frac{\gamma}{c}\beta + p\right)$$

$$\varrho\sin\varphi = (\gamma + \tfrac{1}{2}c)\sin\alpha - \tfrac{1}{2}c\sin\left(\frac{2\gamma + c}{c}\alpha - \frac{2\gamma}{c}\beta + 2p\right)$$
$$+ P\sin p\cos\left(\frac{\gamma + c}{c}\alpha - \frac{\gamma}{c}\beta + p\right)$$

oder

$$\varrho\cos\varphi = (\gamma + \tfrac{1}{2}c)\cos\alpha - \tfrac{1}{2}c\cos\frac{2\gamma + c}{c}\alpha - P\sin\frac{\gamma}{c}\beta\sin\frac{\gamma + c}{c}\alpha$$

$$\varrho\sin\varphi = (\gamma + \tfrac{1}{2}c)\sin\alpha - \tfrac{1}{2}c\cos\frac{2\gamma + c}{c}\alpha + P\sin\frac{\gamma}{c}\beta\cos\frac{\gamma + c}{c}\alpha$$

wenn man

$$\beta = \frac{c}{\gamma}p$$

setzt, welches hier erlaubt ist, und nur einer Drehung der Linie gG auf dem Rade G gleichkommt, die der angenommenen Graden wegen erlaubt ist. Die beiden vorstehenden Gleichungen

sind nun die Gleichungen der Zahncurve fhi des Rades F, und diese Curve gehört, wie man sieht, der Gattung der Epicyceln an. Sieht man mit Belassung des Anfangspunkts der Coordinaten in F die Grade Ff und ihre Verlängerung als die Abscissenachse an, und legt die Ordinatenachse senkrecht darauf, so ist $\varrho\cos\varphi$ die Abscisse und $\varrho\sin\varphi$ die Ordinate irgend eines Punkts dieser Curve.

Man kann diese Auflösung vereinfachen, wenn man die angenommene Grade, deren Lage bis jetzt willkührlich gelassen wurde, so bestimmt, dass sie durch den Mittelpunkt G des Rades G geht. Hiemit wird $P = 0$, und die obigen Gleichungen gehen über in

$$(7)\ldots\begin{cases}\varrho\cos\varphi = (\gamma+\tfrac{1}{2}c)\cos\alpha - \tfrac{1}{2}c\cos\frac{2\gamma+c}{c}\alpha \\ \varrho\sin\varphi = (\gamma+\tfrac{1}{2}c)\sin\alpha - \tfrac{1}{2}c\sin\frac{2\gamma+c}{c}\alpha\end{cases}$$

wodurch die Zahncurve fhi eine Epicycloide geworden ist, deren Grundkreis γ, und deren Rollkreis $\frac{1}{2}c$ zum Halbmesser hat. Die als Zahncurve ghk des Rades G angenommene, durch den Mittelpunkt G gehende Grade kann jetzt als eine Hypocycloide definirt werden, deren Grundkreis c, und deren Rollkreis wie jene $\frac{1}{2}c$ zum Halbmesser hat. Es folgt aus der Ableitung von selbst, dass man um den Eingriff auf der anderen Seite der Graden FG fortsetzen zu können, die angenommene Grade in der That als die eben bezeichnete Hypocycloide betrachten muss, nemlich nur bis zum Umfange des Theilkreises $ADEA$ fortsetzen darf, und dass sich dort eine Epicycloide anschliessen muss, deren Grundkreis c, und deren Rollkreis $\frac{1}{2}\gamma$ zum Halbmesser hat. Gleicherweise muss sich an die für die Zähne des Rades F eben gefundene Epicycloide eine Hypocycloide anschliessen, deren Grundkreis γ, und deren Rollkreis $\frac{1}{2}\gamma$ zum Halbmesser hat, oder mit anderen Worten eine grade nach dem Mittelpunkt F gerichtete Linie. Es fallen hier, wie man sieht, die Grundkreise der Zahncurven mit den Theilkreisen zusammen.

Diese Art des Rädereingriffes ist die, welche in den Uhren — mit etwaiger Ausnahme der Thurmuhren — seit langer Zeit angewandt worden ist. Man erkennt leicht, dass mit Ausnahme der Fälle, wo die Berührung der Zähne im Punkt A statt findet, dieser Eingriff einen Seitendruck auf die in F und G befindlichen Zapfen ausübt, um welche sich die Räder bewegen, welcher die

Entfernung *FG* zu vergrössern strebt, denn die Normale *HJ* macht, mit der eben erwähnten Ausnahme, immer einen schiefen Winkel mit der Linie *FG*. Dieser Seitendruck bewirkt, dass im Laufe der Zeit die Zapfenlöcher sich erweitern, und die Entfernung *FG* immer grösser wird. Aber diese Entfernung braucht sich nur sehr wenig zu vergrössern, um schon zu bemerken, dass der Eingriff unrichtig wird und das eine Rad das andere gar nicht mehr führen kann; diese Erweiterung, oder das sogenannte Auslaufen der Zapfenlöcher, ist häufig die Ursache des Stillestehens der Uhren.

Vorzugsweise tritt dieser nachtheilige Umstand ein, wenn die Führung schon vor der Mittelpunktslinie — der Linie *FG* der Figur 2 — stattfindet, indem dann, entweder durch unregelmässige Bearbeitung der Zähne, oder durch eine mit der Zeit entstandene Vergrösserung der Entfernung *F* von *G*, ein Aufstossen der Zähne auf einander erfolgt, wodurch eine Erschwerung oder gar eine Stockung der Führung, folglich auch der Bewegung entsteht. Wenn nemlich die Entfernung *F* von *G* sich vergrössert hat, so nimmt die gemeinschaftliche Normale am Berührungspunkt *HJ* eine andere Lage ein, der Winkel derselben mit *FG* verkleinert sich, und sie geht nicht mehr durch den Punkt *A*. Nun ist aber leicht einzusehen, dass wenn die Lage dieser Normale sich so geändert hat, dass sie durch den Punkt *F* statt durch *A* geht, eine vollständige Stockung der Führung eintreten muss. In den Fällen, in welchen die Führung nach dem Durchgang durch die Mittelpunktslinie stattfindet, wirken die genannten Umstände zwar auch störend auf die gleichförmige Führung ein, allein es sind hier die Nachtheile weit geringer, denn die Aenderungen in der Lage der Normale sind hier unter sonst gleichen Umständen weit geringer. Aus diesen Gründen sucht man bei Anwendung dieses Eingriffs die Führung vor der Mittelpunktslinie möglichst zu vermeiden, und das Mittel dazu besteht in möglichster Vermehrung der Anzahl der Zähne der beiden Räder. Die Führung vor der Mittelpunktslinie kann nur dann gänzlich vermieden werden, wenn das kleinere, geführte Rad, das Getriebe, wenigstens zehn Zähne bekommt. Um dieses anschaulich zu machen habe ich die Figur 3 entworfen, in welcher die Zähne, gleichwie in den folgenden Figuren, nach der Theorie gezeichnet sind. Die Figur 3 stellt ein Rad von 64 Zähnen vor, welches ein Getriebe von

8 Zähnen zu führen hat, der Berührungspunkt *a* liegt auf der Mittelpunktslinie und *b* ist der gleichzeitige Berührungspunkt des vorangehenden Zähnepaares; die Führung vor der Mittelpunktslinie ist hier vermieden. Nun zeigt diese Figur aber dass, vorausgesetzt dass die Führung in beiden Richtungen möglich gemacht werden muss, die Zähne des Getriebes so dünn gemacht werden müssen, dass sie keine Haltbarkeit besitzen, die Führung vor der Mittelpunktslinie kann also bei einem Getriebe von 8 Zähnen, und weniger noch bei einem Getriebe von einer kleineren Anzahl von Zähnen, nicht vermieden werden.

Die Figur 4 zeigt dasselbe Räderpaar unter der Bedingung dass die eine Hälfte der Führung vor, und die andere nach der Mittelpunktslinie stattfindet. Die gleichzeitigen Berührungspunkte in dieser Stellung sind wieder *a* und *b*. Hier haben sowohl die Zähne des Rades wie die des Getriebes eine annehmbare Haltbarkeit bekommen, aber im Laufe der Zeit können die oben erwähnten Uebelstände eintreten.

Die Figur 5 zeigt ein Rad von 80 und ein Getriebe von 10 Zähnen, und es findet also dasselbe Verhältniss des Rades zum Getriebe statt, wie in den beiden vorhergehenden Figuren. Die Punkte *a* und *b* sind wieder die gleichzeitigen Berührungspunkte, und *a* liegt auf der Mittelpunktslinie. Man sieht aus dieser Figur, dass die Zähne des Getriebes immer noch etwas schwach ausfallen, und wohl nicht schwächer sein dürften, um Haltbarkeit zu erhalten. Man kann schon hieraus schliessen, dass bei einem Getriebe von 9 Zähnen sich die Führung vor der Mittelpunktslinie nicht ganz wird vermeiden lassen.

Ich bemerke hiezu noch, dass da in diesen drei Figuren die Theilkreise sowohl des Rades wie des Getriebes dieselben sind, nemlich der Halbmesser jenes 248, und der dieses 31 Millimeter beträgt, die Epicycloiden, die die Zahncurven bilden, auch dieselben sind.

Betrachten wir jetzt den extremen Fall, in welchem statt des Rades F Fig. 2 eine gezahnte Stange in das Rad G eingreift, und in grader Linie fortbewegt wird. Es ist klar, dass der Theilkreis des Rades F in die Grade yA und deren Verlängerung übergeht, wenn man $\gamma = \infty$ macht, diese Linie und deren Be-

wegung in sich selbst soll jetzt betrachtet werden. In der Voraussetzung $\gamma = \infty$ werden die im Vorhergehenden vorkommenden Abscissen auch unendlich, und verlieren ihre Anwendbarkeit. Sei daher jetzt

$$\varrho \cos \varphi - \gamma = u$$
$$\varrho \sin \varphi = w$$

dann sind jedenfalls u die Abscissen der Zahncurve fhi, die ihren Anfangspunkt im Durchschnittspunkt der Verlängerung der Graden Ff mit dem Theilkreise $ABCA$ haben, und w sind die rechtwinklichen dazu gehörenden Ordinaten. Führt man nun u und w in die Gleichungen (7) ein, und eliminirt α durch die Gleichung $\alpha = \frac{c}{\gamma} a$, indem hier $\beta = 0$ gesetzt werden darf, so bekommt man

$$u = -\gamma + (\gamma + \tfrac{1}{2} c) \cos \frac{c}{\gamma} a - \tfrac{1}{2} c \cos \left(2 + \frac{c}{\gamma}\right) a$$
$$w = (\gamma + \tfrac{1}{2} c) \sin \frac{c}{\gamma} a - \tfrac{1}{2} c \sin \left(2 + \frac{c}{\gamma}\right) a$$

die in jedem Falle gelten. Setzt man nun $\gamma = \infty$, so werden offenbar

$$\frac{c}{\gamma} = 0\,, \quad \gamma \sin \frac{c}{\gamma} a = c a\,, \quad \gamma \cos \frac{c}{\gamma} a = \gamma$$

und die vorstehenden Gleichungen gehen über in

$$u = \tfrac{1}{2} c \,(1 - \cos 2\,a)$$
$$w = \tfrac{1}{2} c \,(2a - \sin 2\,a)$$

die nun die Gleichungen der Zahncurven fhi sind. Diese Gleichungen gehören einer Cycloide an, die auf der Graden yA und deren Verlängerung von einem Kreise beschrieben wird, deren Halbmesser $\frac{1}{2} c$ ist, und die im Verlauf der Bewegung die radiale Grade, oder die oben beschriebene Hypocycloide des Rades G berührt.

Betrachten wir nun den Eingriff auf der anderen Seite der Mittelpunktslinie FG, wo wenn γ endlich ist, in Folge des Vorhergehenden die Hypocycloide des Rades F mit der Epicycloide des Rades G in Berührung kommt. Die Gleichungen der letzteren bekommt man, wenn man in den Gleichungen (7) die lateinischen Buchstaben in die entsprechenden griechischen,

und umgekehrt, verwandelt. Diese Gleichungen sind also, wenn man $-v$ statt v schreibt,

$$r\cos v = (c + \tfrac{1}{2}\gamma)\cos a - \tfrac{1}{2}\gamma\cos\frac{2c+\gamma}{\gamma}a$$

$$r\sin v = (c + \tfrac{1}{2}\gamma)\sin a - \tfrac{1}{2}\gamma\sin\frac{2c+\gamma}{\gamma}a$$

die in die folgenden umgewandelt werden können

$$r\cos v = c\cos a + \gamma\sin\frac{c}{\gamma}a \,.\, \sin\left(1+\frac{c}{\gamma}\right)a$$

$$r\sin v = c\sin a - \gamma\sin\frac{c}{\gamma}a \,.\, \cos\left(1+\frac{c}{\gamma}\right)a$$

Setzt man hierin $\gamma = \infty$, so ergiebt sich durch die Gleichungen

$$\frac{c}{\gamma} = 0\,, \quad \gamma\sin\frac{c}{\gamma}a = ca$$

sogleich

$$r\cos v = c\cos a + ca\sin a$$

$$r\sin v = c\sin a - ca\cos a$$

welche die Gleichungen der Evolvente eines Kreises sind, dessen Halbmesser c, und dessen abgewickelter Bogen ac ist. Die oben erhaltene Hypocycloide des Rades F geht jetzt in eine senkrechte Grade auf der linken Seite der Graden yA über, in deren Durchschnittspunkt mit yA die eben gefundene Cycloide anfängt.

Dass die eben gefundenen Gleichungen in der That die der genannten Kreisevolvente sind lässt sich wie folgt zeigen.

In der Figur 6 soll EF der vom Kreise $ABCA$ abgewickelte Bogen AE sein, woraus folgt, dass der Punkt F der Evolvente dieses Kreises angehört, und A der Anfangspunkt dieser Kreis-evolvente ist. Nennt man nun den Halbmesser dieses Kreises c, und den abgewickelten Bogen ca, so ist nicht nur

$$EF = ca$$

sondern auch der Winkel

$$ADE = a$$

Sei ferner der Winkel $ADF = v$, und der Radius $FD = r$, dann giebt das Dreieck FDE sogleich

$$r\cos(a-v) = c$$

$$r\sin(a-v) = ca$$

woraus

$$r\cos v = c\cos a + ca\sin a$$
$$r\sin v = c\sin a - ca\cos a$$

folgt, wie oben. Dass bei der Verwandelung des Kreises F in eine Grade die Zahncurve von F in eine Cycloide, und die von G in eine Kreisevolvente übergehen muss, lässt sich leicht a priori einsehen. Denn setzt man den Halbmesser des Grundkreises irgend einer Epicycloide unendlich gross, so muss letztere in eine Cycloide übergehen, und setzt man den Halbmesser des Rollkreises irgend einer Epicycloide unendlich gross, so muss die letztere in eine Kreisevolvente übergehen.

2ter Fall.

Es soll jetzt die Bedingung eingeführt werden, dass die Zahncurve ghk des Rades G Figur 2 ein Kreis sei, dessen Mittelpunkt auf dem Theilkreise $AEDA$ liegt.

Sei der Halbmesser dieses Kreises R, und der Winkel am Mittelpunkt desselben, den irgend ein Halbmesser desselben mit der auf dem Rade festen Linie gG macht p, so findet man leicht, wenn man bedenkt, dass der Winkel v hier die entgegengesetzte Lage bekommt wie in der Figur,

$$r\cos v = c - R\cos p$$
$$r\sin v = \quad - R\sin p$$

für die Gleichung dieses Kreises. Hieraus ergiebt sich

$$dr = \quad Rdp\sin(p-v)$$
$$rdv = -Rdp\cos(p-v)$$
$$rdr = \quad cRdp\sin p$$

und substituirt man diese in die Bedingungsgleichung (5), so erhält man

$$\sin p = \sin(p+a)$$

woraus

$$p = 90^0 - \tfrac{1}{2}a$$

folgt. Die Gleichungen des gegebenen Kreises werden hiemit

$$r\cos v = c - R\sin\tfrac{1}{2}a$$
$$r\sin v = \quad - R\cos\tfrac{1}{2}a$$

die man leicht in die folgenden verwandelt,

$$r\cos(a+\alpha+v) = c\cos(a+\alpha) + R\sin(\tfrac{1}{2}a+\alpha)$$
$$r\sin(a+\alpha+v) = c\sin(a+\alpha) - R\cos(\tfrac{1}{2}a+\alpha)$$

Setzt man diese in die Gleichungen (3), und eliminirt a durch die (1), so wird

$$\varrho\cos\varphi = (\gamma+c)\cos\alpha - c\cos\left(\frac{\gamma+c}{c}\alpha - \frac{\gamma}{c}\beta\right) - R\sin\left(\frac{\gamma+2c}{2c}\alpha - \frac{\gamma}{2c}\beta\right)$$
$$\varrho\sin\varphi = (\gamma+c)\sin\alpha - c\sin\left(\frac{\gamma+c}{c}\alpha - \frac{\gamma}{c}\beta\right) + R\cos\left(\frac{\gamma+2c}{2c}\alpha - \frac{\gamma}{2c}\beta\right)$$

oder da hier $\beta = 0$ gesetzt werden darf,

$$\varrho\cos\varphi = (\gamma+c)\cos\alpha - c\cos\frac{\gamma+c}{c}\alpha - R\sin\frac{\gamma+2c}{2c}\alpha$$
$$\varrho\sin\varphi = (\gamma+c)\sin\alpha - c\sin\frac{\gamma+c}{c}\alpha + R\cos\frac{\gamma+2c}{2c}\alpha$$

Diese sind jetzt die Gleichungen der Zahncurve fhi, und diese gehört also wieder der Gattung der Epicyceln an. Wenn der Halbmesser R so klein ist, dass man ihn in Bezug auf c und γ als verschwindend betrachten kann, so gehen sie in die folgenden über

$$(8) \quad \ldots\ldots \begin{cases} \varrho\cos\varphi = (\gamma+c)\cos\alpha - c\cos\frac{\gamma+c}{c}\alpha \\ \varrho\sin\varphi = (\gamma+c)\sin\alpha - c\sin\frac{\gamma+c}{c}\alpha \end{cases}$$

die einer Epicycloide angehören, deren Grundkreis wie im ersten Falle γ, aber deren Rollkreis c statt $\frac{1}{2}c$ zum Halbmesser hat. Die Grundkreise der Räderzähne fallen hier wieder mit den Theilkreisen zusammen.

Diese Art des Eingriffs ist bis auf die neuere Zeit in Thurmuhren und Mühlwerken, in Verbindung mit den sogenannten Laternengetrieben angewandt worden, nemlich mit Getrieben, die aus zwei kreisrunden Scheiben bestehen, zwischen welchen den Umkreisen so nahe wie möglich eine Anzahl cylindrischer Stäbe in einem Kreise befestigt sind. Da der Halbmesser dieser Stäbe immer im Vergleich zum Halbmesser des Getriebes, und also mehr noch im Vergleich zum Halbmesser des Rades sehr klein ist, und daher ihre Berührung mit den Radzähnen fast immer an demselben Punkt des Stabes statt findet, so setzt man in der Anwendung diesen Halbmesser, der in der vorstehenden Ableitung durch R repräsentirt worden ist, gleich

Null. Dieser Eingriff übt gleichwie der vorher betrachtete auf die Zapfenlager einen Seitendruck aus, und eine dadurch bewirkte Vergrösserung der Entfernung FG macht ihn auch unrichtig. Der Seitendruck ist hier indess immer kleiner wie im ersten Falle, da die Abweichung der Normale HJ von einer Senkrechten auf FG hier immer kleiner ist, wie dort. Eine Führung vor der Mittelpunktslinie kann hier gar nicht statt finden, indem auf der anderen Seite derselben keine Berührungen statt finden können. Die Figur 7, welche diesen Eingriff darstellt giebt dieses ohne Weiteres zu erkennen.

Betrachten wir wieder den Fall wo das Rad F in eine gezahnte Stange übergeht. Führen wir a statt α ein, indem wieder $\beta = 0$ gesetzt wird, so gehen die Gleichungen (8) zuerst auf ähnliche Art wie oben in die folgenden über,

$$u = -\gamma + (\gamma + c) \cos \frac{c}{\gamma} a - c \cos \frac{\gamma + c}{c} a$$

$$w = (\gamma + c) \sin \frac{c}{\gamma} a - c \sin \frac{\gamma + c}{c} a$$

und setzt man hierauf $\gamma = \infty$, so ergeben sich für die Zahncurve der Stange die folgenden,

$$u = c\,(1 - \cos a)$$

$$w = c\,(a - \sin a)$$

die einer Cycloide angehören, die auf der Linie yA von einem Kreise gebildet wird, dessen Halbmesser c ist.

Man kann diesen Eingriff mit dem vorhergehenden verbinden, indem man den Triebstecken nicht die kreiscylindrische, sondern die durch die Gleichungen (8) ausgedrückte epicycloidische Form giebt, und die sich in jenem Falle daran schliessende Hypocycloide oder radiale Grade weglässt. Wollte man hiebei vom Laternengetriebe abgehen, und statt dessen ein mit entsprechenden Zähnen versehenes Getriebe anwenden, so müsste man statt der radialen Linien, oder der Ebenen, concave beliebige Flächen anbringen um unregelmässige und nachtheilige Berührungen der Zähne mit einander zu vermeiden. Es tritt aber hier, wenigstens bei einem Getriebe von 8 oder weniger Zähnen, der Uebelstand ein, dass die Concavität der

Zähne so gross gemacht werden muss, dass sie ihre Haltbarkeit verlieren. Um dieses anschaulich zu machen, ist die Figur 8 entworfen worden, die einen solchen Eingriff für ein Rad mit 64 und ein Getriebe mit 8 Zähnen darstellt.

3ter Fall.

Die Bedingung, deren Folgerungen jetzt entwickelt werden sollen, soll die sein, dass während des ganzen Eingriffes der Zähne in einander der Winkel, den die Normale HJ mit der Graden FG der Fig. 2 macht, unveränderlich sei.

Sei der Winkel, den die gemeinschaftliche Tangente beider Zahncurven am Berührungspunkt h mit der Abscissenachse FG macht $-k$, und k unveränderlich, dann ist die vorgesetzte Bedingung erfüllt. Hiemit wird aber zufolge der Gleichung (4)

$$\operatorname{tg} k = \frac{dr \sin(a+v) + r dv \cos(a+v)}{dr \cos(a+v) - r dv \sin(a+v)}$$

oder nach einer leichten Reduction, und wenn man

$$k - a = s$$

macht,

$$(9) \; . \; . \; . \; . \; . \; dr \sin(s-v) - r dv \cos(s-v) = 0$$

Führt man auch in die Bedingungsgleichung (5) den Winkel k ein, so wird diese in Folge der vorstehenden zuerst

$$r dr = c'\{dr \cos(s-v) + r dv \sin(s-v)\}$$

wo

$$c' = c \cos k$$

ist. Zieht man aber aus (9) den Werth von $r dv$, und substituirt ihn in die vorstehende, so verschwindet dr, und man erhält,

$$(10) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; c' = r \cos(s-v)$$

Die Gleichungen (9) und (10) ergeben nun nach der Integration der ersteren die gesuchte Curve. Addirt man die Function $c'ds$ zu beiden Seiten der Gleichung (9), so wird diese in Folge der (10),

$$dr \sin(s-v) + r(ds - dv)\cos(s-v) = c'ds$$

und ist ein vollständiges Differential, dessen Integral

$$r \sin(s-v) = c's + l$$

ist, wo l die willkührliche Constante bezeichnet. Um diese zu bestimmen wollen wir den Fall betrachten, wo der Berührungspunkt h in dem Punkt J der Figur 2 liegt. Da $GJ = c'$ ist, so ist hier $c' = r$ und da hier $v = 0$ gesetzt werden kann, so wird $s = 0$ und $l = 0$. Die Gleichungen unserer Curve sind also

$$r \sin(s - v) = c's$$
$$r \cos(s - v) = c'$$

oder nach einer leichten Umformung

$$\left.\begin{aligned} r \cos v &= c' \cos s + c's \sin s \\ r \sin v &= c' \sin s - c's \cos s \end{aligned}\right\} \ldots\ldots \quad (11)$$

und gehören, zufolge des Vorhergehenden einer Kreisevolvente an, die von einem Kreise des Halbmessers c' gebildet wird, und wo der abgewickelte Bogen $c's$ ist. Die Zahncurve ghk ist jetzt diese Kreisevolvente. Man kann schon hieraus schliessen, dass die Zahncurve fhi des Rades F eine analoge Form erhalten wird, es soll dieses aber hier durch die Grundgleichungen entwickelt werden. Da $s = k - a$ ist, so geben die (11) durch eine leichte Umformung

$$r \cos(a + \alpha + v) = c' \cos(k + \alpha) + c'(k - a) \sin(k + \alpha)$$
$$r \sin(a + \alpha + v) = c' \sin(k + \alpha) - c'(k - a) \cos(k + \alpha)$$

woraus durch die Substitution in die (3) die folgenden hervorgehen,

$$\varrho \cos \varphi = (\gamma + c) \cos \alpha - c' \cos(k + \alpha) - c'(k - a) \sin(k + \alpha)$$
$$\varrho \sin \varphi = (\gamma + c) \sin \alpha - c' \sin(k + \alpha) + c'(k - a) \cos(k + \alpha)$$

Da identisch

$$\cos \alpha = \cos k \cos(k + \alpha) + \sin k \sin(k + \alpha)$$
$$\sin \alpha = \cos k \sin(k + \alpha) - \sin k \cos(k + \alpha)$$

ist, so gehen diese Gleichungen zuerst in die folgenden über

$$\varrho \cos \varphi = \gamma' \cos(k + \alpha) + \{(\gamma + c) \sin k - c'(k - a)\} \sin(k + \alpha)$$
$$\varrho \sin \varphi = \gamma' \sin(k + \alpha) - \{(\gamma + c) \sin k - c'(k - \alpha)\} \cos(k + \alpha)$$

wo

$$\gamma' = \gamma \cos k$$

ist. Setzt man nun

$$k + \alpha = \sigma$$
$$(\gamma + c) \sin k - c'(k - a) = \gamma'(k + \alpha)$$

so ergiebt sich aus der letzten Gleichung, wenn a durch die (1) eliminirt wird

$$(12) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \beta = \frac{\gamma + c}{\gamma}(\operatorname{tg} k - k)$$

welche Gleichung statthaft ist, da β dadurch einen unveränderlichen Werth bekommt. Die obigen Gleichungen werden aber nun

$$(13) \quad \ldots\ldots \quad \begin{cases} \varrho \cos \varphi = \gamma' \cos \sigma + \gamma' \sigma \sin \sigma \\ \varrho \sin \varphi = \gamma' \sin \sigma - \gamma' \sigma \cos \sigma \end{cases}$$

oder mit Worten, die Zahncurve fhi des Rades F wird auch eine Kreisevolvente, aber auf einem Kreise dessen Halbmesser γ', und dessen abgewickelter Bogen $\gamma'\sigma$ ist. Aus dem Vorstehenden folgt ferner, dass

$$\frac{\gamma'}{c'} = \frac{\gamma}{c}$$

oder die Halbmesser der Grundkreise der Zähnecurven, die jetzt von den Theilkreisen verschieden sind, verhalten sich zu einander wie die Halbmesser der Theilkreise, sie fallen nur mit diesen zusammen, wenn $k = 0$ ist, welcher Fall aber, wie weiter unten gezeigt werden wird, in der Anwendung ausgeschlossen werden muss.

Bei diesem Eingriff ist zu bemerken, dass es auf jeder Seite der Mittelpunktslinie FG einen Punkt giebt, wo er aufhört anwendbar zu sein, während er theoretisch betrachtet in grösserer Ausdehnung richtig ist. Nehmen wir die Bewegung der beiden Räder in dem Sinne an, dass a und α wachsen, so wird zwar wegen $\sigma = k + \alpha$ der Bogen σ stets fortfahren zu wachsen, allein wegen $s = k - a$ wird s abnehmen, und für $a = k$ wird $s = 0$. Die Berührung der Zähne wird nun am Anfangspunkt der Kreisevolvente des Rades G, das ist am Umfange des Grundkreises c' stattfinden, und es ergiebt sich leicht, dass dieser Punkt mit dem Punkte J der Figur 2 identisch ist. Lässt man nun α noch mehr wachsen, so wird s negativ, und die neuen Berührungspunkte der Zähne finden auf der concaven Seite eines neuen Zweiges der Kreisevolvente statt, die denselben Anfangspunkt, aber eine entgegengesetzte Lage hat, wie jene. Theoretisch bleibt also auch der Eingriff richtig, wenn $a > k$ wird, aber er wird praktisch unmöglich, weil die zweite Kreisevolvente zugleich mit der ersten nicht ausgeführt werden kann.

Nehmen wir nun die Bewegungen der Räder in entgegengesetzter Richtung an, so werden wenn der Berührungspunkt der Zähne auf der entgegengesetzten Seite der Graden FG zu liegen kommt, a und α negativ, schreibt man um diese wieder positiv annehmen zu können, $-a$ statt a und $-\alpha$ statt α in die Gleichungen, so erhält man $s = k + a$, $\sigma = k - \alpha$, und wenn die Berührung der Zähne bis zum Punkt H der Figur gelangt ist, so wird $\sigma = 0$. Von da an weiter treten nun in Bezug auf das Rad F dieselben Umstände ein, die oben für das Rad G erklärt wurden. Die in Rede stehende Gattung von Eingriff kann also, wenn von jedem Rade nur Ein Zahn betrachtet wird, blos so lange in der Anwendung richtig sein, als der Berührungspunkt dieser beiden Zähne zwischen den Punkten H und J, diese eingeschlossen, statt findet. Um einen fortwährend richtigen Eingriff zu erhalten, muss man die Anzahl der Zähne so gross machen, dass ehe die Berührung Eines Paares von Zähnen die eben bestimmten Grenzen erreicht, wenigstens Ein zweites Paar in Wirksamkeit tritt.

Die Winkelbewegung, die jedes Rad während der praktisch richtigen Wirkung Eines Zähnepaares beschreibt, lässt sich auf folgende Weise finden. Substituirt man den Ausdruck (12) für β in die Gleichung (1), so wird

$$a = \frac{\gamma}{c}\alpha - \frac{\gamma + c}{c}(\operatorname{tg} k - k)$$

Setzt man nun $a = k$, so ergiebt sich

$$\alpha = \frac{\gamma + c}{\gamma}\operatorname{tg} k - k$$

und setzt man $\alpha = -k$, so erhält man

$$a = -\frac{\gamma + c}{c}\operatorname{tg} k + k$$

aus diesen Gleichungen folgt, dass während der praktisch richtigen Wirksamkeit Eines Zähnepaares das Rad G

den Winkel $\frac{\gamma + c}{c}\operatorname{tg} k$

und das Rad F

den Winkel $\frac{\gamma + c}{\gamma}\operatorname{tg} k$

beschreibt. Wenn γ und c verschieden sind, so werden diese Winkel von den Graden FG in zwei ungleiche Theile getheilt,

auf der einen Seite derselben, und zwar für jedes Rad auf verschiedenen Seiten, liegt der Winkel k, und auf der anderen der Unterschied zwischen k und den vorstehenden Ausdrücken der ganzen Winkel. Man erkennt aus den vorstehenden Ausdrücken, dass der Winkel des praktisch richtigen Eingriffs mit k zu- und abnimmt, und dass, wenn $k = 0$ wird, der Eingriff nur in einem Punkt, und zwar im Punkt A der Figur richtig ist. In diesem Falle würden die Radien der Grundkreise, c' und γ', denen der Theilkreise, c und γ, gleich werden, und jene Kreise würden sich wie diese berühren. Es folgt hieraus, dass man bei der Anwendung dieses Eingriffs den Rädern nie eine solche Stellung geben darf, dass die Grundkreise einander berühren. Sonst ist die Entfernung FG eines grossen Spielraums fähig, ohne dass der Eingriff unrichtig wird, denn die Figur der Zähne ist von dieser Entfernung unabhängig. Ein mit der Zeit vorkommendes Auslaufen der Zapfenlöcher macht diesen Eingriff also nicht unrichtig, und hierin liegt ein grosser Vorzug vor den vorher betrachteten Eingriffen, bei welchen eine kleine Veränderung in der Entfernung FG den Eingriff schon merklich unrichtig macht. Ein anderer Vorzug liegt darin, dass man in Ein gegebenes Rad so viele andere von verschiedenen Halbmessern, wie man will, eingreifen lassen kann, und immer richtige Eingriffe erhält. Dieses hat seinen Grund darin, dass die Radzähne von den Dimensionen des anderen Rades unabhängig sind, welches in den beiden vorher betrachteten Fällen nicht statt findet, vielmehr dort jede Zahncurve vom Halbmesser beider Räder abhängig ist, und also Ein gegebenes Rad nur mit einem Einzigen anderen Rade einen richtigen Eingriff bilden kann. Endlich ist noch als Vorzug des jetzt in Rede stehenden Eingriffs, den man den Evolventeneingriff zu nennen pflegt, hervor zu heben, dass, wenigstens im Grossen, die Kreisevolvente mit grosser Leichtigkeit genau construirt werden kann.

Da, wie oben gezeigt worden ist, der Winkel des praktisch richtigen Eingriffs mit dem Winkel k wächst, so könnte es scheinen, dass es am Vortheilhaftesten wäre, k so gross zu machen wie überhaupt möglich ist, allein dem ist nicht so, es giebt vielmehr eine Grenze über welche hinaus man k nicht annehmen darf. Der Evolventeneingriff hat mit den Epicycloideneingriffen die Eigenschaft gemein, dass er auf die Zapfen-

löcher einen Seitendruck verursacht, und je grösser man k macht, desto grösser wird dieser Seitendruck. Bei fortwährender Vergrösserung von k muss man daher auf einen so grossen Seitendruck kommen, dass die Reibung der Zähne auf einander und die Reibung der Zapfen in den Zapfenlöchern eine schädliche Grösse erreicht, und man darf daher k nicht so gross machen, dass dieser Umstand eintritt. Soviel mir bekannt ist, macht man gewöhnlich $k = 15^0$. Der Evolventeneingriff wird in der neueren Zeit beim Maschinenbau — folglich auch beim Mühlenbau — angewandt.

Um die Figur der Zähne beim Evolventeneingriff anschaulich zu machen, dienen die Figuren 9 und 10, und zwar sind hier wieder die kritischen Fälle gezeichnet, in welchen das eine Rad eine geringe Anzahl von Zähnen hat. In der Figur 9 hat das grosse Rad 80 und das kleine, oder das Getriebe 10 Zähne, in der Figur 10 sind die Zähnezahlen 64 und 8. In beiden Figuren sind dieselben Bezeichnungen angewandt, und der Winkel $k = 15^0$ angenommen. de ist die Mittelpunktslinie, ac die gemeinschaftliche Normale an den Berührungspunkten, die in den Figuren a und b sind. Diese sind so gezeichnet, dass a an der Grenze der praktischen Richtigkeit des Eingriffs liegt. Der Grundkreis des kleinen Rades geht daher durch die Punkte a und h, der des grossen Rades durch f und g. Die Concavitäten hi und ak der Zähne des kleinen Rades sind angebracht um unregelmässige und schädliche Berührungen zu vermeiden, wenn die Zähne sich in einer Stellung befinden, die die Grenze der praktischen Richtigkeit des Eingriffs überschreitet. Bei dem Getriebe von 10 Zähnen haben die Zähne des grossen Rades bis an den Grundkreis fortgeführt werden müssen, bei dem von 8 Zähnen sogar etwas in den Grundkreis hinein, welches unnöthig wird wenn das kleine Rad mehr Zähne hat, wie hier angenommen worden ist. In den meisten Fällen die vorkommen hat jedes der beiden Räder weit mehr wie zehn Zähne, und dann brauchen diese nicht bis auf den Grundkreis fortgeführt zu werden, die Berührungen der Zähne erstrecken sich dann lange nicht bis zu dem Punkt, wo die praktische Brauchbarkeit des Eingriffs aufhört. Man unterscheidet dann oft einen dritten Kreis, den man den Fusskreis zu nennen pflegt, es ist dies der Kreis der die Grundflächen in den Oeffnungen zwischen den Zähnen bildet. Ich habe nicht für nothwendig gehalten für diese

Fälle eine besondere Figur zu zeichnen, und erwähne blos dass die Zähne beider Räder eine solche Form annehmen, wie bei den grossen Rädern der Figuren. Bei Getrieben von nicht mehr Zähnen, wie in den beiden Figuren, kann die Führung vor der Mittelpunktslinie nicht vermieden werden, wenn das grosse Rad das kleine führen soll, allein diese Führung hat hier lange nicht den nachtheiligen Einfluss wie beim Epicycloideneingriff, indem hier bei einer mit der Zeit entstehenden Vergrösserung des Abstandes der Mittelpunkte der Räder von einander der Eingriff richtig bleibt. Wenn das grosse Rad vom kleinen geführt wird, so fällt der grösste Theil der Führung in unseren Beispielen nach dem Durchgange durch die Mittelpunktslinie.

Die oben erhaltenen Gleichungen der Kreisevolvente, welche die rechtwinklichen Coordinaten derselben ausdrücken, sind zwar sehr einfach, allein man kann die Polarcoordinaten derselben auch sehr einfach ausdrücken, und kommt unmittelbar auf die Ausdrücke derselben, wenn man die Gleichung (9) auf andere Art integrirt, wie oben geschehen ist. Ich werde diese Integration hier einschalten. Die Gleichung (10) giebt

$$\cos(s-v) = \frac{c'}{r}, \quad \sin(s-v) = \frac{\sqrt{r^2-c'^2}}{r}$$

eliminirt man hiemit $s-v$ aus (9), so bekommt man

$$c'dv = \frac{\sqrt{r^2-c'^2}}{r}dr$$

Sei um diesen Ausdruck rational zu machen

$$z^2 = r^2 - c'^2$$

so giebt die Substitution

$$c'dv = \frac{z^2dz}{z^2+c'^2} = dz - \frac{c'^2dz}{z^2+c'^2}$$

wovon das Integral

$$c'dv + l = z - c' \operatorname{arc\,tg} \frac{z}{c'}$$

ist, wenn l die willkührliche Constante bedeutet. Führt man wieder r statt z ein, und wählt wieder den Anfangspunkt von v so, dass $v=0$ wird, wenn $r=c'$ ist, so geht dieses Integral über in

$$c'v = \sqrt{r^2-c'^2} - c' \operatorname{arc\,tg} \frac{\sqrt{r^2-c'^2}}{c'}$$

oder

$$\sqrt{r^2-c'^2} = c' \operatorname{tg}\left(\frac{\sqrt{r^2-c'^2}}{c'} - v\right)$$

Setzt man nun

$$\frac{c'}{r} = \cos p$$

so wird

$$\frac{\sqrt{r'^2-c^2}}{c'} = \operatorname{tg} p$$

und die vorstehende Gleichung geht über in

$$p = \operatorname{tg} p - v$$

Da ausserdem $r = c' \sec p$ wird, so wird unser Integral

$$r = c' \sec p$$
$$v = \operatorname{tg} p - p$$

und diese sind auch die Gleichungen der Evolvente des Kreises, welcher c' zum Halbmesser hat. Um dieses zu zeigen, sei $\operatorname{tg} p = s$, dann geben die vorstehenden Gleichungen zuerst

$$r = c' \sqrt{1+s^2}$$
$$\operatorname{tg}(s-v) = s$$

woraus zuerst

$$\sin(s-v) = \frac{s}{\sqrt{1+s^2}}, \quad \cos(s-v) = \frac{1}{\sqrt{1+s^2}}$$

und dann

$$r \sin(s-v) = c's$$
$$r \cos(s-v) = c'$$

deren Identität mit den (11) schon oben gezeigt wurde. Ich bemerke noch, dass diesem zufolge auch die oben erhaltene Gleichung

$$v = \frac{\sqrt{r^2-c'^2}}{c'} - \operatorname{arc\,tg} \frac{\sqrt{r^2-c'^2}}{c'}$$

die Gleichung der Kreisevolvente ist, die die Relation zwischen den Polarcoordinaten v und r unmittelbar, und ohne Anwendung einer dritten Veränderlichen giebt. Kehren wir nach dieser Digression über die Gleichung der Kreisevolvente zu unserm Thema zurück.

Suchen wir jetzt die Figur der Zähne einer gezahnten Stange, die unter der Bedingung dass k unveränderlich sei, in ein Rad G eingreifen soll. Man kann die Figur dieser Zähne in diesem Falle nicht dadurch finden, dass man, wie in den vorhergehenden Fällen, γ oder γ' unendlich gross macht, weil der Begriff der Evolvente nicht auf eine Grade als Grundcurve angewandt werden kann, indem hier eine Abwickelung unmöglich ist. Man muss daher hier wieder von den Grundsätzen der allgemeinen Aufgabe ausgehen. Sei daher in der Figur 2 yA eine auf der gezahnten Stange, die in das Rad G eingreifen soll, parallel mit den Kanten derselben gezogene Grade, und die Richtung der Bewegung die dieser Graden. Da nun die Zahncurve immer auf der Graden JH senkrecht stehen muss, und JH in unserem Falle gegen yA eine unveränderliche Lage hat, und mit ihr den Winkel $90^0 - k$ macht, so folgt sogleich, dass die Zahncurve der Stange auch eine Grade sein muss, die mit ihr den Winkel k macht, und der Graden JG parallel ist. Die Figur 11 zeigt die Zähne der gezahnten Stange in der Voraussetzung dass $k = 15^0$.

Der Winkel des praktisch richtigen Eingriffs hat hier, wenn wir uns eine bestimmte Richtung der Bewegung denken z. B. von y nach A nur auf der einen Seite der Graden FG eine bestimmte Grenze, nemlich den Punkt J, oder den Punkt, wo die Kreisevolvente die die Zahncurve des Rades G bildet, ihren Anfang hat. Auf der anderen Seite der Graden FG ist mit bloser Anwendung desselben Zweiges der Kreisevolvente der Eingriff eines Paares von Zähnen unbegränzt richtig, und praktisch kann man ihn wenigstens Einen ganzen Umkreis des Rades hindurch richtig ausführen. Diese Eigenschaft macht es jetzt möglich den Fall $k = 0$, der bei dem Eingriff zweier Räder in einander ausgeschlossen werden müsste, mit Nutzen anwenden zu können. Ich nehme an, dass die Stange von dem Rade in der einen Richtung eine bestimmte Strecke fortgeführt, dann von demselben verlassen, und in der entgegengesetzten Richtung dieselbe Strecke von einer anderen Kraft, etwa durch ihr eigenes Gewicht, wodurch sie zur Stampfe wird, zurück geführt werden soll. Giebt man ihr nun in Beziehung auf das Rad eine solche Lage, dass die durch den äussersten Punkt ihrer Zähne gelegten, mit der Richtung ihrer Bewegung parallele Grade den Grundkreis c' berührt, dann ist $k = 0$, und wenn

man auf dem Rade nur Einen Zahn in der Kreisevolventenform anbringt, so kann man diesen durch den ganzen Umfang des Rades fortführen, und bewirkt dadurch, dass die Kraft, mit welcher die Stange vom Rade geführt wird, sich gleichförmig auf die Zeit eines Umlaufes desselben vertheilt, und bis auf den Augenblick, wo der Radzahn den Stangenzahn verlässt, gleichförmig bleibt. Giebt man dem Rade zwei Zähne, so kann jeder derselben bis auf den halben Umkreis fortgesetzt werden, u. s. w. ohne dass die Gleichförmigkeit der Kraft unterbrochen wird. Der erste Angriff des Radzahns auf den Stangenzahn muss erfolgen, wenn die durch den Endpunkt des Stangenzahns auf die Stange selbst gezogene Senkrechte durch den Mittelpunkt des Rades geht, oder darf wenigstens nicht früher erfolgen. Dieser Eingriff übt gar keinen Seitendruck auf die Stange aus, oder wenigstens keinen grösseren wie den, der durch die Reibung der beiden Zähne auf einander bewirkt wird, und diese Reibung kann man dadurch beträchtlich vermindern, dass man die Stange in ihrem Berührungspunkt mit dem Radzahn, welcher immer derselbe bleibt, mit einer Frictionsrolle versieht. Es ist unmöglich diese Wirkungen hervorzubringen, wenn der Stange gegen das Rad eine solche Lage gegeben wird, dass k nicht gleich Null wird.

Die Figur 12 stellt einen solchen Eingriff unter der Annahme dar dass man dem Rade nur Einen Zahn giebt. Die Fälle, in welchen dem letzteren mehrere Zähne gegeben werden, können leicht hiernach construirt werden. AB ist der Durchschnitt der Stange in der Ebene des Radzahns, CD die Ansicht derselben senkrecht auf den Radzahn, oder parallel mit der Welle des Rades. Der Berührungspunkt ist stets im Punkt a der Stange, und ab ist eine in der Stange angebrachte Oeffnung, um dem Radzahn Platz zum Durchgehen zu gewähren. C ist der Mittelpunkt des Rades, DE der Grundkreis der Kreisevolvente FGH, die während der Bewegung stets den Punkt a der Stange berührt. Die Frictionsrolle, deren Mittelpunkt sich in a befinden muss, ist in der Figur nicht gezeichnet worden.

4ter Fall.

Ich werde jetzt eine Gattung von Eingriff untersuchen, die die Eigenschaft besitzt, dass man bei einem Getriebe von 8 Zähnen, die Führung vor dem Durchgange durch die Mittelpunktslinie gänzlich vermeiden kann, ohne dass die Getriebzähne zu schwach werden.

Die Bedingung, die ich aufstelle ist, dass die Zähne des Rades F der Figur 2 einen, der Grösse und Lage nach weiter unten näher zu bestimmenden Kreisbogen bilden sollen, an welchen sich tangential eine nach dem Mittelpunkt des Rades gerichtete Grade anschliesst. Die Figur 13 stellt einen solchen Zahn vor. F ist der Mittelpunkt des Rades, FP eine Grade, die den Kreisbogen PQS, der seinen Mittelpunkt in U hat, im Punkte P berührt. Sei der Halbmesser QU dieses Kreises mit R bezeichnet, die Grade FU mit $\gamma + \zeta$, wo γ wie früher der Halbmesser des Theilkreises des Rades ist. Sei ferner $FQ = \varrho$, der Winkel $PFQ = \varphi$, $PFU = f$, $QUS = p$. Es geht nun leicht aus der Figur hervor, dass

$$(14) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad R = (\gamma + \zeta) \sin f$$

$$(15) \quad \ldots\ldots \quad \begin{cases} \varrho \sin(f - \varphi) = R \sin p \\ \varrho \cos(f - \varphi) = R \cos p + \gamma + \zeta \end{cases}$$

ist, woraus

$$\varrho \cos(a + \alpha - \varphi) = (\gamma + \zeta) \cos(a + \alpha - f) + R \cos(a + \alpha + p - f)$$
$$\varrho \sin(a + \alpha - \varphi) = (\gamma + \zeta) \sin(a + \alpha - f) + R \sin(a + \alpha + p - f)$$

folgt. Substituirt man diese in die beiden ersten der Gleichungen (6), so bekommt man

$$(16) \begin{cases} r \cos v = (c + \gamma) \cos a - (\gamma + \zeta) \cos(a + \alpha - f) - R \cos(a + \alpha + p - f \\ r \sin v = -(c + \gamma) \sin a + (\gamma + \zeta) \sin(a + \alpha - f) + R \sin(a + \alpha + p - f \end{cases}$$

Die Differentiation der Gleichungen (15) giebt

$$d\varrho = dp R \sin(f - p - \varphi)$$
$$\varrho d\varphi = - dp R \cos(f - p - \varphi)$$
$$\varrho d\varrho = - dp R (\gamma + \zeta) \sin p$$

und substituirt man diese in die letzte (6), so wird

$$(\gamma + \zeta) \sin p = \gamma \sin(\alpha - f + p)$$

wofür man auch schreiben kann,

$$\left.\begin{aligned}\lambda \sin p &= \gamma \sin(\alpha - f)\\ \lambda \cos p &= -\gamma \cos(\alpha - f) + \gamma + \zeta\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

indem durch die Elimination der Unbekannten λ aus diesen beiden Gleichungen sich eine Gleichung ergiebt, die leicht mit der vorhergehenden identisch gemacht werden kann. Die Gleichungen (14), (16), (17) bestimmen jetzt die Zahncurven des Rades G der Figur 2, nachdem die willkührlichen Grössen, die sie enthalten, bestimmt worden sind. Die Bedingungen, die ich hiefür aufstellen werde, sollen die sein, dass für einen gewissen Werth von a, den ich mit a_1 bezeichnen will

$$r \cos v = c, \text{ und } r \sin v = 0$$

werde. Bezeichnet man den zu a_1 gehörigen Werth von α mit α_1, so wird also gleichzeitig

$$c = (c+\gamma) \cos a_1 - (\gamma+\zeta) \cos(a_1+\alpha_1-f) - R \cos(a_1+\alpha_1+p-f)$$
$$0 = (c+\gamma) \sin a_1 - (\gamma+\zeta) \sin(a_1+\alpha_1-f) - R \sin(a_1+\alpha_1+p-f)$$

Die Gleichung (1) giebt aber, wenn man a_1 und α_1 darin setzt, und zur Abkürzung

$$\alpha_1' = \frac{c}{\gamma} a_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

macht,

$$\alpha_1 = \alpha_1' + \beta$$

und die vorstehenden Gleichungen werden dadurch

$$c = (c+\gamma) \cos a_1 - (\gamma+\zeta) \cos(a_1+\alpha_1'+\beta-f) - R \cos(a_1+\alpha_1'+p+\beta-f)$$
$$0 = (c+\gamma) \sin a_1 - (\gamma+\zeta) \sin(a_1+\alpha_1'+\beta-f) - R \sin(a_1+\alpha_1'+p+\beta-f)$$

Führt man dieselben Substitutionen in die Gleichungen (17) ein, so geben diese

$$\lambda \cos(a_1+\alpha_1'+p+\beta-f) = (\gamma+\zeta) \cos(a_1+\alpha_1'+\beta-f) - \gamma \cos a_1$$
$$\lambda \sin(a_1+\alpha_1'+p+\beta-f) = (\gamma+\zeta) \sin(a_1+\alpha_1'+\beta-f) - \gamma \sin a_1'$$

wodurch die vorstehenden Bedingungsgleichungen in

$$c = c \cos a_1 - (\lambda + R) \cos(a_1 + \alpha_1' + p + \beta - f)$$
$$0 = c \sin a_1 - (\lambda + R) \sin(a_1 + \alpha_1' + p + \beta - f)$$

übergehen. Aus diesen zieht man zuerst

$$= c(1 - \cos a_1) \sin(a_1+\alpha_1'+p+\beta-f) + c \sin a_1 \cos(a_1+\alpha_1'+p+\beta-f);$$
$$- c(1 - \cos a_1) \cos(a_1+\alpha_1'+p+\beta-f) + c \sin a_1 \sin(a_1+\alpha_1'+p+\beta-f)$$
$$= \lambda + R$$

die

$$p = 90^0 - \tfrac{1}{2}a_1 - \alpha_1' - \beta + f$$

$$\lambda + R = 2c\sin\tfrac{1}{2}a_1$$

geben. Ueberblickt man nun die Zahl der unabhängigen Gleichungen und Unbekannten, so zeigt sich dass jene fünf, und diese sechs ist, nemlich λ, p, β, R, f, ζ. Man kann daher eine der Unbekannten beliebig annehmen. Sei zuerst

$$\beta = f$$

dann wird

$$p = 90^0 - \tfrac{1}{2}a_1 + \alpha_1'$$

und ist dadurch schon völlig bestimmt. Die Gleichungen (17) geben nun durch die Division und nachdem die vorstehenden Werthe substituirt worden sind,

$$\zeta = 2\gamma\sin\tfrac{1}{2}\alpha_1'\frac{\sin(\frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{2}\alpha_1')}{\cos(\frac{1}{2}a_1 + \alpha_1')}$$

wodurch ζ bestimmt ist. Die (17) geben aber ferner

$$\lambda = (\gamma + \zeta)\cos p - \gamma\cos(p + \alpha_1')$$

$$= (\gamma + \zeta)\sin(\tfrac{1}{2}a_1 + \alpha_1') - \gamma\sin\tfrac{1}{2}a_1$$

also wird in Folge der obigen Gleichung für $\lambda + R$

$$R = (2c + \gamma)\sin\tfrac{1}{2}a_1 - (\gamma + \zeta)\sin(\tfrac{1}{2}a_1 + \alpha_1')$$

oder wenn man ζ eliminirt,

$$R = \frac{c\sin(a_1 + \alpha_1') - (c + \gamma)\sin\alpha_1'}{\cos(\frac{1}{2}a_1 + \alpha_1')}$$

endlich giebt die (14)

$$\sin f = \frac{R}{\gamma + \zeta}$$

womit alle Unbekannten bestimmt sind. Untersuchen wir den für R erhaltenen Ausdruck. Die Gleichung (18) giebt

$$c = (c + \gamma)\frac{\alpha_1'}{a_1 + \alpha_1'}$$

eliminirt man hiemit c aus dem Ausdruck für R, so ergiebt sich ein Ausdruck, der sich wie folgt stellen lässt,

$$R = \alpha_1'\frac{c + \gamma}{\cos(\frac{1}{2}a_1 + \alpha_1')}\left\{\frac{\sin(a_1 + \alpha_1')}{a_1 + \alpha_1'} - \frac{\sin\alpha_1'}{\alpha_1'}\right\}$$

Hier ist die Grösse innerhalb der Klammern offenbar immer negativ, und folglich wird R auch immer negativ, das heisst, der Kreisbogen am Ende des Radzahns bekommt eine entgegen-

gesetzte Lage, wie die in der Figur 13 angenommene, und bietet also den Zähnen des anderen Rades seine concave Seite dar. Dieser Eingriff ist also strenge genommen praktisch unmöglich. Aber wenn der grösste der Bögen a_1 und α_1' nur nicht allzu gross angenommen wird, so wird R immer sehr klein ausfallen, und könnte in der Anwendung ohne merklichen Fehler durch eine grade Linie, oder eine kleine Convexität ersetzt werden. Um zu zeigen wie klein R wird, nehme ich

$$\gamma = 248^{\text{mm}}, \quad c = 31^{\text{mm}}, \quad a_1 = 45^0, \quad \alpha_1' = 5^0\,37',5$$

an, womit die obige Formel

$$R = -\,3^{\text{mm}},84$$

giebt. Man braucht aber hiebei nicht stehen zu bleiben, denn da von unsern Unbekannten Eine willkührlich ist, so kann man R beliebig annehmen, und die obigen Gleichungen in dieser Annahme auflösen. Es ergiebt sich jetzt sogleich

$$\lambda = 2\,c \sin \tfrac{1}{2}\, a_1 - R \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (19)$$

wodurch λ gegeben ist. Setzt man nun zur Abkürzung

$$\beta' = \beta - f$$

und substituirt den hiemit sich ergebenden Ausdruck

$$p = 90^0 - (\tfrac{1}{2}\, a_1 + \alpha_1' + \beta')$$

in die (17), so erhält man zuerst

$$\begin{aligned} \lambda \cos (\tfrac{1}{2}\, a_1 + \alpha_1' + \beta') &= \quad \gamma \sin (\alpha_1' + \beta') \\ \lambda \sin (\tfrac{1}{2}\, a_1 + \alpha_1' + \beta') &= -\,\gamma \cos (\alpha_1' + \beta') + \gamma + \zeta \end{aligned}$$

die leicht in die folgenden verwandelt werden können,

$$\begin{aligned} (\gamma + \zeta) \sin (\alpha_1' + \beta') &= \quad \lambda \cos \tfrac{1}{2}\, a_1 \\ (\gamma + \zeta) \cos (\alpha_1' + \beta') &= \gamma + \lambda \sin \tfrac{1}{2}\, a_1 \end{aligned}$$

und schon zur Bestimmung von β' und ζ dienen können, nachdem λ vermittelst eines angenommenen Werthes von R aus (19) berechnet worden ist. Angemessener ist es jedoch β' und ζ aus den folgenden zu berechnen,

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} (\alpha_1' + \beta') &= \frac{\lambda \cos \tfrac{1}{2}\, a_1}{\gamma + \lambda \sin \tfrac{1}{2}\, a_1} \\ \zeta &= \frac{\lambda \sin \tfrac{1}{2}\, a_1 + 2\,\gamma \sin^2 \tfrac{1}{2} (\alpha_1' + \beta')}{\cos (\alpha_1' + \beta')} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \quad (20)$$

die leicht aus den vorhergehenden abzuleiten sind. Es wird hierauf

$$(21) \; \ldots\ldots \quad \sin f = \frac{R}{\gamma + \zeta}, \quad \beta = \beta' + f$$

womit wieder alle Unbekannten gegeben sind.

Setzt man in den eben abgeleiteten Formeln $R = 0$, so bekommt man einen Eingriff, bei welchem man die Führung mit Anwendung eines Getriebes von acht Zähnen gänzlich vom Durchgange durch die Mittelpunktslinie an verlegen kann, während die Zähne des Getriebes vollständige Stärke bekommen. Seien $R = 0$, und die übrigen Data wie oben, nemlich

$$\gamma = 248^{mm}, \quad c = 31^{mm}, \quad a_1 = 45^0, \quad \alpha_1' = 5^0\,37',5$$

wobei ich bemerke, dass der angenommene Werth von a_1 dem Winkel zwischen je zwei Zähnen eines Getriebes von acht Zähnen entspricht. Die obigen Ausdrücke geben nun, wenn man erwägt, dass hier wegen $R = 0$, auch $f = 0$ und $\beta' = \beta$ wird,

$$\lambda = 23^{mm},73, \quad \beta = -0^0\,45',1, \quad \zeta = 10^{mm},01$$

womit die Zahncurve des Getriebes zu berechnen ist. Die Gleichungen (16) dieser Curve werden jetzt, wenn man x für $r \cos v$, y für $r \sin v$, und allgemein

$$\alpha = \alpha' + \beta$$

setzt, wo $\alpha' = \frac{c}{\gamma} a$ ist,

$$(22) \; . \left\{ \begin{array}{l} x = \quad (c + \gamma) \cos a - (\gamma + \zeta) \cos (a + \alpha' + \beta) \\ y = -(c + \gamma) \sin a + (\gamma + \zeta) \sin (a + \alpha' + \beta) \end{array} \right.$$

Die Curve, die durch diese Gleichungen dargestellt wird, ist leicht mechanisch zu construiren, wie aus der Figur 14 hervorgeht. Sei $ApqA$ der Grundkreis und $BCDkB$ der Rollkreis, der Halbmesser $DG = c$, $FD = \gamma$, $BE = \zeta$, $EG = r$, der Winkel $AGE = v$, $AGF = a$, $CFG = \alpha'$, $CFB = \beta$ und C der Punkt, welcher mit A zusammenfällt, wenn der Rollkreis bis dahin gerollt wird, dass sein Mittelpunkt F auf der Graden HAG zu liegen kommt. Hiemit wird

$$CD = AD,$$

$$CD = \gamma\alpha', \quad AD = ca$$

folglich

$$\gamma\alpha' = ca$$

wie oben. Die Curve, die der Punkt E beschreibt, wenn der Rollkreis auf dem Grundkreise überhaupt gerollt wird, ist nun die durch die Gleichungen (22) dargestellte. Um dieses zu zeigen betrachte ich das Dreieck EFG, in welchem die Seiten $EF = \gamma + \zeta$, $FG = c + \gamma$, $EG = r$, und die Winkel $EFG = \alpha' + \beta$, $EGF = v + a$ sind. Die Trigonometrie giebt hiermit

$$r \sin (v + a) = (\gamma + \zeta) \sin (\alpha' + \beta)$$
$$r \cos (v + a) = (c + \gamma) - (\gamma + \zeta) \cos (\alpha' + \beta)$$

die durch eine leichte Transformation

$$r \cos v = (c + \gamma) \cos a - (\gamma + \zeta) \cos (a + \alpha' + \beta) = x$$
$$r \sin v = -(c + \gamma) \sin a + (\gamma + \zeta) \sin (a + \alpha' + \beta) = y$$

geben, die mit den (22) identisch sind. Verschafft man sich also zwei Kreiscylinderschnitte, den einen mit dem Halbmesser c, und den anderen mit γ, befestigt auf dem letztern eine Spitze, die so viel über den Umkreis hervorragt, wie der Werth von ζ beträgt, und rollt den letzteren Kreiscylinderschnitt auf den ersteren, so beschreibt die Spitze die Curve die durch die vorstehenden Gleichungen dargestellt wird. Ich werde hier die numerischen Werthe der Coordinaten einiger Punkte derselben angeben, die ich durch die vorstehenden Gleichungen berechnet habe, nemlich

x (mm)	y (mm)	für a
$x = 31.0$	$y = 0.0$	für $a = 45^0$
27.7	0.9	37
24.9	1.0	29
22.8	0.3	21
21.3	− 0.9	13
20.8	− 2.4	5

Nach diesen Zahlenangaben sind die Figuren 15 und 16 construirt, die ein Bild des in Rede stehenden Eingriffs in zwei verschiedenen Lagen der Zähne gegen einander geben. Die Figur der Zähne des Getriebes wird eine concave, die mit dem Endpunkt des Radius $\gamma + \zeta$ des Rades in Berührung tritt. In der Nähe der Mittelpunktslinie, wo die Ordinaten y, wie die vorstehenden Werthe zeigen, grosse negative Werthe bekommen, ist dieser Eingriff nicht praktisch ausführbar, aber man kann ihn dort durch einen kleinen epicycloidischen Bogen ergänzen, und so ist es in den genannten Figuren geschehen. Die

Ecke f eines jeden Radzahns ist die, die mit der obigen Curve in Berührung treten muss, und die Figur 15 stellt den Eingriff in dem Augenblick dar, wo die Berührung in der Mittelpunktslinie statt findet. Nun ist hier ohngefähr vom Punkte g an bis k die Curve so viel erweitert worden, dass in diesem Bereich gar keine Berührung mit f statt finden kann, und dagegen die Berührung in dem Punkte a, der beiden Theilkreisen angehört, statt findet, während zugleich die Ecke f des vorhergehenden Radzahn den Getriebzahn, mit welchem sie bis dahin in Berührung gewesen, zu verlassen im Begriff ist. Zu dem Ende ist der Punkt a des Rades so bestimmt worden, dass der Winkel, den die beiden Radien fh und ab am Mittelpunkt des Rades mit einander machen $= \beta$ ist. An a schliesst sich der kleine epicycloidische Bogen ac an, welcher γ zum Grundkreis und c zum Rollkreis hat, der Bogen cf ist willkührlich, der Bogen ga ist die obige Curve, und der Bogen ade ist wieder willkührlich. Während der Bewegung fährt die Ecke a des Getriebzahns zuerst fort den epicycloidischen Bogen ac zu berühren, bis die Stellung, die die Figur 16 zeigt, erreicht ist. In dieser Stellung ohngefähr fängt die Berührung der Kante f des Radzahns mit der Curve ga' an, während noch zugleich die Berührung auf der Epicycloide statt findet, die aber ohngefähr hier aufhört. In der Fortsetzung der Bewegung findet blos die Berührung des Punkts f mit der Curve ga' statt, bis das nächste Zähnepaar die Stellung erlangt hat, die die Figur 15 angiebt. Man sieht hieraus, dass die Führung vor der Mittelpunktslinie gänzlich vermieden ist, während alle Zähne hinreichende Stärke bekommen. Für kleine Räder möchte die Ausführung dieses Eingriffs Schwierigkeiten darbieten, für grosse Räder lässt er sich aber gut ausführen.

Es liessen sich aus diesen Formeln noch andere Arten von Eingriffen dadurch ableiten, dass man andere Bedingungsgleichungen aufstellte, diese sollen aber hier übergangen werden.

Wir kommen jetzt zu den Eingriffen zweier Räder in einander, die zwar wieder in Einer Ebene liegen, und von welchen das eine wieder an seinem äussern Rande mit Zähnen versehen ist, das andere hingegen an irgend einem darauf gezogenen

Kreise nach Innen verzahnt ist. Es versteht sich von selbst, dass dieses letztere Rad das grössere sein muss. Die Grundgleichungen bekommen nun zwar wieder im Allgemeinen dieselbe Form wie oben, in den algebraischen Zeichen tritt jedoch eine Verschiedenheit ein, und es wird daher anschaulicher sein diese von Neuem abzuleiten, und selbständlich weiter zu behandeln. Die Figur 17 stellt den jetzigen Fall dar, und alle darin vorkommenden Bezeichnungen sind dieselben wie in der Figur 2. Es ist ohne Weiteres klar, dass die Gleichung (1) dieselbe bleibt wie oben, und also jetzt wieder

$$ca = \gamma(\alpha - \beta) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

ist. Die Coordinaten des Berührungspunkts h bekommen jetzt die Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned} x &= c - r\cos(a - v) \\ y &= \phantom{c -{}} r\sin(a - v) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

und

$$\begin{aligned} x &= \gamma - \varrho\cos(\alpha - \varphi) \\ y &= \phantom{\gamma -{}} \varrho\sin(\alpha - \varphi) \end{aligned}$$

woraus

$$\left.\begin{aligned} \varrho\cos\varphi &= (\gamma - c)\cos\alpha + r\cos(a - \alpha - v) \\ \varrho\sin\varphi &= (\gamma - c)\sin\alpha - r\sin(a - \alpha - v) \end{aligned}\right\} \quad . \quad (25)$$

folgt. Für die trigonometrische Tangente des Winkels, den die gemeinschaftliche geometrische Tangente am Berührungspunkt h mit der x Achse macht, bekommt man nun

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{dr\sin(a - v) - r\,dv\cos(a - v)}{dr\cos(a - v) + r\,dv\sin(a - v)} \quad \ldots \quad (26)$$

und da die Gleichung

$$0 = x + y\frac{dy}{dx}$$

unverändert bleibt, so wird die Bedingungsgleichung (5)

$$r\,dr = c\,dr\cos(a - v) + c\,r\,dv\sin(a - v) \quad . \, . \quad (27)$$

Es muss hieran eine neue Entwickelung der verschiedenen Fälle geknüpft werden, die aber kurz gehalten werden kann, weil der Gang derselben derselbe ist wie vorher.

1ster Fall.

Sei um ferner noch abzukürzen sogleich Bedingung, dass die Grade, die die Zahncurve *ghi* darstellt, durch den Mittelpunkt G gehe.

Es wird jetzt $v = 0$, $dv = 0$ und hiemit geht die Bedingungsgleichung (27) über in

$$r = c \cos a$$

Substituirt man diese Gleichungen in die (25), so ergiebt sich

$$\varrho \cos \varphi = (\gamma - \tfrac{1}{2} c) \cos \alpha + \tfrac{1}{2} c \cos (2a - \alpha)$$
$$\varrho \sin \varphi = (\gamma - \tfrac{1}{2} c) \sin \alpha - \tfrac{1}{2} c \sin (2a - \alpha)$$

und eliminirt man a durch die (23), wobei man zugleich $\beta = 0$ setzen darf, so werden die Gleichungen der Zahncurve *fhk*

$$\varrho \cos \varphi = (\gamma - \tfrac{1}{2} c) \cos \alpha + \tfrac{1}{2} c \cos \frac{2\gamma - c}{c} \alpha$$

$$\varrho \sin \varphi = (\gamma - \tfrac{1}{2} c) \sin \alpha - \tfrac{1}{2} c \sin \frac{2\gamma - c}{c} \alpha$$

Diese Gleichungen gehören einer Hypocycloide an, deren Grundkreis γ, und deren Rollkreis $\tfrac{1}{2} c$ zum Halbmesser hat. Die angenommene Grade kann wieder als Hypocycloide definirt werden, deren Grundkreis c, und deren Rollkreis $\tfrac{1}{2} c$ zum Halbmesser hat. Gehen wir nun zum Eingriff auf der anderen Seite der Graden FG über, so bekommen wir für die Zähne des Rades G dieselbe Epicycloide wieder, die eben gefunden wurde, und der entsprechende Theil der Zähne des Rades F werden wieder radiale Grade, die hier aber nicht als Hypocycloiden definirt werden können, da sie sich an die Hypocycloide, die eben gefunden wurde in der Richtung nach aussen anschliesst. Die Grundkreise fallen hier wieder mit den Theilkreisen zusammen.

2ter Fall.

Hier soll um wieder abzukürzen, sogleich angenommen werden, dass die Zahncurve *ghi* in einen auf dem Theilkreise des Rades G liegenden Punkt übergeht.

Es wird nun $v = 0$, $dv = 0$, $dr = 0$, $r = c$, und die

Bedingungsgleichung (27) wird identisch Null. Setzt man diese Gleichungen in die (25), so entsteht

$$\varrho \cos \varphi = (\gamma - c) \cos \alpha + c \cos (a - \alpha)$$
$$\varrho \sin \varphi = (\gamma - c) \sin \alpha - c \sin (a - \alpha)$$

und wenn man a durch die (23) eliminirt, wobei wieder $\beta = 0$ gesetzt werden darf,

$$\varrho \cos \varphi = (\gamma - c) \cos \alpha + c \cos \frac{\gamma - c}{c} \alpha$$

$$\varrho \sin \varphi = (\gamma - c) \sin \alpha - c \sin \frac{\gamma - c}{c} \alpha$$

welches die Gleichungen einer Hypocycloide sind, deren Grundkreis γ, und deren Rollkreis c ist. Diese Form muss jetzt die Zahncurve fhi des Rades F bekommen. Der Eingriff auf der anderen Seite der Graden FG findet wieder aus demselben Grunde wie oben nicht statt.

3ter Fall.

Die Bedingung ist grade so wie oben in demselben Falle. Da nun wieder $\frac{dy}{dx} = - \operatorname{tg} k$ ist, so wird die (26)

$$dr \sin (s + v) + r dv \cos (s + v) = 0$$

wo wieder $k - a = s$, und hiemit erhält man aus der (27) auf dieselbe Art wie oben

$$c' = r \cos (s + v)$$

wo wieder $c' = c \cos k$ ist. Diese beiden Gleichungen werden mit den (9) und (10) identisch wenn man darin $-v$ statt v schreibt, und nach der Integration muss man daher den (11) analog erhalten,

$$r \cos v = c' \cos s + c's \sin s$$
$$- r \sin v = c' \sin s - c's \cos s$$

Die Zahncurve ghi ist also wieder dieselbe Kreisevolvente wie oben, nur hat sie in Bezug auf den Winkel v die entgegengesetzte Lage. Die negative Ordinate $- r \sin v$ zeigt nemlich an, dass die Evolvente auf dem Grundkreise c' sich nach der Seite der negativen v hin erstreckt.



Die vorstehenden Gleichungen müssen nun in die (25) substituirt werden, und geben nachdem dieses geschehen ist zuerst

$$\varrho \cos \varphi = (\gamma - c) \cos \alpha + c' \cos (k - \alpha) + c'(k - a) \sin (k - \alpha)$$
$$\varrho \sin \varphi = (\gamma - c) \sin \alpha - c' \sin (k - \alpha) + c'(k - a) \cos (k - \alpha)$$

und verwandeln sich auf dieselbe Art wie oben in

$$\varrho \cos \varphi = \gamma' \cos (k - \alpha) + \{(\gamma - c) \sin k + c'(k - a)\} \sin (k - \alpha)$$
$$- \varrho \sin \varphi = \gamma' \sin (k - \alpha) - \{(\gamma - c) \sin k + c'(k - a)\} \cos (k - \alpha)$$

woraus, wenn man

$$(\gamma - c) \sin k + c' (k - a) = \gamma' (k - \alpha) = \gamma' \sigma$$

setzt

$$\varrho \cos \varphi = \gamma' \cos \sigma + \gamma' \sigma \sin \sigma$$
$$- \varrho \sin \varphi = \gamma' \sin \sigma - \gamma' \sigma \cos \sigma$$

und

$$\beta = \frac{\gamma - c}{\gamma} (\operatorname{tg} k - k) \ , \quad \sigma = k - \alpha$$

hervorgehen. Für die Zahncurve fhk haben wir also wieder eine Kreisevolvente auf dem Grundkreise γ' erhalten, und diese erstreckt sich in entgegengesetztem Sinne, wie der Winkel φ in der Figur. Betrachten wir diese Curven näher, so zeigt sich dass die convexe Seite der Evolvente des Rades G die concave Seite der Evolvente des Rades F berührt, und diese Berührungen finden auf der Graden JA zu beiden Seiten des Punkts A statt und dürfen in der Anwendung auf der einen Seite von A sich nur höchstens bis zum Punkt J erstrecken. Es fragt sich nun ob die Berührungen auf der concaven Seite der Evolvente auf dem Grundkreise γ' praktisch ausführbar sind, und hierüber muss die Grösse der Krümmungshalbmesser beider Kreisevolventen in den Berührungspunkten entscheiden. Wenn nemlich im Berührungspunkte der Krümmungshalbmesser der Kreisevolvente auf γ' immer grösser ist, wie der der Kreisevolvente auf c', so ist dieser Rädereingriff praktisch ausführbar, und wenn das Gegentheil statt findet, so ist er unausführbar. Nun ist jener Krümmungshalbmesser =

$$\gamma' \sigma = \gamma' (k - \alpha)$$

und dieser =

$$c' s = c' (k - a)$$

und es muss daher im Berührungspunkt

$$\gamma' (k - \alpha) > c' (k - a)$$

sein. Durch Zuziehung des eben erhaltenen Ausdrucks für β giebt die Gleichung (23)

$$c' a = \gamma' \alpha - (\gamma' - c') (\operatorname{tg} k - k)$$

und hiemit wird die eben gefundene Bedingungsgleichung zuerst

$$\gamma' k > c' k + (\gamma' - c') (\operatorname{tg} k - k)$$

oder nach einer leichten Reduction

$$2 (\gamma' - c') k > (\gamma' - c) \operatorname{tg} k$$

da aber hier immer $\gamma' > c'$ ist, so wird die Bedingung schliesslich

$$2 k > \operatorname{tg} k$$

und ist im ersten Quadranten von $k = 0$ bis nahe $k = 66^0 47'$, ausschliesslich, erfüllt. Die Zähne dieses Rades sind in der Figur 18 gezeichnet, in welcher die Bögen ab dem Umfange des Grundkreises angehören.

Bisher ist stets angenommen worden, dass beide Räder, die in einander greifen sollen, in Einer Ebene liegen, und folglich ihre Achsen einander parallel sind, aber es kommen häufige Fälle vor, wo dieses nicht der Fall ist, sondern diese beiden Achsen gegen einander geneigt sind. In dem Falle, in welchem die Achsen der beiden Räder einen rechten Winkel mit einander machen besteht der alte Gebrauch darin, das eine Rad auf seiner Ebene mit senkrecht darauf stehenden Zähnen zu versehen, während man das andere Rad ebenso einrichtet wie vorher beschrieben. Jene Räder nennt man Kamm- oder Kronräder. Da die Zähne dieser in dem Mantel eines Kreiscylinders liegend gedacht werden können, oder in der That in einem solchen angebracht worden sind, so bekommt man, wenn man diesen Mantel auf der Ebene abwickelt, in welcher das zweite Rad liegt, eine Stange die in das letztere eingreifen soll, und den Zähnen des Kron- oder Kammrades muss daher eine der Formen gegeben werden, die im Vorhergehenden für den richtigen Eingriff einer Stange in ein Rad entwickelt worden sind.

Theoretisch lässt sich hiegegen nichts einwenden, aber in



der Praxis tritt ein Uebelstand ein. Um von den Kräften, die auf die Räder einwirken, nicht sogleich zerstört werden zu können, muss jedes Rad eine gewisse Dicke haben, und nun ist leicht einzusehen, dass bei dem oben beschriebenen Eingriff die Seitenflächen irgend eines Zähnepaares sich nur in Einer Stellung während ihrer Wirkung auf einander in ihrer ganzen Ausdehnung berühren können, während in allen übrigen Stellungen nur die Kante des einen Zahns auf dem anderen anliegen kann. Wenn die Räder klein sind, und nur geringe Kräfte auf sie wirken, so hat man diesen Uebelstand nicht für so bedeutend gehalten um von dieser Art des Eingriffs abgehen zu müssen, aber wenn grosse Kräfte auf die Räder einwirken, so wird dadurch Reibung und Abnutzung so vergrössert, dass man in neuerer Zeit ihn verlassen, und den conischen Eingriff an seine Stelle gesetzt hat. Dieser soll jetzt untersucht werden.

Sei in der Figur 19 BC der Halbmesser des Theilkreises des einen, vorläufig als eben betrachteten, Rades und DBE dessen Achse, sei ferner CG der Halbmesser des Theilkreises des andern, auch vorläufig als eben betrachteten, Rades und GE dessen Achse. Diese beiden Achsen sollen in Einer Ebene liegen, verlängert sich im Punkt E schneiden, und den beliebigen Winkel BEG mit einander machen. Zieht man nun CE, und lässt diese Grade sich mit jedem Rade für sich um die Achsen drehen, so bekommt man zwei Kegeloberflächen $EABC$ und $ECGF$, die ihre gemeinschaftliche Spitze in E haben, und bei ihrer Drehung um ihre Achsen sich fortwährend längs der Graden CE in der Ebene der Figur berühren. Diese Drehungen können ferner so ausgeführt werden, dass die Kegeloberflächen immer auf einander rollen, und nie gleiten.

Legt man durch jede dieser beiden Kegeloberflächen eine beliebige Ebene, die auch durch den Punkt E geht, so ist ohne weiteren Beweis klar, dass diese beiden Ebenen sich immer in einer graden Linie schneiden, die auch durch den Punkt E geht. Bearbeitet man daher, bei irgend welcher übrigen Form der Zähne, die Seitenflächen dieser so, dass sie allenthalben von einer durch den Punkt E gelegten Ebene in ihrer ganzen Breite berührt werden, so ist es klar, dass diese Seitenflächen während der Bewegung der Räder einander immer in ihrer ganzen Breite in einer graden Linie berühren müssen, und der Uebelstand, den

die eben betrachtete Art des Eingriffes darbot, findet nicht mehr statt.

Die Regeln für die Form der Zähne bei diesem conischen Eingriff können nun leicht auf die für Räder, die in Einer Ebene liegen, hingeführt werden. Ziehen wir durch den Punkt C, und senkrecht auf EG die Grade DCH, und die Graden AD und FH, dann können die Dreiecke ADC und CHF wieder als die Projectionen von zwei Kegeloberflächen angesehen werden, welchen die gemeinschaftliche Tangente DH zukommt. Diese Kegeloberflächen kann man in der Ebene abwickeln, in welcher DH liegt, und der Kegel ADC wird sich daher in ein Kreissegment verwandeln, welches seinen Mittelpunkt in D, und den Halbmesser DC hat. Gleicherweise wird sich in derselben Ebene der Kegel CHF in ein Kreissegment verwandeln, welches seinen Mittelpunkt in H, und den Halbmesser CH hat. Diese beiden Kreissegmente werden sich im Punkt C berühren. Es ist nun ohne Weiteres klar, dass man die Zahncurven der conischen Räder AC und CF so bestimmen muss, als wären sie ebene Räder mit äusserem Eingriff, von welchen der Theilkreis des erstgenannten DC, und der des anderen CH zum Halbmesser hat.

Um DC und CH zu bestimmen, sei der gegebene Winkel zwischen den Achsen $BEG = q$, und die Winkel $BEC = p$, $CEG = p'$. Zieht man nun die Hülfslinie BG, und erwägt, dass im Viereck $CBEG$ bei B und G rechte Winkel sind, so folgt aus bekannten Sätzen, dass auch $BGC = p$ und $GBC = p'$ sind. Nennt man ferner die Halbmesser $BC = R$ und $CG = R'$, so giebt das Dreieck BCG

$$\operatorname{tg} P = \frac{R' - R}{R' + R} \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} q$$

und wenn hieraus P berechnet ist, wird

$$p = \tfrac{1}{2} q - P\,, \quad p' = \tfrac{1}{2} q + P$$

Sind p und p' erhalten, so wird

$$c = R \sec p\,, \quad \gamma = R' \sec p'$$

wenn man DC mit c, und CH mit γ bezeichnet. Mit diesen Werthen von c und γ als Halbmesser der Theilkreise müssen nun den obigen Entwickelungen gemäss die Zahncurven berechnet werden, aber um in jedem Rade gleiche Zahnweite zu

bekommen, müssen die Anzahl der Zähne der beiden Räder mit den Halbmessern R und R' in gradem Verhältnisse stehen.

Der conische Eingriff kommt am häufigsten bei einem rechten Winkel zwischen den Achsen der beiden Räder vor, und es sollen daher die Ausdrücke für diesen Fall aus den vorstehenden allgemeinen abgeleitet werden. Sei $q = 90^0$ dann findet man leicht

$$\operatorname{tg} p = \frac{R}{R'}, \quad p' = 90^0 - p$$

Hiemit werden also

$$c = \frac{R}{\cos p}, \quad \gamma = \frac{R'}{\sin p}$$

und bei der Anwendung des Evolventeneingriffs die Grundkreise c' und γ'

$$c' = R\frac{\cos k}{\cos p}, \quad \gamma' = R'\frac{\cos k}{\sin p}$$

wenn man k in derselben Bedeutung wie oben bei der Ableitung der Ausdrücke für den Evolventeneingriff nimmt. Machen nicht nur die Achsen der beiden Räder einen rechten Winkel mit einander, sondern sind die beiden Räder auch gleich gross, so geben die vorstehenden Ausdrücke

$$p = p' = 45^0$$

$$c = \gamma = \frac{R}{\cos 45^0}, \quad c' = \gamma' = R\frac{\cos k}{\cos 45^0}$$

und wenn man $k = 15^0$ setzt,

$$c' = \gamma' = R\,1.3660$$

Wenn also z. B. $R = 100$ Millimeter ist, so werden die Halbmesser der Grundkreise $c' = \gamma' = 136,6$ Millimeter.

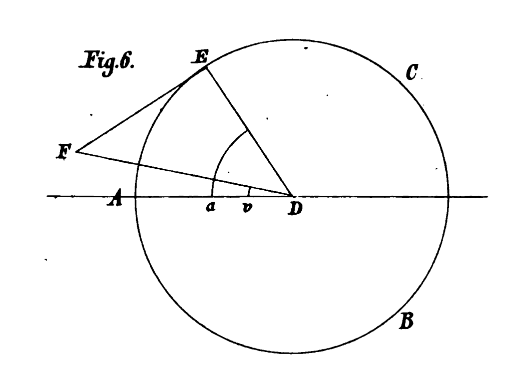
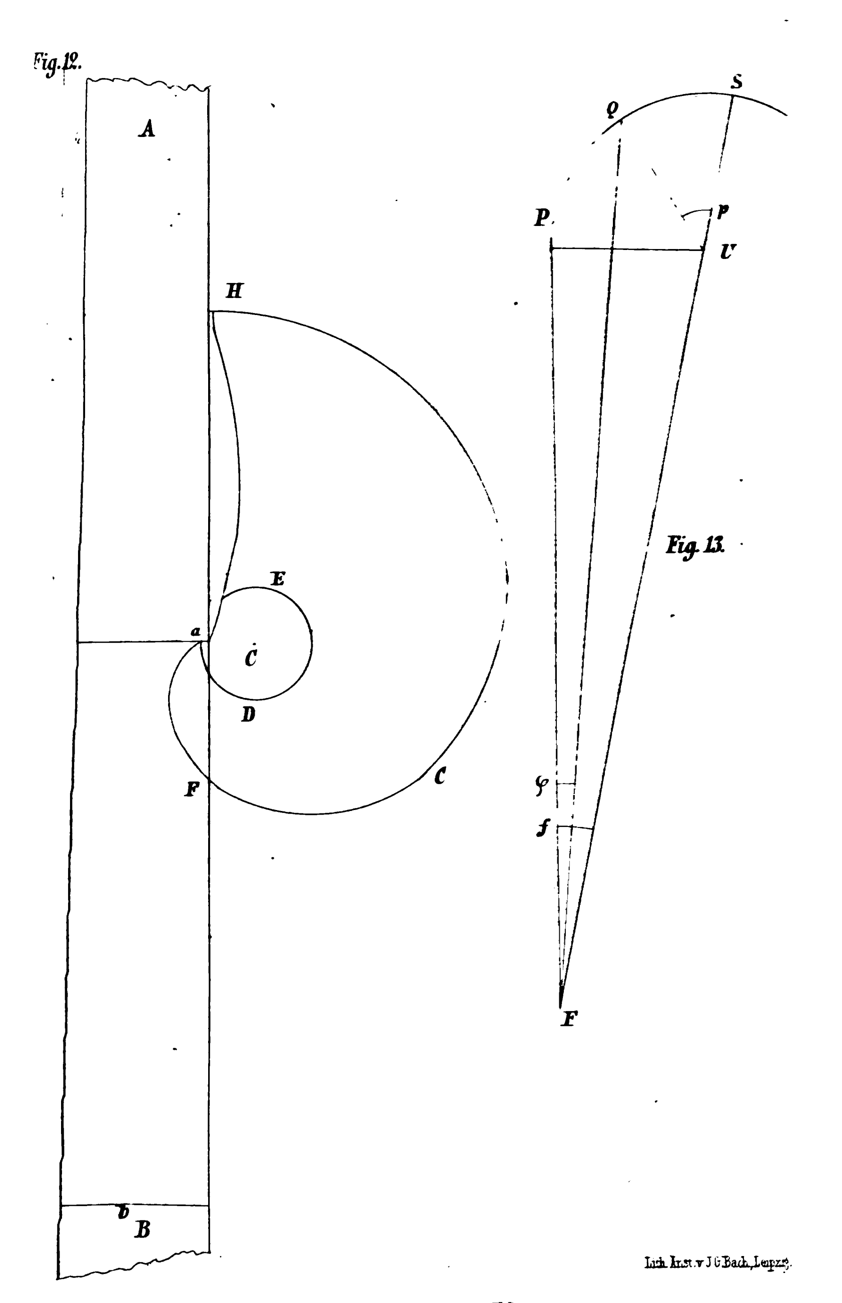


Fig. 5.

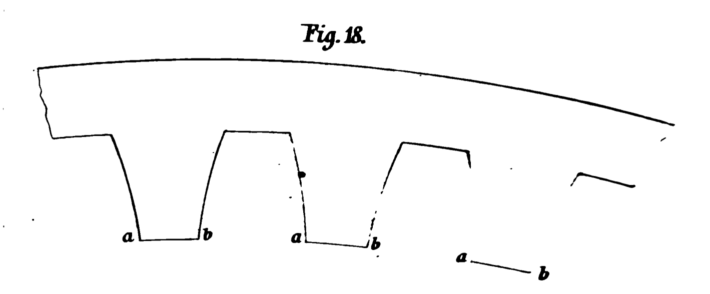
a

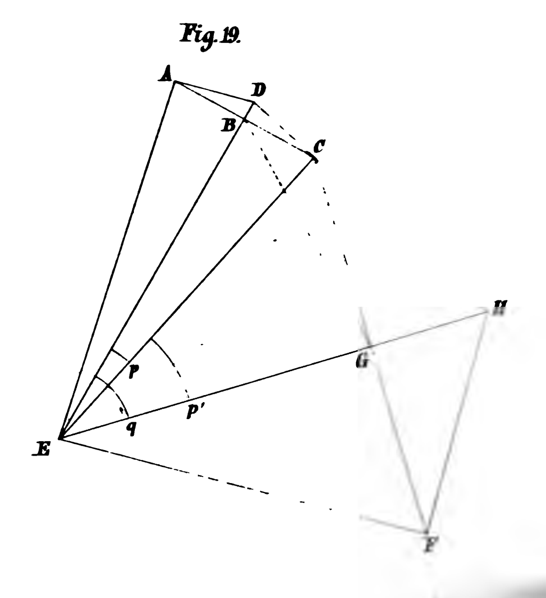
Fig. 7.



Lith. Inst. v. J. G. Bach, Leipzig.




Fig. 18.
a
b
a
b
a
b


Fig. 19.
A
D
B
C
H
G
p
p'
q
E
F



Dr. Dybkowsky, *über Aufsaugung und Absonderung der Pleurawand.* Aus dem physiologischen Institut. Vorgelegt durch das wirkl. Mitglied *C. Ludwig.*

(Mit einer Tafel in Farbendruck.)

Zur Anatomie der Pleura. Die anatomischen Schriftsteller glaubten bis dahin ein genügendes Bild von dem Bau der Pleura entworfen zu haben, wenn sie angaben, sie sei eine Bindegewebshaut, welche von Blut- und Lymphgefässen durchzogen und mit einem Platten-Epithelium bedeckt sei. So richtig diese Beschreibung ist, so wenig reicht sie aus. Hiervon musste ich mich überzeugen, als ich im Interesse der physiologischen Forschung die Pleura einer anatomischen Untersuchung unterwarf. Ich würde dieselbe nicht bis zu dem Puncte, bis zu welchem ich wirklich gelangt bin, geführt haben, wenn mir dabei die Unterstützung des Herrn Prof. Ludwig gefehlt hätte.

Nach den Ergebnissen, die ich später im Einzelnen schildern werde, sind die Blätter des Mittelfells ihrem Bau nach wesentlich verschieden von der Pleura der Brustwand, und die letztere ist wesentlich anders gebaut auf den Flächen, welche Muskeln und denen, welche die Knochenhaut überkleiden. Um die Beschreibung und das Verständniss des Baues zu erleichtern, will ich gleich eine Übersicht von der Structur der Intercostalpleura vorausschicken.

Sie besteht von der Pleurahöhle an gerechnet aus einem einschichtigen Epithelium, welches vielleicht zwei verschiedene Zellengattungen enthält. Zwischen den einzelnen Zellen dieser Deckhaut bleiben kleine Öffnungen, welche schon von v. Recklinghausen und Oedmansson erwähnt wurden; durch diese steht die Pleurahöhle mit den oberflächlichsten

Lymphgefässen in Verbindung. Unter dem Epithelium breitet sich eine sogenannte Grundhaut aus, welche aus zarten Bindegewebsträngen zu einem engmaschigen und zierlichen Netzwerk verflochten ist. Die Balken dieses Netzes sind von Zellen überzogen, welche sich unmittelbar in die aus Zellen hergestellten Wandungen der Lymphgefässanfänge anlehnen. Die Lymphgefässe ordnen sich zu Netzen an, die in einer doppelten Schicht liegen. Die oberflächlichste füllt die Lücken zwischen der Grundhaut aus und ihre Lichtungen sind von der Pleurahöhle nur durch das Epithelium getrennt. Nach der Muskelseite hin ruht das oberflächliche Lymphgefässnetz auf einer Schicht lockigen Bindegewebes, dessen Bündel parallel mit der Pleuraebene laufen. Jenseits dieses Bündels folgt nun die tiefere Lage von Lymphgefässnetzen; sie sind mit der oberflächlichen vielfach verbunden. Die Haut dieser Gefässe besteht wiederum aus Zellen. Noch weiter nach aussen folgt dann eine mehr oder weniger dichte Lage von Bindegewebe, welche in die fascia intercostalis übergeht. Die bis dahin geschilderten Gewebstücke werden in verschiedenen Höhen durchzogen von den weitmaschigen Netzen der Blutcapillaren. Im Wesentlichen begleiten die letztern die Lymphwege, wobei sie jedoch neben, niemals in der Lichtung der Lymphgefässe laufen. Ich gehe nun zu einer ausführlicheren Beschreibung der einzelnen Theile über.

a) Lymphgefässe. Den Verlauf dieser Gefässe habe ich an Injectionspräparaten studirt. Zur Darstellung derselben eignet sich vorzugsweise folgendes Verfahren:

Von der Leiche eines grösseren eben getödteten Hundes ziehe man die Brusthaut ab und entferne die obere Extremität sammt dem Schulterblatt. Darauf schneide man sich, wenn man z. B. auf der linken Seite injiciren will, die Rippenknorpel der rechten Seite durch und dann in der Nähe der Wirbelsäule die Rippen der linken Brust und endlich alle übrigen Weichtheile. An dem abgenommenen Wandstück präpariret man sich ein Fenster von etwa einem Zoll Länge durch Wegnahme der entsprechenden Stücke beider Intercostalmuskeln, jedoch so, dass Fascia und Pleura auf dem Grunde dieses Fensters unverletzt bleiben. In die durch den Muskelausschnitt entstandene Vertiefung giesst man einige Tropfen Eiweisslösung, und hebt die Fascia mit der Pinzette in der Nähe des vorderen Mus-

kelrandes vorsichtig empor. An der Stelle, wo man die Fascia emporgehoben, bohrt man sich darauf, mit einer gestielten und gekrümmten Sonde, die etwa die Dicke einer feinern Stopfnadel hat, eine Öffnung, bis möglichst nahe an die innere Oberfläche der Pleura. Diese letztere darf auf keinen Fall durchbrochen werden. Nachdem man die Sonde entfernt, hält man mit der Pinzette den Stichcanal offen und führt in ihn die feine schräg abgeschnittene, und wieder glatt geschliffene Spitze der Canülle eines Spritzchens von Pravatz ein. Dieses leichte Spritzchen muss schon die Injectionsmasse enthalten. Ist die Canülle eingesteckt, so klemmt man zwischen Daumen und Zeigefinger die Gewebsmassen von innen und von aussen an die Canülle an und drückt nun sanft den Stempel der Spritze vorwärts. An einem grossen Bruststück wird man öfter einen Gehilfen brauchen, da man begreiflich nicht im Stande ist, über den hintern Rand des Präparats her den Daumen derselben Hand bis zur Stichöffnung zu führen, mit deren Zeigefinger man das Fascialblatt an die Canülle drückt. Dieses gilt um so mehr, weil es rathsam ist, den Einstich höchstens einige Zoll entfernt vom knorplichen Rippenende anzubringen. Die Richtung, in welche man spritzt, wählt man am besten so, dass die Canüllenspritze nach dem Brustbein hinsieht. Verfährt man genau nach dieser Vorschrift und wendet man eine dünnflüssige Injectionsmasse z. B. eine bei gewöhnlicher Temperatur langsam gerinnende gefärbte Leimlösung, oder eine verdünnte Lösung von Kochsalz an, in dem ein sehr feiner Niederschlag von Berlinerblau schwebt, so wird man in der Regel mit Erfolg arbeiten. — Will man sich begnügen mit dem Anblick der Lymphgefässnetze, welche in der Pleura über dem starken musc. sternocostalis enthalten sind, so kann man auch einfacher so verfahren, dass man das schräg abgeschnittene Ende der feinen Stahlcanülle ganz oberflächlich von innen her unter die Pleura führt, und die Mündung des Stichcanals um die Canülle mit den Fingern zuklemmt. Andere zahlreiche Versuche, deren Beschreibung ich hier unterlasse, haben mir keine so sicheren Ergebnisse geliefert, als die eben beschriebenen Handgriffe. Überhaupt führen aber nur die Verfahrungsarten zum Ziel, bei welchen das Injectionsröhrchen die Masse von vorneherein in den Raum bringt, in welchen die Lymphgefässe selbst verlaufen. Gelangt sie ursprünglich zwischen die Fascia

und die Lymphgefässe, so werden die letzteren alsbald zugedrückt; ist dies geschehen, so kann man im günstigsten Falle wohl ein grösseres Lymphstämmchen füllen, niemals aber ein Endnetz.

Die Endnetze der Lymphgefässe sind aus einem Röhrensystem dargestellt, das mancherlei Analogien mit demjenigen bietet, welches nach Auerbach zwischen den Muskeln des Darmrohrs läuft und das auch mit dem vielfache Ähnlichkeit hat, welches nach Tomsa und Ludwig in der Serosa des Hodens vorkommt. Die Wandungen desselben sind aus den Zellen zusammengesetzt, welche, wie wir seit v. Recklinghausen wissen, die Lymphcapillaren umgrenzen. Das Lumen der oberflächlichen Lage von Lymphcapillaren steht auf eine Weise, die ich noch weiter beschreiben werde, mit der Pleurahöhle in Verbindung. Mit Ausnahme dieser Communication öffnet sich die Lymphcapillare nur gegen die Lymphstämme, nirgends aber steht sie mit den Spalträumen des Bindegewebes, den sogenannten Saftcanälchen, in Communication. Auf diesen letzteren Punct habe ich ganz vorzugsweise meine Aufmerksamkeit gerichtet und alle Beweismittel, die mir zu Gebote standen, erschöpft.

Hierher rechne ich zunächst die mikroskopische Untersuchung von injicirten Pleurastücken. Entfernt man an solchen von der äusseren Fläche her alles Bindegewebe und macht dasselbe durch die bekannten Methoden durchsichtig, so ist ein solches Präparat hohen Vergrösserungen zugänglich. Diese lassen dann durchweg eine scharfe Begrenzung der Lymphgefässe erkennen. Wenn die Injection die Netze bis zu einer Entfernung mehrer Zolle und darüber von dem Einstich aus erfüllt hatte, so blieben dennoch die Ränder der Gefässe vollkommen scharf. Aus diesen sehr häufig wiederholten Erfahrungen geht mit Sicherheit hervor, dass in den Wandungen der sogenannten Lymphcapillaren keine Spalten vorhanden sind, durch welche eine Inhaltsportion nach aussen dringen könnte.

Aber auch auf dem umgekehrten Wege gelingt es nicht Spalten darzustellen. Ich habe auf die verschiedenste Weise in die Bindegewebsgrundlage der Pleura Flüssigkeit eintreten lassen, niemals gelangte die Flüssigkeit in die Lymphnetze. Injicirte ich Blutgefässe mit dünnflüssigen Massen bis zum Bersten der Capillaren, so drangen die suspendirten festen Theilchen

nur in den Spalten des Bindegewebes vorwärts und das Wasser filtrirte in die Pleurahöhle. Denselben Erfolg begleiteten die Extravasate, welche bei den häufigen vergebenen Versuchen Lymphgefässe zu injiciren eintreten. Steckt man die Canülle einer Spritze durch die Pleura bis zur fascia intercostalis, und injicirt in diesen Raum Wasser mit darin schwebenden Körnern des blauen Niederschlags oder eine Lösung von Kochsalz oder von Kupfervitriol oder Glycerin, so filtrirt immer die Flüssigkeit auf der inneren Pleurafläche ab, niemals aber stellen sich die Lymphnetze dar. Der Erfolg dieser letzteren Versuchsart ist darum auffallend, weil man doch jedenfalls hätte erwarten sollen, dass sich die Lymphgefässnetze unter dem Druck der durchsickernden Flüssigkeit gefüllt hätten. Um von der äusseren Fläche der Pleura auf die innere zu gelangen, musste die Flüssigkeit die Höhle der Lymphcapillaren durchsetzen und einmal in der letzteren angelangt hätte man erwarten sollen, dass sie leichter in der widerstandslosen Lichtung des Gefässes fortgeschritten wäre, als statt dessen durch die entgegengesetzte Wand durchzudringen. Da nun aber das Unerwartete ausnahmslos geschah, so wird man schliessen müssen, dass sich in Folge des äussern Drucks die Lymphwandungen innig auseinandergelegt haben und dass in Folge der grossen Durchdringlichkeit die Flüssigkeit in einem Zug beide Wandflächen durchsetzt habe.

Wollte man einwenden, so seien bei den künstlichen Extravasaten auch die Öffnungen zugepresst worden, durch welche die Lichtung der Lymphröhren mit den Bindegewebsräumen verbunden wären, so würde ein solcher Einwurf eine andere Reihe von Beobachtungen nicht treffen, auf welche ich später ausführlicher zurückkommen werde. Es ist mir nämlich gelungen, auf dem Wege der lebendigen Resorption die schon erwähnten Lymphnetze mit sehr feinkörnigen Farbstoffen verschiedener Art zu füllen, dieses gelingt, wie ich zeigen werde, nur dann, wenn die Pleura durch einen doppelseitigen Zug ihrer Dicke nach auseinandergespannt wird. In diesem Fall müssten also die angenommenen Spaltöffnungen bis zum Klaffen auseinandergezogen werden, aber auch hier habe ich trotz der genauesten Untersuchung niemals eine Lymphspalte nachweisen können.

Diesen Erfahrungen entsprechend müssen, wie ich glaube, die Figuren, welche man nach der Silberimprägnation auch

an der Hundepleura zu Gesicht bekommt, eine andere Deutung erfahren. Welche, lasse ich dahingestellt. Die Methode von v. Recklinghausen ist unschätzbar vom heuristischen Gesichtspuncte aus, denn sie deckt Unterschiede der Structuren und Zusammensetzungen auf, die auf einem anderen Wege entweder nur schwierig oder gar nicht zu erlangen sind. Den Grund jener Unterschiede lässt sie dagegen sehr oft im Dunkeln. Gegen die Deutung der hellen mit ausgezackten und strahligen Fortsätzen versehenen Figuren als Lymphspalten scheinen mir ausser dem obigen auch noch andere Befunde zu sprechen. Versilberte ich die durchsichtigen Blätter des Mittelfelles, so sah ich jene Figuren auch an Stellen auftreten, denen alle Lymphgefässe fehlen. Die weissgebliebenen Flecken zeigten zudem gar keine Beziehung zu dem Verlauf der deutlich sichtbaren Bündel und Fasern des Gewebes. Hätte man die weissen Stellen als Lücken zwischen den Bindegewebsbündeln oder den elastischen Fasern auffassen wollen, so müsste man dem Anschein zuwider annehmen, dass sich Fasern und Bündel senkrecht gegen ihre Flächen von einem Blatt zum andern erstreckt hätten. Eine solche Annahme war aber in den vorliegenden Fällen unstatthaft, da sich durch die weissen Flecken die Faserzüge hindurchschlängeln, welche in einer zu den Blättern des Mediastinum parallelen Ebene verlaufen.

Das topographische Verhalten der Lymphgefässe in der pleura costalis habe ich in den Figuren 1 bis 5 wiedergegeben. Figur 1 stellt ein Stück der von den Rippen lospräparirten pleura costalis sammt dem darunter liegenden musc. sternocostalis vor, die Intercostalmuskeln sind bis auf wenige Fasern entfernt. Die Figur hat die natürliche Grösse. Die Lymphgefässe sind blau ausgespritzt, sie erstrecken sich, wie man sieht, nur auf den Intercostalraum, während die Pleura, welche die Rippen selbst bedeckt, keine Lymphnetze enthält. Diese erstrecken sich dagegen auch über den Sternocostalis. Weitaus die meisten Capillargefässe sind mit blossem Auge sichtbar; sie entleeren sich in kleine klappentragende Stämmchen, welche der oberen und unteren Rippe des Raums entlang laufen. Zuweilen verbinden sich die Stämme, welche die beiden Ränder ein und derselben Rippe umgrenzen, durch einen stärkeren Ast. Sind die grösseren Stämmchen an dem musc. sternocostalis angelangt, so dringen sie in die Tiefe unter den Muskel und gehen,

in dem daselbst befindlichen Bindegewebe bis zu dem grössern Lymphgefässe, welches die art. mammaria begleitet. Ausser diesem Abfluss haben die Lymphgefässe der Intercostalräume noch einen zweiten, welcher der Wirbelsäule entlang läuft.

Bevor ich auf eine weitere Beschreibung der dargestellten Lymphnetze übergehe, will ich noch hervorheben, dass ich mich auch auf andere als die bisher angegebene Weise von ihrer Abwesenheit in der Rippenpleura überzeugt habe. Treibt man eine dünnflüssige gefärbte Masse durch einen Einstich in den verschiedensten Tiefen und Richtungen in die Pleura ein, welche das Periost deckt, so dringt jedesmal die Masse zuerst in feinen Spalten vorwärts, die sich nach der Länge der Rippe hin erstrecken. Allmählig fliessen die feinen aber noch dem blossen Auge erkennbaren Streifen zu unregelmässigen Massen zusammen, so dass nun die ursprünglich glatte Pleurafläche höckerig emporgehoben wird. Bei fortgesetztem wenn auch schwachem Einspritzen gelangt dann die Masse in die Scheide der nerv. und art. intercostales. Ist dies geschehen, so füllt sich plötzlich auch eins der dort vorhandenen Lymphgefässe, öfter auch eins der Röhrchen, welche quer über die Rippe hinziehen. Dieses Resultat, welches ich in vielen Fällen ausnahmslos erhielt, zeigt deutlich, dass auf der Pleura über dem Periost keine Netze vorkommen können. Sollten hier capillare Lymphwege bestehen, so müssten sie in den Spalträumen des Bindegewebes gesucht werden, ihr Abfluss geschähe in die schon beschriebenen Lymphstämmchen. Zu dieser Annahme wird man aber, wie mir scheint, noch keineswegs durch die Anfüllung einzelner Lymphstämmchen genöthigt, da diese auch auf dem Wege der Zerreissung geschehen sein kann.

Ich kehre nun zu den Lymphnetzen über den Muskelflächen zurück. Betrachtet man dieselben mit einer Lupenvergrösserung, so erhält man Bilder gleich denen, wie sie die Figur 2 wiedergibt. An ihr bemerkt man, dass die Pleura fast vollkommen von Lymphgefässen überdeckt wird, indem die Räume, welche nach dem Abzug derselben übrig bleiben, jedenfalls nur einen kleinen Theil der gesammten Oberfläche ausmachen. Auch erkennt man, dass die Gefässe im Grossen und Ganzen nach zwei Richtungen hin ziehen, nämlich parallel und senkrecht zur Längenaxe der Rippe. Zu gleicher Zeit ist es

ersichtlich, dass die Gefässnetze in verschiedenen Tiefen laufen, das eine ist oberflächlicher, das andere den Muskeln näher.

Dieser Unterschied in der Lage tritt deutlicher hervor auf einem Querschnitt durch die Pleura. Solche Querschnitte sind nach einer dreihundertfachen Vergrösserung in den Figuren 3, 4, 5 abgebildet. Sie sind aus Präparaten genommen die in chromsaurem Kali und Alkohol gehärtet waren. Figur 3 ist einem Intercostalraum, Figur 4 und 5 der Oberfläche des musc. sternocostalis entnommen. In Figur 3 wölbt sich die freie Haut der oberflächlichen Lage stark hervor. Zwischen den einzelnen Gefässen derselben liegen die Bälkchen der Grundhaut. Die tiefere Lage liegt von der oberflächlichen durch einen starken Bindegewebszug getrennt. Die Gefässe beider Netze stehen in vielfacher Communication. Die Mannichfaltigkeit dieser Verbindungszweige prägt sich namentlich deutlich in Figur 4 und 5 aus. Die Pleura über dem musc. sternocostalis ist nämlich viel dünner und namentlich ist die Bindegewebslage zwischen den beiden Netzformationen schwächer.

In den Blättern des Mittelfells sind ausser den Stämmen, die aus dem Herzen in das Zwerchfell hereindringen, nur da Lymphgefässe vorhanden, wo sich Fettgewebe zwischen dieselben einschiebt. An andern Orten habe ich auf keine Weise Lymphgefässe sichtbar machen können.

b) Das Epithelium. Zur Darstellung des Epitheliums habe ich die gebräuchlichen Methoden in Anwendung gezogen, wie namentlich eine 24stündige Maceration in Jodserum, das Versilbern von frischen oder mit Jodserum behandelten Pleurastücken; die Erhärtung in Chromsäure (0,25 p. C.) und nachträgliches Carminisiren von Epithelialstücken, die mit sammt der Grundhaut sorgfältig abgelöst waren; endlich auch auf feinen Querschnitten durch die erhärtete Pleura.

Die Erfahrungen, die ich gemacht, sind dargestellt in den Figuren 6, 7 und 8, welche sich auf die Intercostalpleura beziehen, und in 9 und 10, welche dem Mittelfell entnommen sind.

Die von der Intercostalpleura isolirten Epithelialstücke bestehen vorzugsweise aus den bekannten Zellen, wie sie Figur 6 wiedergibt. Öfter findet sich aber auch eine kleinere kreisförmig conturirte Zellengattung, wie sie in Figur 7 gezeichnet wurde. Diese beiden Zellengattungen, die vieleckige und die runde, grenzen, wie dies Figur 7 sehen lässt, unmittelbar an

einander. Ich habe mich wiederholt bemüht, zu ermitteln, ob der einen oder anderen Form ein bestimmter Standort zukomme, jedoch ohne Erfolg. So lange aber hierüber noch Ungewissheit besteht, wird man zu zweifeln berechtigt sein, ob nicht etwa die scheibenförmigen Zellen von andern Standorten als der Pleuraoberfläche herrühren.

Die Frage, ob das Epithelium einen vollständigen Abschluss biete oder ob zwischen den Zellen Öffnungen bleiben, hat mich andauernd beschäftigt. Ich glaube mich schliesslich mit Sicherheit davon überzeugt zu haben, dass kleine Öffnungen zwischen den Epithelzellen existiren. Zu dieser Meinung bestimmt mich zunächst das Aussehen grösserer oder kleinerer Epithelialstücke, welche nach vorgängiger Maceration in Jodserum durch Abschaben isolirt wurden. Wenn die Pleura vor dem Abschaben versilbert war, so gewahrte man (4. 6.) nicht blos die zweideutigen dunkeln Anschwellungen in den schwarzen Grenzlinien derselben, sondern man sah in den schwarzen Flecken helle Puncte. War das Präparat aus einer Pleura genommen, deren Lymphgefässe vorgängig injicirt waren, so hafteten zwischen den Zellen eines in grösserer Ausdehnung isolirten Epithelialstücks noch die gefärbten Leimpartikeln. Untersuchte man ein solches Präparat mit der Hartnack'schen Tauchlinse 10, so konnte man deutlich die obere und untere Mündung einstellen, welche die trichterförmige Öffnung zwischen den Epithelialzellen besitzt. Um dem Verdacht zu entgehen, als ob die feinen Öffnungen durch das etwas rohe Verfahren des Abschabens entstanden seien, habe ich das Epithelium auch in Verbindung mit der Grundhaut dargestellt und zwar aus Pleuren, deren Lymphgefässe mit blauem Leim injicirt und in verdünnter Chromsäure sorgfältig gehärtet waren. Solche Darstellungen lieferten dieselben Bilder wie früher. Zu ganz dem nämlichen Ergebnisse führen noch Querschnitte durch die injicirten und erhärteten Pleuren, man sieht (Fig. 8) aus dem grossen blauen Raum des Lymphgefässes gefärbte Zapfen zwischen den Zellen bis auf die Oberfläche der Pleura aufsteigen.

In dem, was mich die anatomische Untersuchung lehrte, hat mich die physiologische weiter bestärkt. Auf dem Wege der natürlichen Resorption kann man die Lymphnetze der Pleura mit feinkörnigen Massen ebenfalls anfüllen. Später werde ich genauer auf die Bedingungen zurückkommen, welche zum Ge-

lingen der Resorption von feinen Körnern nothwendig sind. Hier nur so viel, dass ich die älteren Angaben von Mascagni und Lauth, welche später so oft bestritten wurden, bestätigen kann. Der Grund, warum es so vielen Beobachtern nicht gelang, die Erfahrungen der genannten Anatomen zu bestätigen, liegt, wie schon erwähnt, darin, dass nur unter gewissen Bedingungen durch die Öffnungen in der Pleura feste Körperchen hindurchgehen. Sind jene erfüllt, so werden sie sehr leicht resorbirt: Berlinerblau, welches sehr feinkörnig durch verdünnte Kochsalzlösung niedergeschlagen wird; die Farbstoffkörnchen von Orleans (Bixa orellana); Blutkörperchen und Milchkügelchen. Den Übergang aller dieser Stoffe in die Lymphgefässe kann man nicht blos dadurch beweisen, dass man ihre Gegenwart mit blosem Auge an der Färbung eines grössern Lymphstammes erkennt, sondern auch dadurch, dass man sie innerhalb der lymphatischen Endnetze nachzuweisen vermag. Nach der Resorption von Berlinerblau sieht man auf der Pleura ganz dieselben Figuren, welche man nach künstlicher Injection der Lymphgefässe erhält. Da die durch Resorption gefüllten Gefässe gerade so der mikroskopischen Untersuchung zugänglich gemacht werden können, wie die injicirten, so bleibt über die Natur der Netze, welche durch Resorption dargestellt wurden, auch nicht der geringste Zweifel.

Gegen die Resorptionsversuche als Beweismittel einer offenen Verbindung zwischen der Pleura und der Lymphgefässhöhle könnte man einwenden, dass auch hier der Erfolg durch eine zufällige Loslösung und Zerreissung einiger Epithelialschuppen bedingt sei. Diesem Einwand habe ich längere Zeit hindurch um so mehr Gehör geschenkt, als es mir anfangs öfter begegnete, dass die Resorption nur in den unteren Zwischenrippenräumen stattgefunden hatte. Später aber fand ich eben so oft Fälle, in denen in allen Zwischenrippenräumen die Aufnahme erfolgt war. Da ich ausserdem den Versuch, seine richtige Ausführung vorausgesetzt, niemals habe misslingen sehen, so müsste die Zersplitterung und Ablösung der Epithelien ein normaler Vorgang sein, mit andern Worten, man könnte dann nicht mehr darüber streiten, dass offene Verbindungen zwischen der Pleurahöhle und ihren Lymphgefässen vorkommen, sondern es bliebe nur fraglich, wie diese Öffnungen entstanden seien. Das Vorkommen, welches v. Recklingshausen an der

Bauchseite des Kaninchenzwerchfells entdeckte, gilt also dem Vorstehenden nach im Wesentlichen auch für die Pleura des Hundes und Kaninchens.

Auch an andern Orten der Pleura finden sich solche Öffnungen, so stellen die Figuren 9 und 10 Stücke aus den dünnsten Partien des Mittelfells zweier Hunde dar. Diese Abbildungen scheinen mir entschieden für die Anwesenheit von Löchern zwischen den Epithelialzellen zu sprechen. Das hierdurch dargelegte anatomische Verhältniss klärt eine physiologische Erfahrung auf, die ich wiederholt zu machen Gelegenheit hatte. Nach der vorsichtigsten Injection von farbigen Körnern in eine Brusthälfte habe ich öfter bei der Section diese Körner auch in der anderen Brusthälfte gefunden, ohne dass ich eine Zerreissung des Mittelfells nachweisen konnte. Die mikroskopischen Öffnungen zwischen den Epithelien haben, wie ich vermuthe, die Möglichkeit des Übertritts der Körnchen geschaffen.

c) Grundhaut. Unter dem Epithelium und zwischen der oberflächlichsten Schicht von Lymphgefässen breitet sich die netzförmige Grundhaut aus, welche die Figur 11 in der Flächenansicht von oben, die Figur 3, 4 und 5 auf dem Querschnitt wiedergibt. Auf dieses zierliche und für die Resorption in die pleurischen Lymphgefässe wichtige Gebilde bin ich zuerst durch Thatsachen aufmerksam gemacht worden, welche Schweigger-Seidel und Ludwig an andern Orten aufgefunden haben. Ihre Beobachtungen machten es wahrscheinlich, dass auch an der Pleura das Epithelium über und zwischen diesem Bindegewebsgeflecht ausgespannt sei. In der That fand ich es als ich ein Stück der frischen Brustwand deren Lymphgefässe mit Leim injicirt waren in ein kleines Rähmchen von Draht spannte, und dieses in verdünnter Chromsäure härtete. Nachdem die Härtung eingetreten war, entfernte ich aus dem Intercostalraume die Muskeln, die Fascia, die tiefe Lage von Lymphgefässen und das Bindegewebe, welches die beiden Lagen von Lymphnetzen von einander trennt. Darauf legte ich das Präparat zur Tinction zwei- bis dreimal 24 Stunden in Carminlösung. Auf diese Art erhielt ich, nachdem die letzten Spuren der blauen Masse entfernt waren, jedesmal das in Figur 11 wiedergegebene Bild. Die Einrichtung, welche durch dieses Netz gegeben ist, vervollständigt unsere Vorstellungen über den Zusammenhang zwischen den Lymphgefässen und der

Pleurahöhle. Über den Lücken die zwischen den Balken der Grundhaut bleiben, wird die Scheidewand zwischen der serösen und der lymphatischen Höhle nur durch Epithelialzellen hergestellt. Die Balken bilden mit ihrer gegen die Pleura zu gewendeten Seite die Grundlage für die Fortsetzung des Epitheliums; mit den übrigen Flächen begrenzen sie dagegen die Lymphgefässe. Dieses geschieht jedoch nicht in der Weise, dass die Fäden des Bindegewebes unmittelbar von der Lymphe umspült würden; denn auch hier sind die Lichtungen der Lymphgefässe von Wandungen umgeben, die aus Zellen gebildet sind. Diese letzteren sind aber fest auf die Bälkchen des Bindegewebes aufgelagert, so dass an Versilberungspräparaten die Begrenzungslinien der Zellen auf den Bindegewebsbündeln herlaufen. In der Figur 11 sieht man an mehreren Stellen die Kerne dieser an den Bündeln angelagerten Zellen auf der Durchschnittsansicht.

Die Grundhaut fehlt der Pleura sowohl im Mittelfell als auch da, wo sie das Periost bedeckt entsprechend dem Umstande, dass auch hier keine Lymphgefässe vorkommen.

d) Die übrigen Bindegewebsmassen, welche der Pleura im engern Wortsinne angehören, laufen zum grossen Theil in der Ebene der Pleura, doch fehlen auch solche nicht, welche die Pleura senkrecht von aussen nach innen durchsetzen. Diese letztern steigen zwischen den Lymphgefässen empor und enden an den Bälkchen der Grundhaut. Sie geben somit der durch die reichlichen Lymphgefässe in mehrere Blätter zerlegten Haut eine Festigkeit in der Richtung von den Muskeln zur Brusthöhle. Hierdurch wird es der Pleura möglich, den in entgegengesetzter Richtung wirkenden Zügen der Muskeln und der Lungen einen erfolgreichen Widerstand entgegenzusetzen.

Die aufsteigende Faserung wird deutlich sichtbar, wenn man den Querschnitt einer gehärteten Pleura, deren Lymphgefässe injicirt sind unter dem Mikroskop mit verdünnter Kalilauge befeuchtet.

Von der untern Rippe eines jeden Intercostalraums gehen bekanntlich Fascialblätter schräg aufsteigend an die Pleura, bis zur Mitte des Intercostalraums. Aus den Lücken, welche am Rippenende zwischen Pleura und Fascialfortsatz liegen, entspringen Fasern des musc. intercostalis intern. Diese Blätter

werden bei der Rippenbewegung, namentlich, wenn sie durch den genannten Muskel ausgeführt wird, die Pleura spannen.

e) Blutgefässe. Dem bekannten Gefässverlauf gemäss hat eine vollkommene Ausspritzung der Blutcapillaren in der Pleura ihre Schwierigkeiten. Einen sichern Erfolg habe ich nur durch das folgende Verfahren erlangt. Wenn ich z. B. die linke Brusthälfte injiciren wollte, durchschnitt ich zunächst auf der entgegengesetzten Brustseite die Hautmuskeln und Rippenknorpel unmittelbar an der Grenze der knöchernen Rippen und löste nun immer mit Erhaltung der Haut und also auch der gesammten Extremität die linke Brustwand vollkommen heraus, wobei ich die Rippen nahe an der Wirbelsäule abschnitt. Die Ränder des lospräparirten Stücks umschnürte ich durch Fäden sehr sorgfältig: hiebei leisten kleine Holzklötzchen gute Dienste, die mit den darüber zugeschnürten Fäden gegen die Rippen und die Weichtheile angedrängt werden. Bei sorgsamer Ausführung werden hierdurch sämmtliche Ränder des Präparats vollkommen dicht. Sollte während der Injection aus den Stichkanälen Leim hervordringen, so kann man dieselben durch ein in Alkohol getauchtes Schwämmchen verstopfen. — Die Injections-Canülle führe ich in die art. mammaria der zu injicirenden Seite; demgemäss ist es nothwendig, dass auch die Ästchen derselben, welche in das Mittelfell gehen, vor Beginn der Injection sorgfältig unterbunden werden. Ist die Pleura blutleer, vermeidet man den Eintritt von Luftblasen und regulirt man vorsichtig den Injectionsdruck, so wird man mit Hilfe der angewandten Vorsichtsmassregeln jedesmal eine sehr vollkommene Gefässinjection erhalten.

An einem vollkommen ausgespritzten Präparat stellen sich die Netze auf der pleura intercostalis und sternocostalis so dar, wie sie in Figur 12 wiedergegeben sind. Die blauen Gefässe gehören daselbst dem Lymph- die rothen dem Blutstrom an. Man sieht, dass die Blutcapillaren weite Maschen bilden, indem sich stärkere und schwächere Blutgefässchen in ihrem Verlauf den entsprechenden Lymphgefässen anschliessen. Einige Mal legen sich die Blutgefässe denen des Lymphstroms eng an, andere Male aber halten sie nicht so streng den Verlauf über und neben den Lymphgefässen inne. Die Capillarennetze der Pleura stehen dabei in vielfacher Verbindung mit denen der unterliegenden Fascia bis zu den Muskeln hin. — Das Bisherige

galt für die Pleuraflächen welche die Muskeln decken. Die Pleura auf dem Periost scheint häufig mit viel dichteren Maschen besetzt zu sein, wo dies der Fall, lässt sicht alsbald erkennen, dass Fettgewebe theils unter und theils in der Pleura selbst eingesprengt ist. An fettreichen Thieren heben sich deshalb die Rippen, vermöge ihrer starken Injection, von den meist fettärmern Muskelflächen durch die Injectionsfarbe lebhaft ab.

Der gerade und einfache Verlauf der Capillaren, die langen und engen arteriellen Zuflüsse von mindestens zwei Seiten her und die vielfachen Abflüsse nach allen Richtungen dürften auf einen Strom in der Pleura schliessen lassen, der nicht nur mit einem mässigen Drucke sich bewegt, sondern der auch durch locale Störungen in diesem oder jenem Zu- oder Abflusse seine Gleichmässigkeit nicht einbüsst. Unzweifelhaft scheint es als ob mit In- und Exspriration ein veränderlicher Füllungsgrad der Capillaren eintreten müsste. Leider kenne ich keinen Versuch, wodurch man im Stande wäre, sich dieses für die Pleura wichtige Factum zur Anschauung zu bringen.

An den Intercostalvenen, welche zur vena azygos gehen, ist mir kurz vor ihrer Einmündungsstelle eine Eigenthümlichkeit aufgefallen. Dort wo sich die Pleura von den Rippen auf die Wirbelsäule hinüberschlägt, ist sie so fest gespannt, dass die darunter liegende und an ihr angeheftete Intercostalvene ein immer offenes Lumen zeigt. Wenn nach Eröffnung der Brusthöhle die auf die Wirbelsäule hinübertretenden Intercostalvenen quer durchschnitten sind, so fliesst dennoch das Blut, welches an dem genannten Orte in der Vene enthalten ist, nicht aus, so lange die Pleura über ihr unverletzt ist. Erst wenn man diese letztere eingeschnitten hat, kann sich die Vene entleeren. Es verdiente, wie mirs scheint, eine Untersuchung, ob bei der Rippenbewegung diese immer offen gehaltene Venenstelle nicht als eine kleine Pumpe zum Vortheil des Blutlaufs wirksam ist.

Zur Physiologie der Pleura.

1) Aufsaugung. Bis dahin wusste man nichts anderes, als dass die Pleura in der Regel Flüssigkeiten und unter anderen nicht näher bestimmbaren Umständen auch feste Körperchen resorbiren konnte. Über den Mechanismus dieser Vorgänge war die Wissenschaft dagegen vollkommen im Unklaren.

Durch die vorstehenden anatomischen Untersuchungen hat sich dieser Zustand der Dinge für die pleura costalis mindestens sehr wesentlich geändert. Mit Hilfe der Einsicht, die durch sie gewonnen, lässt sich leicht erörtern, wie, was und wann die pleura costalis resorbirt. Obwohl ich nun meine Vorstellungen über Resorption durchaus nicht allein auf diesem Wege gewonnen habe, so will ich ihn doch als den bequemsten bei der Darstellung einschlagen.

Die Lymphgefässe können, weil sie in einer sehr nachgiebigen Haut liegen, sich nur dann füllen, wenn von beiden Seiten ein Zug auf die Pleuraflächen geübt wird. So wie dies geschieht, werden sich die dünnen Häute der oberflächlichsten Netze entfalten und sich die Filtra zwischen den Balken der Grundhaut hervorwölben. In dem Mass, wie dieses geschieht, wird die Flüssigkeit und die festen Körperchen, welche in der Pleurahöhle enthalten, durch die grob poröse Haut der Lymphgefässe eindringen und sich aus den oberflächlichen in die tiefern Röhren begeben, sofern auch diese auseinandergezogen werden. Fällt in einer spätern Zeit die Pleura, in Folge des Druckes ihrer Umgebungen, wieder zusammen, so wird der Inhalt der tiefern Netze in die grössern Lymphstämme übertreten, weil ihr vermöge der besondern Verbindung der oberflächlichen und tiefen Netze der Rücktritt gegen die Pleura verwehrt wird. Die Kräfte, welche den Saugapparat in Bewegung setzen, sind gegeben: einerseits durch die Elasticität der Lungen, welche bekanntlich einen Zug von der Pleurafläche gegen die Lungenwurzel ausübt. Der Lunge entgegengesetzt arbeiten dagegen die Intercostalmuskeln, sobald sie sich zusammenziehen; in der Exspirationsstellung wölben sie sich in den Zwischenrippenraum hinein, in der Inspirationsstellung ziehen sie den Bogen aus dem Zwischenrippenraum hervor, sie müssen also auf die an sie angeheftete Pleura einen Zug von Innen nach Aussen üben. Die Pleura wird dem entsprechend um so mehr resorbiren, je elastischer der Brustinhalt und um so stärker die Zusammenziehung der Intercostalmuskeln ist. Einen Beweis für die Richtigkeit der gegebenen Darstellung geben schon die anatomischen Thatsachen; für den Antheil der Muskeln an der Saugwirkung spricht noch insbesondere der Umstand, dass die Lymphnetze gerade nur so weit vorhanden sind, als die Pleura von Muskeln belegt ist. Nicht minder treten aber auch die Er-

scheinungen, welche während der Resorption zu beobachten sind, für unsere Darstellung ein.

A. Resorption fester Körper. Die festen Körperchen werden erfahrungsgemäss nur von der pleura costalis resorbirt. Ich bemerke hier noch ganz ausdrücklich, dass ich niemals weder in dem Mittelfell noch auf der Lungenfläche in meinen zahlreichen Versuchen eine Resorption fester Theilchen gesehen. Hierdurch gewinnt man ein Mittel, um die Bedingungen, unter denen die pleura costalis resorbirt, zu prüfen. Der Mittheilung meiner einzelnen Beobachtungen will ich eine Zusammenfassung ihrer Ergebnisse vorausschicken. Dieselben lauten einfach dahin, dass der Übergang geeigneter Körnchen aus der Pleurahöhle in die Lymphnetze nur dann erfolgt, wenn die Elasticität der Lunge in der normalen Richtung zieht und wenn die Rippen nach Art der Inspirationsbewegung bewegt werden. Meine Beobachtungen sagen weiter aus, dass der Strom in die Lymphgefässe hinein um so rascher wird, je kräftiger die genannten Züge und Bewegungen auftreten. Demgemäss ist die Aufnahme von Körnchen besonders reichlich an einem Thièr, (Kaninchen oder Hund) dessen nervi vagi geschnitten waren und eben so beschleunigt sich die Resorption, wenn man die Luftröhre eines Hundes durch passende Zwischenstücke mit einem Raum verbindet, in welchem eine Luft enthalten ist, die unter einem niedrigern Drucke steht, als der, welchen die Atmosphäre auf die äussere Oberfläche des Thieres ausübt. Zwingt man das Thier, seine Lunge aus einer verdünnten Luft zu füllen, während seine Körperoberfläche mit einer normalen atmosphärischen Luft umgeben bleibt, so sinkt, in Folge des Druckübergewichts von aussen, der Brustkasten während der Exspiration merklich zusammen, und namentlich wölben sich die Intercostalräume beträchtlich nach innen. Da das Übergewicht des äussern Drucks der Inspiration einen Widerstand entgegensetzt, so arbeiten bei der letztern die Intercostalmuskeln mit fast krampfhafter Anstrengung. Während dies geschieht, muss sich die Lunge allerdings ausdehnen, aber ihr elastischer Zug auf die innere Fläche der Brustwand muss mächtiger als unter normalen Verhältnissen sein, weil sie an der verdünnten Luft einen geringern Gegenhalt findet.

Für den Antheil, welchen der Zug der Lunge nimmt, spricht, wie mir scheint, sehr überzeugend der Versuch, in welchem

man das Thier statt in verdünnte in comprimirte Luft athmen lässt, während die äussere Oberfläche des Thiers unter dem normalen Druck der Atmosphäre liegt. Unter diesen Bedingungen wölben sich während der Exspiration die Zwischenrippenräume convex nach aussen und die ausgedehnte Lunge presst sich fest an die Brustwand an; nur dann, wenn das Thier seine krampfhafte Exspiration vollführt, nimmt der Thorax eine Form an, welche der normalen Inspirationsstellung ähnlich ist. Während eines solchen Versuchs wird niemals auch nur die geringste Menge von einem festen Körperchen in die Lymphgefässe übergeführt, welches in die Pleurahöhle gebracht wird.

Resorbirbare Körperchen werden aus der Pleura eines ruhig athmenden Hundes meist nur in beschränktem Masse aufgenommen. Aus der Pleura des todten Thiers, vorausgesetzt, dass man die Leiche ruhig liegen lässt, geht niemals, so weit ich gesehen, körnige Masse in die Lymphgefässe über. Dieser Übertritt erfolgt aber alsbald, wenn man die Wirbelsäule feststellt und ohne Verletzung der Pleurahöhle durch das obere Ende des Brustbeins einen starken Bindfaden zieht, mit Hilfe dessen man den Brustkasten abwechselnd bald in die Inspirationsstellung zieht und bald in die Exspirationsstellung sinken lassen kann.

Die Folgen, welche der Saugapparat der Brustwand für das Leben mit sich bringt, sind leicht einzusehen. Die Bewegung, welche bei der Athmung zwischen Lunge und Brustwand stattfinden muss, erfordert, wenn sie leicht geschehen soll die Anwesenheit von Flüssigkeit zwischen den Gleitungsflächen. Für die Beschaffung dieser Flüssigkeit sind nun auch die Blutgefässe fortwährend thätig. Eine allzureichliche Anwesenheit von Flüssigkeit hemmt aber, wie bekannt, die Ausdehnung der Lunge, demnach ist es vortheilhaft, dass eine Einrichtung besteht, welche jeden Überschuss an Flüssigkeit augenblicklich wieder fortschafft.

Ich überlasse es zukünftigen Beobachtungen weiter zu erörtern, wie sich unter pathologischen Verhältnissen die Resorption von der Costalpleura aus gestaltet. Die pathologische Anatomie wird festzustellen haben, welche Veränderungen die Bedeckungen und Lichtungen der Lymphgefässe erfuhren, wenn der resorbirende Apparat aufgehört hat, seine Schuldigkeit zu thun.

Es folgen nun die Versuche, denen die vorstehende Übersicht entnommen ist. — Behufs der Resorption habe ich in die Pleurahöhle unter den bekannten Vorsichtsmassregeln, die den Luftzutritt abschliessen, eingespritzt: Milch, welche durch Löschpapier filtrirt war, Orlean mit Milch oder Wasser zerrieben, lösliches Berlinerblau, das durch einprocentige Kochsalzlösung sehr feinkörnig gefällt war; Carmin mit Wasser oder Kochsalzlösung zerrieben. Von diesen Mitteln eignet sich gar nicht das letztere, die besten Dienste leistet der sehr feinkörnige Niederschlag vom Berlinerblau, er wird gut resorbirt und lässt sich innerhalb der Lymphgefässe leicht nachweisen. Das letztere wird nur zuweilen erschwert dadurch, dass die in die Lymphgefässe übergegangene Farbe auf bekannte Weise reducirt wurde. Durch Anfeuchten der Pleurafläche mit Alkohol und Terpentinöl kann man aber die Farbe leicht wieder herstellen. — Auch der Orlean lässt sich leicht nachweisen, namentlich wenn er in die grösseren Lymphstämmchen übergegangen; ein solches kann man oben und unten unterbinden, herauspräpariren, mehrere Stunden in destillirtes Wasser legen, um allen Blutfarbstoff zu entfernen. Die bekannte gelbe Farbe der Körnchen dient als Erkennungsmittel. Noch grössere Sicherheit für die Identität gibt die mikroskopische Untersuchung. — Der flüssige Zusatz, mit welchem man die Körnchen in die Pleurahöhle bringt, ist nicht gleichgiltig. Destillirtes Wasser ist, wie ich gefunden habe, unzweckmässig. Es führt jedesmal zur diffusen Färbung der Pleura durch Auslaugung der Blutkörperchen, auch erzeugt es Ekchymosen und Blutaustritt. — Zu ähnlichen Übelständen führt die Kochsalzlösung, welche namentlich auch blutige Exsudate hervorruft. Bei Anwendung von körperwarmer Milch bleiben diese Übelstände aus. Nach meinen späteren Erfahrungen würde ich es aber jetzt vorziehen, eine warme Lösung von Traubenzucker von 8 bis 10 p. C. anzuwenden.

Aus der Pleurahöhle des nach dem Versuch getödteten Thiers habe ich die zurückbleibende Flüssigkeit auf folgende Weise gesammelt. Ich eröffnete die Bauchhöhle, band unterhalb des Zwerchfells Leber und Magen ab und entfernte darauf alle Baucheingeweide, dann stellte ich den Brustkasten aufrecht, bis alle Blutung gestillt war, und reinigte darauf die untere Fläche des Zwerchfells sorgfältig. Nun legte ich den Brustkasten wieder horizontal und machte einen kleinen Einstich etwas entfernt

von seiner hinteren Ansatzlinie in das Zwerchfell. Durch diese Öffnung saugte ich die Flüssigkeit mit einer Pipette sorgfältig auf, während ich von einem Gehilfen die Brust mehr und mehr in eine senkrechte Stellung bringen liess. Dieses Verfahren muss immer auf beiden Brusthälften ausgeführt werden, auch wenn man nur in eine derselben die Flüssigkeit injicirt hat. Man erhält auf diese Weise zwar nicht alle Flüssigkeit, die in der Brusthöhle enthalten war, aber bei sorgfältiger Ausführung lässt man dem Anschein nach nicht mehr Flüssigkeit zurück, als vor der Einspritzung in der Brusthöhle vorzukommen pflegt.

Zu den Versuchen mit einseitig erhöhtem oder erniedrigtem Luftdruck habe ich den Apparat benutzt, den Einbrodt nach Angabe Prof. Ludwig's zu seinen Versuchen über die Änderung des Blutdrucks bei den Respirationsbewegungen gebraucht hat.

Der Unterschied des Drucks zwischen der Lungen- und der atmosphärischen Luft überschritt bei meinen Versuchen den Werth von einigen Hundert Millimeter Wasser in keinem Fall. Auch bei einer solchen Differenz kann man ununterbrochen die Thiere nur 5 bis 10 Minuten lang in den geschlossenen Raum athmen lassen. Der Versuch wird also so ausgeführt, dass die Thiere abwechselnd bald in die freie Luft, bald in die Flasche hinein athmen. Durch diesen Wechsel gewinnt man auch Zeit, die verdorbene Luft in der Flasche durch neue zu ersetzen. Die in den Versuchen notirte Beobachtungszeit umfasst die ganze Dauer des Versuchs.

a) Normale Athmung: 1. Filtrirte Milch 10 C. C. eingespritzt, Brusthöhle nach 24 Stunden eröffnet, es wurden 40 C. C. durchsichtiger farbloser Flüssigkeit gesammelt, die Flüssigkeit gerinnt spontan, in der Brusthöhle liegen Faserstoffgerinnsel; die Pleuraflächen geröthet.

2. Filtrirte Milch, nach 2 Stunden wird das Thier getödtet und aus der Brusthöhle 11 C. C. Milch gesammelt. Die Pleura zeigt weder eine Injection der Blut- noch der Lymphgefässe.

3. Filtrirte Milch 12,5 C.C., nach 3 Stunden getödtet, 8 C.C. Milch lassen sich sammeln. Pleura gesund ohne Injection der Lymphgefässe.

4. Berlinerblau 9 C. C., getödtet nach 3 Stunden, 8 C. C. Flüssigkeit lassen sich sammeln. Pleura gesund ohne Lymphgefässnetze.



5. Orlean 12 C. C. mit Milch, getödtet nach 24 Stunden, es werden erhalten 25 C. C. blutigen mit Gerinnseln durchsetzten Exsudates; in der Pleura Ekchymosen, die grossen Lymphstämme leer, in dem kleinern auf der Pleura ist vielleicht Orlean vorhanden.

6. Carmin mit 2 p. C. Kochsalzlösung, 12 C. C., getödtet nach 24 Stunden, gesammelt sind 27 C. C. blutiger carminhaltiger Flüssigkeit; zahlreiche Ekchymosen in der Pleura.

b) Einseitig erhöhter Luftdruck: 1. Filtrirte Milch 10 C. C., nach 2 Stunden getödtet, aufgefangen wurden 9 C. C. Milch durch etwas Blut gefärbt. Pleura gesund, keine Lymphgefässinjection.

2. Filtrirte Milch 12 C. C., getödtet nach 2 Stund. 30 Min., aufgefangen 12 C. C. reiner Milch, Pleura wie im vorhergehenden Versuche.

c) Einseitig erniedrigter Luftdruck: 1. Filtrirte Milch 10 C.C. Versuchsdauer 2 Stund. 30 Min.; das Thier getödtet; am folgenden Tag wurde erst die Flüssigkeit gesammelt, sie betrug 6 C. C. und war viel durchsichtiger als die injicirte Flüssigkeit. Pleura gesund.

2. Ductus thoracicus unterbunden, darauf filtrirte Milch 10 C. C. eingespritzt, Versuchsdauer 2 Stund.; Flüssigkeit am folgenden Tag gesammelt 4 C. C. Sie war durchsichtig, blutig gefärbt. Die Lymphnetze und die Stämme neben der art. mammaria enthalten Blutkörperchen.

3. Orlean mit Wasser 12 C. C. Versuchsdauer 2 St. 20 Min.; am folgenden Tag sammelte ich 11 C. C. farbloser Flüssigkeit mit Fibringerinnsel vermischt. Die Lymphnetze und der Stamm neben der art. mammaria enthalten viel Orleankörnchen. Um mich von ihrer Anwesenheit zu vergewissern, wurde der Stamm neben der Mammaria auf einer längern Strecke freigelegt, oben und unten unterbunden, herausgeschält, mehrere Stunden in destillirtem Wasser ausgelaugt, der Inhalt des Stämmchens hatte nicht allein die Farbe des Orleans, sondern zeigte unter dem Mikroskop sich aus Farbstoffkörnchen zusammengesetzt.

4. Orlean mit reinem Blutserum, Tod nach 3 Stunden, die Flüssigkeit am folgenden Tag gesammelt, die betrug 13 C. C. Auf der sonst gesunden Pleura traten die mit Orlean gefärbten Netze der Lymphgefässe hervor. In dem Stamm neben der Mam-

maria die Orleankörnchen wie im vorigen Fall vorhanden und nachgewiesen.

5. Berlinerblau 12 C. C. Versuchsdauer 5 Stund., darauf Tödtung; am folgenden Tag wurden 5 C. C. farbloser Flüssigkeit aufgefangen, welche sich auf Zusatz von Salpetersäure bläute. Die Pleura erschien farblos, als sie aber mit Terpentinöl bedeckt liegen blieb, traten die Netze der Lymphgefässe schön blau gefärbt hervor.

6. Berlinerblau 12 C. C. Versuchsdauer 2 Stund. 15 Min.; gleich nach dem jetzt herbeigeführten Tod wurden 6 C. C. Flüssigkeit gesammelt. Sehr deutliche Netze auf den unteren Intercostalräumen nicht blos auf der Seite, wo die Injection stattgefunden, sondern auch auf der entgegengesetzten Seite, wohin durch das Mittelfell die Injectionsmasse gedrungen war. Vor der Injection war bei einem Versuch, den ductus thoracicus zu unterbinden, die Pleura verletzt; die Athmennoth war sehr gross.

Ähnliche Versuche habe ich noch öfter mit gleichem Erfolg ausgeführt.

d) Versuche mit Durchschneidung der n. vagi. Diese letztere Operation wurde jedesmal erst nach der Einspritzung in die Pleura ausgeführt. 1. Berlinerblau; 50 C. C. Flüssigkeit, getödtet nach 22 Stunden. Die ganze Menge absorbirt, nur einzelne Farbstoffklümpchen waren verblieben. Zahlreiche blaue Netze beiderseits. Rechts (die Seite des Einstichs) in dem 2. 4. 5. 6. 7. 9. 10. Intercostalraum, links in dem 3. 6. 9. 10. Auch Gefässchen auf den Rippen hatten sich gefüllt.

2. Berlinerblau 100 C. C. Am andern Tag getödtet; aus der Brusthöhle 80 C. C. gesammelt. Die Farbe, welche in die Lymphnetze übergegangen war reduzirt. Durch Terpentinöl wurden an verschiedenen Stellen blaue Netze sichtbar.

3. Berlinerblau 100 C. C., getödtet am andern Tag; in der Brusthöhle waren verblieben 70 C. C. Blaue Netze; namentlich rechts im 6. 7 9. Intercostalraum.

4. Einem Kaninchen 12 C. C. Berlinerblau; am folgenden Tag wurde das Thier todt gefunden mit 8 C. C. Flüssigkeit. In zwei Zwischenrippenräumen grossmaschige Netze.

e) Schwierige Respiration aus andern Gründen. 1. An einem Hund hatte ich eines andern Versuchs wegen das Brustbein ohne Verletzung der Pleura durchschnitten und einerseits



art. u. ven. mammaria unterbunden, dann dem Thier Berlinerblau eingespritzt. In den untern Intercostalräumen waren die Netze schön blau gefüllt.

2. Bei einem Versuch mit einseitig erniedrigtem Luftdruck war eine Zerreissung der Lunge und darauf Emphysem mit mühsamer Athmung eingetreten. Die Flasche mit verdünnter Luft wurde entfernt und das Thier sich selbst überlassen. Von den 12 C. C. Berlinerblau's war nach dem Tode nichts mehr zu finden; nur einzelne Klümpchen feuchten blauen Niederschlags lagen hie und da zerstreut. In den untern Intercostalräumen waren die Netze schön gefüllt. Das Thier hatte nach dem Beginn des Versuchs noch 2.5 Stunden gelebt. Die Section erfolgte 2 Stunden nach dem Tode.

B. Resorption von Flüssigkeiten. Die in der Pleura vorkommenden anatomischen Bedingungen machen es selbstverständlich, dass die Aufnahme von Flüssigkeiten nicht blos auf der pleura costalis, sondern ringsum auf der Lungenoberfläche, dem Zwerch- und Mittelfell durch Filtration und Diffusion stattfindet. Das Interesse, was sich an sie knüpft, liegt nun gerade darin, dass man durch sie einige endosmotische Eigenschaften der Pleurawand kennen lernt. Aber auch diese können nicht rein hervortreten, weil sich in die Fortschaffung der Flüssigkeiten aus der Pleurahöhle fortwährend die Wirkungen des intercostalen Saugapparates einmischen werden. Um den Einfluss dieses letzteren nach Kräften herabzudrücken, muss man vor Allem jede Störung der Athembewegung vermeiden. Denn die theoretische und practische Betrachtung spricht dafür, dass alle, besonders aber angestrengte Inspirationsbewegungen mechanische Kräfte in das Spiel setzen, wodurch Filtrationen eingeleitet werden. Wenn aber durch die letzteren feste Körper in die Lymphgefässe getrieben werden, so muss dieses noch in viel grösserem Masse mit Flüssigkeiten der Fall sein. Die Statthaftigkeit dieser Betrachtungen gibt sich durch die Erfahrungen zu erkennen, welche ich oben mitgetheilt habe. Jedesmal wenn auf den Lungenraum ein verminderter Luftdruck wirkte, wurde auch die in die Pleura eingespritzte Flüssigkeit beträchtlich vermindert. Die Abnahme ihres Volumens fällt um so mehr in das Gewicht, weil sich aus der Zusammensetzung der aufgefangenen Flüssigkeit ergab, dass auch eine Exsudation stattgefunden habe,

durch die also das im Pleurasack vorhandene Quantum hätte vermehrt werden müssen.

Nächstdem muss man darauf denken, eine Flüssigkeit zu injiciren, welche keine Exsudation durch eine Änderung des Blutstroms hervorruft, als solche hätte sich nach dem Bisherigen warme Milch empfohlen; dennoch glaubte ich von ihr Abstand nehmen zu müssen, weil es bei ihrer Anwendung schwer sein dürfte, auch nur mässigen analytischen Anforderungen zu genügen. Ich entschloss mich deshalb zu Versuchen mit verschieden concentrirten Lösungen von Traubenzucker und von Gummi arabicum.

a) Versuch mit Traubenzucker. Der Traubenzucker, den ich anwendete, war chemisch rein, zum Mindesten enthielt er keine stickstoffhaltigen Bestandtheile. Um die verschiedenen Bestimmungen an der auf die früher beschriebene Weise abgezapften Flüssigkeit zu gewinnen, theilte ich sie in mehrere Portionen. Aus der einen fällte ich das Eiweiss durch Kochen und ermittelte aus dem Filtrat durch Tetriren mit Fehling'scher Lösung den Zuckergehalt; eine andere Portion trocknete ich bei 110° im Platintiegel und äscherte ihn nach dem Wägen ein. Den Theil des Rückstandes, welcher nach Abzug des Zuckers und der Asche übrig blieb, sah ich als Eiweiss an. Die Zuckerbestimmung des Harns bezieht sich auf den in der Blase des getödteten Thiers enthaltenen. Die folgende Tabelle gibt Nachricht von meinen Versuchen. (Siehe nächste Seite.)

Obwohl die Versuche wenig zahlreich und auch nicht methodisch genug sind, so lassen sie doch einige Regelmässigkeit nicht verkennen. Diese besteht darin, dass der Zucker, so lange seine Conzentration nicht auf Bruchtheile von Prozenten herabgesunken ist, äusserst rasch aus der Brusthöhle verschwindet und dann als solcher im Harn wieder erscheint. Gegen den übergegangenen Zucker werden Blutbestandtheile ausgetauscht. Offenbar ist nun allerdings in alle den Fällen, in welchen die restirende Flüssigkeit mehr oder weniger blutig gefärbt war, eine Exsudation eingetreten, aus ihnen kann also nicht mit Sicherheit auf die Mengen von Blutbestandtheilen geschlossen werden, welche durch Diffusion übertraten. Nehmen wir aber an, es habe in der vierten Beobachtung, bei welcher nach dem Tode eine vollkommen farblose Flüssigkeit in der Brusthöhle gefunden wurde, nur die Diffusion den Übergang von Salzen und

1. Eingespritzt 50 c. c. Lösung mit 5,5 p. c. Zucker, kalt. Gesammelt 66,0 c. c. Die Flüssigkeit war fast farblos (rosaroth), Ekchymosen nur auf Diaphragma, Zucker im Harn.

Totale Menge.		Aufenthaltsdauer in der Pleura.	Gesammelt							
			Totale Menge				Auf 100 Theile			
Zucker Gramm.	Wasser Gramm.		Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser
2,75.	47,25.	2 St. 30 Min.	0,33.	—	0,54.	—	0,5.	—	0,82.	—

2. Eingespritzt 50 c. c. Lösung mit 5 p. c. Zucker, 40° C. Gesammelt 26 c. c. Etwas blutig; Ekchymosen, Zucker im Harn.

Zucker	Wasser	Aufenthaltsdauer	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser
2,5 Gr.	47,5 Gr.	2 St. 30 Min.	0,036.	0,291.	0,192.	25,481.	0,14.	1,12.	0,74.	98,0.

3. Eingespritzt 79 c. c. Lösung mit 2,5 p. c. Zucker, 40° C. Gesammelt 76 c. c. Stark blutig, Zucker im Harn.

Zucker	Wasser	Aufenthaltsdauer	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser
1,97 Gr.	77,83Gr.	4 St. 30 Min.	0,06.	1,195.	0,68.	74,123.	0,08.	1,57.	0,90.	97,45.

4. Eingespritzt 100 c. c. Lösung mit 8,3 p. c. Zucker, 40° C. Gesammelt 128 c. c. Ganz farblos, Zucker im Harn.

Zucker	Wasser	Aufenthaltsdauer	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser
8,3 Gr.	91,7 Gr.	3 St. 15 Min.	0,618.	0,515.	1,133.	125,734.	0,48.	0,40.	0,88.	98,24.

5. Eingespritzt 100 c. c. Lösung mit 10 p. c. Zucker, 40° C. Gesammelt 97 c. c. Die Flüssigkeit war etwas mit Blut gefärbt, an der Luft gerinnend. Auf der Pleura einzelne Ekchymosen.

Zucker	Wasser	Aufenthaltsdauer	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser
10 Gr.	90 Gr.	24 Stunden.	0,071.	2,042.	0,864.	94,025.	0,073.	2,104.	0,890.	96,433.

6. Eingespritzt 100 c. c. Lösung mit 10 p. c. Zucker, 40° C. Gesammelt 71 c. c. Die aus der Brusthöhle gewonnene Flüssigkeit ist stark mit Blut gefärbt.

Zucker	Wasser	Aufenthaltsdauer	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser
10 Gr.	90 Gr.	48 Stunden.	Nichts	1,93.	0,654.	68,416.	Nichts.	2,718.	0,921.	96,361.

7. Eingespritzt 100 c. c. Lösung mit 10 p. c. Zucker, 40° C. Alles war absorbirt, Pleura ganz normal.

Zucker	Wasser	Aufenthaltsdauer	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser
10 Gr.	90 Gr.	72 Stunden.								

8. Eingespritzt 100 c. c. Lösung mit 10 p. c. Zucker, 40° C. Alles war absorbirt, Pleura gesund.

Zucker	Wasser	Aufenthaltsdauer	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser	Zucker	Eiweiss	Salze	Wasser
10 Gr.	90 Gr.	10 Tage.								

Eiweiss bedingt, so sehen wir, dass der Eiweissstrom ausserordentlich viel langsamer als der des Zuckers gewesen sein muss, während der der Salze sich in der Mitte von beiden stellt. In der Zeit von 3 Stunden 15 Minuten muss in der That der Salzgehalt der Brustflüssigkeit schon mit dem des Blutes ins Gleichgewicht gekommen sein. Dieses kann man daraus schliessen, weil bemerkenswerther Weise der Salzgehalt der Brustflüssigkeit in sämmtlichen Beobachtungen sich sehr nahe gleich geblieben ist, gleichgiltig, ob die eingespritzte Lösung 2,5 oder 24 Stunden in der Brusthöhle verblieb.

Die während des Zuckerübergangs in die Brustflüssigkeit getretenen Salz- und Eiweissmengen waren schon nach 3mal 24 Stunden wieder vollständig verschwunden. Aus dem geringen, durch die Beimengung von Exsudat erklärlichen Unterschied, welchen die Beobachtungen 5 und 6 zeigen, darf man wohl schliessen, dass der Eiweissgehalt der Brustflüssigkeit, in soweit er von der Diffusion abhängt, nicht über 2 bis 2,5 p. c. steigt, so dass, ein gesundes Bestehen des Lymphapparats vorausgesetzt, bei dieser Concentration die einfache Zurücknahme des flüssigen Brustinhaltes bis zu seinem vollständigen Verschwinden stattfindet. Wäre dieses richtig, so würde daraus sich die wichtige Folgerung ergeben, dass in den Fällen, in welchen man bei pleuritischen Exsudaten, die der menschlichen Brusthöhle entnommen waren, einen höhern Eiweissgehalt fand, noch immer eine chronische Exsudation bestanden haben müsse. Zur Bestätigung und Widerlegung einer solchen Annahme wären freilich noch zahlreiche Versuche nothwendig.

Zur Bestätigung der von C. Schmidt ausgesprochenen Behauptung, dass unter den Transudaten der Rumpfhöhlen die der Pleura in der Regel den grössten Eiweissgehalt besitzen, stimmen, wie es scheint, die vorliegenden Beobachtungen nicht.

b) Versuche mit Gummilösung. Das angewendete Gummi war nicht stickstoffhaltig. Aus einem Theil der abgezapften Flüssigkeit bestimmte ich nach der Methode von Voit-Segen den Stickstoffgehalt, und berechnete mit seiner Hilfe die Eiweissmenge. Was nach Abzug der Asche und des Eiweisses vom Rückstande übrig blieb, betrachtete ich als Gummi. Ist diese Annahme richtig, und annähernd ist sie es gewiss, so tritt, wie die Resultate der nachstehenden Versuche darthun, von der Brusthöhle das Gummi in die Säftemasse über. Da bekanntlich das Gummi zu den Stoffen gehört, welche durch eine geschlossene Membran nicht diffundiren können, so ist hiermit ein neuer Beweis für die offene Verbindung zwischen der Pleura und den Lymphgefässen erbracht. (Siehe die Tabelle auf nächster Seite.)

Fast hat es den Anschein, als ob eine Gummilösung sich den Blutgefässen gegenüber wie destillirtes Wasser verhalte. Die Bildung von Ekchymosen befördert sie mindestens eben so sehr, wie dieses. Auch hier zeigt der Salzgehalt des Pleurainhaltes sich ganz ähnlich gross wie in den früheren Beobachtungen.

1. Eingespritzt 49 c. c. Lösung mit 5 p. C. Gummi; Gesammelt 58 c. c. Stark blutig, zahlreiche Ekchymosen besonders auf dem Diaphragma. Lungen stark hyperämisch. In den Lymphgefässen Blut. Ekchymosen auf den Rippen und Mediastinum.

Eingespritzt Totale Menge		Aufenthaltsdauer in der Pleura.	Gesammelt Totale Menge				Gesammelt Auf 100 Theile.			
Gummi	Wasser		Gummi	Eiweiss	Salze	Wasser	Gummi	Eiweiss	Salze	Wasser
2,45.	46,55.	3 St. 30 Min.	1,618.	1,829.	0,526.	54,026.	2,79.	3,154.	0,908.	93,148.

2. Eingespritzt 39 c. c. Lösung mit 7,5 p. C. Gummi; Gesammelt 48 c. c. Schwach blutig, schwache Ekchymosen auf dem Diaphragma, ziemlich starke auf dem mediastinum posterius, besonders an den Stellen, wo viel Fett ist. Die Einspritzung war warm gemacht.

Gummi	Wasser	Aufenthaltsdauer	Gummi	Eiweiss	Salze	Wasser	Gummi	Eiweiss	Salze	Wasser
2,88.	36,12.	3 St. 30 Min.	2,346.	0,607.	0,469.	44,578.	4,888.	1,266.	0,97.	92,866.

2) Absonderung. Die Versuche, welche ich über Absonderungen in die Pleurahöhle angestellt habe, sind leider unvollendet geblieben. — Man würde, wie ich glaube, sich über das Mass und die Zusammensetzung der abgesonderten Flüssigkeit dadurch am besten unterrichten können, dass man das Lymphgefäss neben der art. mammaria aufsuchte, was ohne Verletzung der Pleura geschehen kann. Denn dieses ist der wahre Ausführungsgang der Pleurahöhle. Einige Versuche, die ich in dieser Absicht unternahm, belehrten mich, dass meine Zeit zur Durchführung derselben für diessmal nicht mehr ausreichte.

Der allgemeinen Annahme entsprechend ist die Transudation in die Brusthöhle durch den Blutdruck bedingt. Um dieselbe zu prüfen, müssten uns Mittel zu Gebote stehen, um den Blutdruck in den Pleuraflächen in allen möglichen Graden der Abstufung zu ändern. Ein solches Unternehmen hat seine Schwierigkeiten bei der verdeckten Lage der betreffenden Blutgefässe. Embolische Verstopfungen der art. mammaria mit leicht schmelzbarem Talg, die ich bei Kaninchen ausführte, erwiesen sich als zu roh; ich habe sie deshalb verlassen. — Darauf versuchte ich Unterbindungen der art. aorta unterhalb des Zwerchfells an zwei Hunden. Als ich die Thiere drei Stunden nach der Operation bei der kein Baucheingeweide vorgefallen war tödtete und die Brusthöhle eröffnete, fand ich auch nicht ein Tröpfchen Flüssigkeit in der letzteren. — Nächstdem wollte ich versuchen, ob man durch Exstirpation der Gefässnerven oder durch schmerzhafte Reizung der Intercostalnerven auf reflectorischem Wege eine Lähmung der Gefässe hervorbringen kann. Trotz einer ver-

breiteten Zerstörung des Grenzstranges und trotz der heftigsten electrischen Reizung der blosgelegten Stämme einzelner Intercostalnerven habe ich am curarisirten Kaninchen keine Röthung der blosgelegten Pleura zu Gesicht bekommen.

Nach diesen verschiedenen Fehlschlägen blieb mir nichts andres übrig als zu chemischen Mitteln zu greifen, durch welche der Blutstrom in den Capillaren selbst, sei es durch eine Veränderung des Bluts oder durch eine solche der Gefässwand gehemmt wird. Da man bei solchen Versuchen den störenden Einfluss der Diffusion ausschliessen muss, so kann man milder wirkende Flüssigkeiten wie z. B. destillirtes Wasser oder Kochsalzlösung nicht in Anwendung bringen. Ich griff darum zu einer Lösung von Cantharidim in Öl. Dieses Mittel scheint mir für die Folge zu Untersuchungen empfehlenswerth, nur müsste man es von sehr schwachen Concentrationen angefangen prüfend in Anwendung ziehen.

Was die Wege anlangt, welche die aus den Blutgefässen ergossene Flüssigkeit in die Pleurahöhle hinein nimmt, so glaube ich behaupten zu dürfen, dass alle wässrigen, leicht flüssigen Lösungen, welche irgend wohin in die Substanz der Pleura oder in den Raum zwischen ihr und das Periost oder die fascia intercostalis ergossen werden, in die Pleurahöhle abfliessen. Denn ich sah niemals die Flüssigkeit bei meinen zahlreichen Einspritzungen in die genannten Theile einen andern Weg nehmen, namentlich gelangte sie niemals in die Lymphgefässe. Das, was an der herausgeschnittenen Pleura gilt, wird aber an der lebendigen noch um so gewisser eintreffen, weil ja ihre innere Fläche stets unter einem Drucke liegt, der geringer als der atmosphärische ist. Dem entsprechend werden alle Blutgefässe der Pleura gleichgiltig in welcher Tiefe sie liegen, zu denjenigen zu zählen sein, welche eine Absonderung hervorzubringen vermögen.

So weit ich aus meinen Versuchen schliessen kann, liefert der Blutstrom, so lange er unter den Widerständen fliesst, die ihm der normale Gefässverlauf entgegensetzt, kein Flüssigkeitsquantum, das nicht von der grossen resorbirenden Fläche bewältigt werden könnte. Dieses schliesse ich daraus, weil ich niemals eine messbare Menge von Exsudat in der Brusthöhle angetroffen habe, wenn nicht Veränderungen im Blutstrom eingetreten waren, die sich auch noch bei der Section erkennen liessen. Waren dagegen auch noch an der todten Pleura die Ge-

fässe mit rothen Körperchen vollgepfropft, was bemerkenswerther Weise vor allem auf der Rippen- im Gegensatz zur Intercostal-Pleura und im Mittelfell zu geschehen pflegt, oder waren gar Ekchymosen vorhanden, so enthielt die Pleurahöhle mehr oder weniger Flüssigkeit. Abgesehen von den geringen Widerständen, welche der normale Blutstrom in den Pleuragefässen erfährt und abgesehen von dem grossen Übergewicht, welches die Ausdehnung der aufsaugenden Flächen über die absondernden darbietet, liegt, wie ich vermuthe ein Grund für das Überwiegen der Aufsaugung über die Absonderung auch in dem Widerstand begründet, welchen die Häute der pleurischen Blutgefässe und ihrer nächsten Umgebung dem Durchtritt von Eiweisslösung entgegensetzen. Von diesem Widerstand kann man sich leicht überzeugen; man braucht nur unter hohem und anhaltendem Druck eine mässig concentrirte Lösung von Hühnereiweiss durch eine art. intercostalis zu schicken, so wird man auch nicht ein Tröpfchen von Flüssigkeit auf der Oberfläche der Pleura hervorkommen sehen, während schon längst in dem Bindegewebe zwischen den Brustmuskeln Ödem eingetreten ist.

Nachweis der Figuren.

1. Lymphnetze über den mm. sternocostalis und intercostalis natürliche Grösse, siehe pag. 196.
2. Lymphnetz bei Lupenvergrösserung, siehe pag. 197.
3. Durchschnitt der Intercostalpleura bei 300f. Vergrösserung siehe pag. 198.
4. u. 5. Durchschnitte der Sternocostalpleura bei 300f. Vergrösserung siehe pag. 198.
6. Durch Jodserum isolirtes und versilbertes Epithelialstück der pleura intercostalis 300f. Vergrösserung siehe pag. 198.
7. Zweifelhafte Epithelialbedeckung der pleura intercostalis 300f. Vergrösserung siehe pag. 198.
8. Durchschnitt durch die Epithele einer Pleura mit injizirten Lymphgefässen 300f. Vergrösserung siehe pag. 199.
9. u. 10. Versilbertes isolirtes Epithel des Mittelfells 300f. Vergrösserung siehe pag. 201.
11. Grundhaut der pleura intercostal. und aufsitzendes Epithel. Vergr. 300f. siehe pag. 201.

W. Hankel, *neue Theorie der elektrischen Erscheinungen.*

(Fortsetzung)

C. Induction.

In den Berichten der math.-phys. Classe der Gesellschaft für 1865 S. 30 ff. habe ich mich bereits in der Kürze über die Art und Weise, wie zufolge der von mir aufgestellten neuen Theorie der elektrischen Erscheinungen die Inductionsströme entstehen, ausgesprochen; ich werde jetzt die an jenem Orte gegebenen allgemeinen Grundlagen weiter verfolgen, und daraus ebenso, wie dies in der Elektrostatik und Elektrodynamik geschehen, auch für die Inductionswirkungen der elektrischen Ströme die mathematischen Gesetze herleiten.

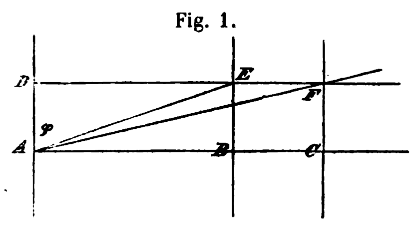
Wenn eine galvanische Kette geschlossen wird, so bedarf der Strom wegen der in seiner Bahn gelegenen Widerstände eine gewisse Zeit, um das den gegebenen Verhältnissen der elektromotorischen Kräfte und Widerstände entsprechende Maximum seiner Intensität zu erreichen. Während dieses allmählichen Anwachsens des Stromes breiten sich die von ihm ausgehenden Schwingungen in den umgebenden Raum aus, und besitzen, wenn der Strom eine constante Intensität angenommen hat, an jeder Stelle des Raumes eine bestimmte Grösse, die sich nach den in der früheren Mittheilung gegebenen Erörterungen berechnen lässt. Es sei ds ein Element des stromführenden Leiters, dessen Halbmesser wir ebenso wie früher $= 1$ annehmen, und ω die auf seinem Umfange vorhandene, als Maass der Intensität dienende Tangentialgeschwindigkeit: so ist (nach S. 24 der Berichte von 1865) die von ds an einen Punkt (r, φ) des umgebenden Raumes übertragene Geschwindigkeit $= \frac{\omega}{r^2} \sin \varphi$, wenn r den Abstand des betrachteten Punktes von

der Mitte des Elementes ds, und φ den Winkel bedeutet, welchen die von (r, φ) nach der Mitte des Elementes gezogene Linie mit der Richtung des Elementes ds bildet.

Über diesen Punkt (r, φ) sind nun aber alle von ds während des Anwachsens des Stromes von Null bis ω ausgesandten Schwingungen hinweggegangen, und haben auf den in ihm befindlichen Äther ihre Wirkungen ausgeübt; unter geeigneten Umständen werden durch dieselben selbstständige Schwingungen (Inductionsströme) entstehen können. Es tritt uns daher zuerst die Aufgabe entgegen, die Summe aller während des Anwachsens eines Stromes von Null bis ω auf den in einem Punkte seiner Umgebung befindlichen Äther ausgeübten Wirkungen zu berechnen.

Wir beginnen mit dem einfachsten Falle, wo $\varphi = 90^0$ ist, der betrachtete Punkt B (Fig. 1) also auf der in der Mitte A

Fig. 1.



von ds errichteten Senkrechten im Abstande $AB = r$ liegt. Es handelt sich nun darum, die Summen der Wirkungen zu finden, welche ein in ds (in A) entstehender Strom, dessen Schwingungen um das Element ds oder die Linie AD als Axe erfolgen, während seines Anwachsens von Null bis zur Intensität ω im Punkte B erzeugt hat. Wir werden offenbar dieselbe Summe der Wirkungen erzielen, wenn wir den Strom in ds bereits zu dem constanten Werthe ω angewachsen denken, und den Punkt B zuerst in unendlichem Abstande auf der Linie AB annehmen, dann aber auf derselben bis zum Abstande $AB = r$ heranrücken; bei dieser Bewegung des Punktes gehen nämlich alle Zwischenstufen der Intensität von Null bis $\frac{\omega}{r^2}$, wie solche schliesslich in B statt hat, über ihn hinweg, ebenso als wenn der Punkt in B geruht hätte, und in ds ein Strom von Null bis ω angewachsen wäre.

Während r den Abstand AB bedeutet, sei ϱ der veränderliche Abstand AC, in welchem sich der betrachtete Punkt bei seiner Annäherung successive befindet. Im Abstande ϱ ist die

Wirkung des constanten Stromes $\frac{\omega}{\varrho^2}$; um nun die Summe aller vom Strome auf dem Wege von $\varrho=\infty$ bis $\varrho=r$ ausgeübten Wirkungen zu erhalten, ist jener Ausdruck mit $d\varrho$ zu multipliciren und von $\varrho=\infty$ bis $\varrho=r$ zu integriren, was den Werth $-\frac{\omega}{r}$ gibt.

Liegt der betrachtete Punkt nicht auf der Linie AC, sondern in E (Fig. 1), wo die Linie AE mit AD den Winkel φ bildet: so führt eine ähnliche Rechnung zu dem Werthe der gesammten Einwirkungen, welche der in A von Null bis ω anwachsende Strom auf den Punkt E ausgeübt hat. Wir denken uns den Punkt E auf einer mit AC parallelen Linie DF bis ins Unendliche fortgerückt, und führen ihn dann auf derselben*) wieder nach E, während in ds (in A) der constante Strom ω besteht. Ist F der veränderliche Ort des Punktes auf der Linie DF, so wird die von jenem Strome in F ausgeübte Wirkung durch $\frac{\omega}{AF^2}\sin DAF$ ausgedrückt. Bezeichnen wir den Abstand der beiden Parallelen DF und AC, mit α, den Abstand DF, wie zuvor, mit ϱ; so ist $AF^2=\alpha^2+\varrho^2$, $\sin DAF=\frac{\varrho}{\sqrt{\alpha^2+\varrho^2}}$, und $\frac{\omega}{AF^2}\sin DAF=\frac{\omega\varrho}{(\alpha^2+\varrho^2)^{\frac{3}{2}}}$. Dieser letztere Ausdruck ist nun mit $d\varrho$ zu multipliciren und von $\varrho=\infty$ bis $\varrho=DE=r\sin\varphi$, wenn r den Abstand AE bedeutet, zu integriren. Es ergibt sich derselbe Werth, wie zuvor, nämlich $-\frac{\omega}{r}$.

Ist also bei einer beliebigen Lage des betrachteten Punktes r sein Abstand von dem Elemente ds, so beträgt die Summe der Wirkungen eines in ds von Null bis ω wachsenden Stromes auf den in jenem Punkte vorhandenen Äther $-\frac{\omega}{r}$.

Aus diesem Ausdrucke lässt sich durch Differentiation der Betrag der Wirkung herleiten, welche in jenem Punkte durch einen unendlich kleinen Zuwachs der Stromstärke oder durch irgend eine unendlich kleine Ortsveränderung des Punktes hervorgebracht wird. Ändert sich die Stromstärke um $d\omega$, so erhalten wir die dadurch erzeugte Wirkung $=-\frac{d\omega}{r}$; erleidet der

*) Die Richtung der Bewegung ist ebenso wie zuvor parallel den Ebenen, in welchen die von ds ausgehenden Schwingungen erfolgen, zu nehmen.

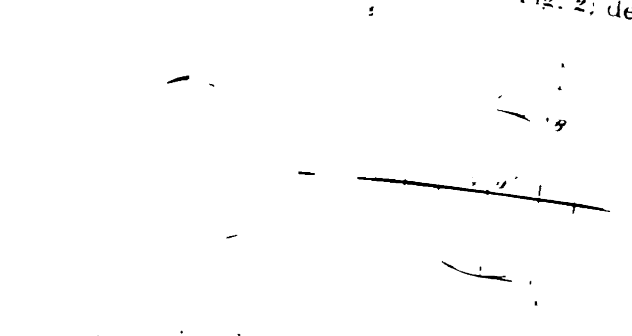


st die dieser Änderung

rung der Stromstärke.

ausgehenden Schwingungen so müssen dieselben, wie be- nen Leiter treffen, in welchem hervorrufen können.

wie in der Elektrodynamik, das Strom- und Leiter- parallel sind, und auf der Verbin- stehen. Legen wir durch die ihre Richtung Querschnitte, es sei O Fig. 2; der Quer-



r Querschnitt des andern ther gesehehen. Beide und denken uns den Querschnitt eben durch sei ferner, ebenso wie betrachtlich gegen den Halb- dass wir vergl. S. 25 der Be- ausgehenden Schwingungen wäh- Leiter O' als geradlinig und gleich stark betrachten können. Be- die Richtung des der Figur 2 so erfolgen auf die einzelnen Punkte Einwirkungen senkrecht gegen die von unten nach oben. Die auf ein

Element der Oberfläche, z. B. auf A ausgeübte Wirkung kann aber nicht vollständig zur Erzeugung einer um O' rotirenden Schwingung verwandt werden; sie muss erst nach der Richtung der Tangente in A zerlegt werden. Ist Θ der Winkel zwischen $O'O$ und $O'A$, so wird die Componente der Wirkung parallel der Tangente durch Multiplication mit cos Θ erhalten.

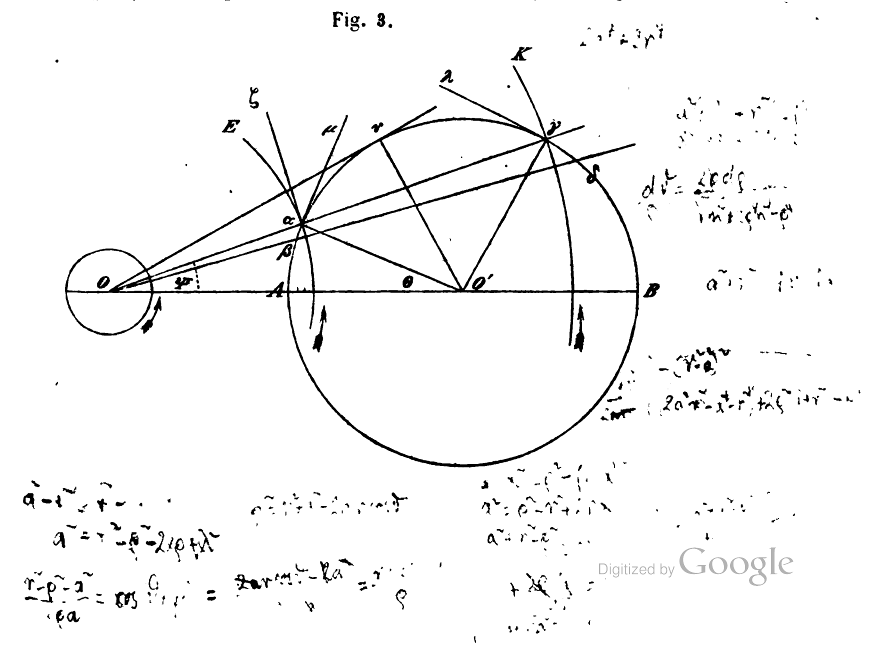
Man sieht sogleich, dass die Wirkungen der von O ausgehenden Schwingungen auf zwei gegen den verticalen Halbmesser $O'C$ symmetrisch gelegene Oberflächenelemente, wie A und B, gleiche und entgegengesetzte Rotationen des Äthers in dem Leiter O' hervorzubringen streben, und also beide bei gleichzeitigem Vorhandensein sich aufheben; woraus folgt, dass in dem ruhenden Elemente O' durch einen constanten Strom in O keine Induction, keine elektromotorische Kraft erzeugt werden kann.*)

*) Oben wurde der Einfachheit wegen die Annahme gemacht, dass der Abstand r gegen den Halbmesser des Drahtes O' sehr gross sei, und dass wir innerhalb seines Querschnittes die Wirkungen als constant betrachten können. Diese Annahme liegt allen bisherigen Untersuchungen über elektrodynamische Wirkungen und Inductionsströme zu Grunde, insoweit sie die Leiter als linear betrachten.

Es ist jedoch auch nicht schwierig, den Beweis zu führen, dass die oben ausgesprochene Folgerung, wonach ein constanter Strom in einem ruhenden Leiter keinen Inductionsstrom erzeugen kann, noch richtig bleibt, wenn wir die Drähte in grössere Nähe bringen und die obige Voraussetzung also nicht mehr zulässig ist.

O (Fig. 3.) sei der Querschnitt des stromführenden, O' der Querschnitt

Fig. 3.



Abstand r eine Änderung um dr, so ist die dieser Änderung entsprechende Wirkung $\frac{\omega dr}{r^2}$.

a. Induction durch Veränderung der Stromstärke.

Wenn die von einem Strome ausgehenden Schwingungen Inductionsströme erzeugen sollen, so müssen dieselben, wie bereits im Eingange bemerkt, auf einen Leiter treffen, in welchem sie selbstständige Schwingungen hervorrufen können.

Wir wollen zunächst, ähnlich wie in der Elektrodynamik, den einfachsten Fall betrachten, wo das Strom- und Leiterelement, ds und ds', einander parallel sind, und auf der Verbindungslinie ihrer Mitten senkrecht stehen. Legen wir durch die Mitten beider Elemente senkrecht auf ihre Richtung Querschnitte, so liegen dieselben in einer Ebene; es sei O (Fig. 2) der Quer-

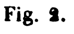
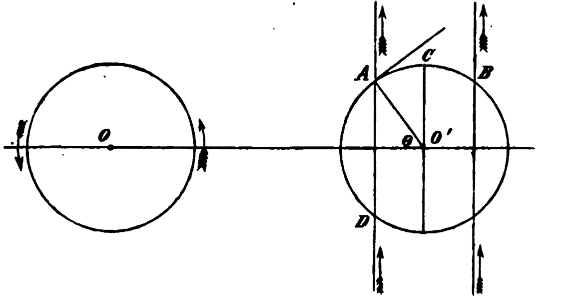


Fig. 2.



schnitt des stromführenden und O' der Querschnitt des andern Leiters. Wir nehmen, wie dies auch früher geschehen, beide Querschnitte als Kreise vom Radius $= 1$, und denken uns den Leiter O' als eine hohle Röhre, deren Querschnitt eben durch den Kreis um O' dargestellt wird. Es sei ferner, ebenso wie früher, der Abstand $OO' = r$ sehr beträchtlich gegen den Halbmesser der beiden Kreise, so dass wir (vergl. S. 25 der Berichte für 1865) die von O ausgehenden Schwingungen während ihres Durchganges durch den Leiter O' als geradlinig und innerhalb des Kreises O' gleich stark betrachten können. Besitzen die Schwingungen um O die Richtung des der Figur 2 beigezeichneten Pfeiles, so erfolgen auf die einzelnen Punkte des Querschnittes O' die Einwirkungen senkrecht gegen die Linie OO', in der Richtung von unten nach oben. Die auf ein

Element der Oberfläche, z. B. auf A ausgeübte Wirkung kann aber nicht vollständig zur Erzeugung einer um O' rotirenden Schwingung verwandt werden; sie muss erst nach der Richtung der Tangente in A zerlegt werden. Ist Θ der Winkel zwischen $O'O$ und $O'A$, so wird die Componente der Wirkung parallel der Tangente durch Multiplication mit $\cos\Theta$ erhalten.

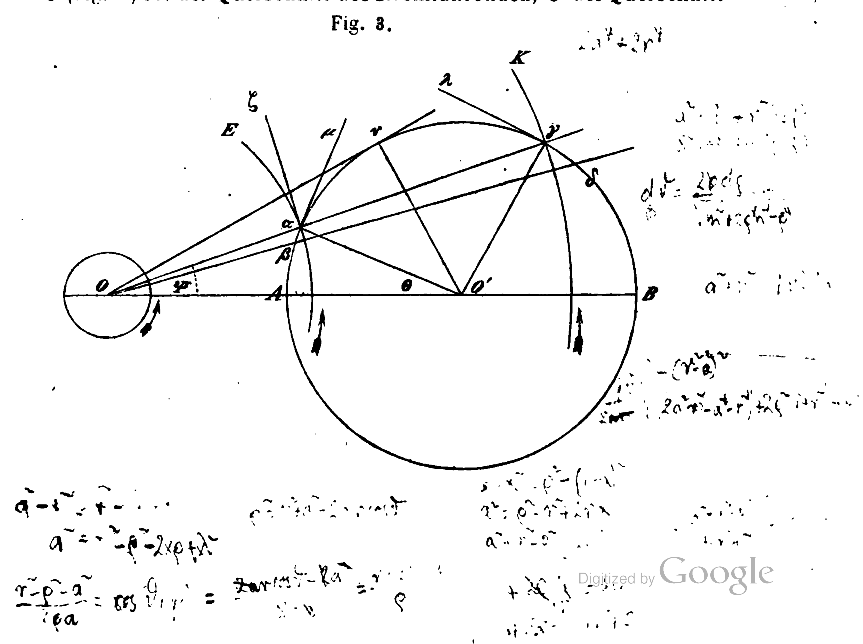
Man sieht sogleich, dass die Wirkungen der von O ausgehenden Schwingungen auf zwei gegen den verticalen Halbmesser $O'C$ symmetrisch gelegene Oberflächenelemente, wie A und B, gleiche und entgegengesetzte Rotationen des Äthers in dem Leiter O' hervorzubringen streben, und also beide bei gleichzeitigem Vorhandensein sich aufheben; woraus folgt, dass in dem ruhenden Elemente O' durch einen constanten Strom in O keine Induction, keine elektromotorische Kraft erzeugt werden kann.*)

*) Oben wurde der Einfachheit wegen die Annahme gemacht, dass der Abstand r gegen den Halbmesser des Drahtes O' sehr gross sei, und dass wir innerhalb seines Querschnittes die Wirkungen als constant betrachten können. Diese Annahme liegt allen bisherigen Untersuchungen über elektrodynamische Wirkungen und Inductionsströme zu Grunde, insoweit sie die Leiter als linear betrachten.

Es ist jedoch auch nicht schwierig, den Beweis zu führen, dass die oben ausgesprochene Folgerung, wonach ein constanter Strom in einem ruhenden Leiter keinen Inductionsstrom erzeugen kann, noch richtig bleibt, wenn wir die Drähte in grössere Nähe bringen und die obige Voraussetzung also nicht mehr zulässig ist.

O (Fig. 3.) sei der Querschnitt des stromführenden, O' der Querschnitt

Fig. 3.



Anders ist dies aber, wenn der Strom in O seine Intensität ändert, also z. B. um $d\omega$ wächst: dann trifft dieser Zuwachs zuerst die linke Hälfte des Querschnittes O', und seine Wirkung auf jedes Oberflächenelement des linken Halbkreises wird erst später durch die gleichgrosse Wirkung auf das entsprechende Element der rechten Hälfte aufgehoben. Jede einzelne Wirkung auf ein Element der linken Hälfte besteht also so lange fort, bis das entsprechende Element der rechten Hälfte erreicht ist, oder bis die Schwingungen sich um die Strecke $2 \cos \Theta$ fortgepflanzt haben.

Nach dem Früheren ist nun die Summe der Wirkungen eines Zuwachses $d\omega$ des Stromes auf einen um r entfernten Punkt $= -\frac{d\omega}{r}$; im Punkte A erzeugt dieselbe eine elektromotorische Kraft $-\frac{d\omega}{r}\cos\Theta$; ebenso gross und in gleichem Sinne gerichtet ist dieselbe im Punkte D. Fassen wir die entsprechenden oberen und unteren Punkte zusammen, so erhalten wir die Summe der Wirkungen auf je zwei in der oberen und unteren Hälfte einander entsprechende Punkte $= -2\frac{d\omega}{r}\cos\Theta$. Die Dauer dieser Wirkung, bevor sie durch die gleich grosse

---

des stromleeren Leiters, und beide Querschnitte liegen wieder, wie oben, in einer Ebene. Berechnen wir die innerhalb des unendlich schmalen Streifens $\gamma O \delta$ liegenden Wirkungen auf die Theile $\alpha\beta$ und $\gamma\delta$ der Oberfläche, so ergeben sich diese gleich: es wachsen nämlich einerseits die Theile $\alpha\beta$ und $\gamma\delta$, die wir als zwei kleine antiparallele Linien betrachten können, proportional dem Abstande ihrer Mitte von O, und andererseits stehen die gesammten Wirkungen des Stromes $\left(-\frac{\omega}{r}\right)$ im umgekehrten Verhältnisse derselben Abstände, so dass das Element $\alpha\beta$ dieselbe Einwirkung empfängt, wie das Element $\gamma\delta$. Nun bilden die Tangenten $\alpha\mu$ und $\gamma\lambda$ in den Punkten α und γ, nach denen jene Wirkungen zerlegt werden müssen, mit der Sehne $\alpha\gamma$, und also auch mit den auf $\alpha\gamma$ senkrechten Bewegungen der von O ausgehenden Schwingungen gleiche Winkel. Werden die in den Richtungen αE und γK wirkenden Kräfte nach der Richtung der Tangenten $\alpha\mu$ und $\gamma\lambda$ zerlegt, so entstehen zwei gleich grosse, zu entgegengesetzten Rotationen antreibende Kräfte, die sich also gegenseitig aufheben. Ist $O\nu$ eine Tangente an den Kreis O', und theilen wir den Kreis O' durch von O ausgehende Strahlen in schmale Streifchen, so werden alle auf die zwischen A und ν liegenden Oberflächenelemente ausgeübten Wirkungen durch die auf sämmtliche zwischen ν und B befindliche Elemente ausgeübten vernichtet, und es kann also keine Schwingung im Leiter O' eintreten. Ein Gleiches gilt für die untere Hälfte des Kreises.

und entgegengesetzt gerichtete der rechten Seite aufgehoben wird, ist bei der während des Durchganges durch den Draht jedenfalls als gleichförmig zu betrachtenden Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität proportional mit 2 cos Θ. Um die durch die Einwirkung auf die ganze Oberfläche O' erzeugte elektromotorische Kraft zu erhalten, muss also der Ausdruck $-\frac{2d\omega}{r}\cos\Theta$ mit 2 cos Θ und $d\Theta$ multiplicirt und sodann von $\Theta = o$ bis $\Theta = \frac{\pi}{2}$ integrirt werden. Die Integration gibt $-\frac{\pi d\omega}{r}$; die vom Elemente ds (in O) im Element ds' (in O') erzeugte elektromotorische Kraft ist also proportional mit $-\frac{d\omega}{r}$.*)

---

*) Um absolute Werthe zu erhalten, müsste die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bekannt sein. Übrigens ist im Allgemeinen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit grösser als die Rotationsgeschwindigkeit.

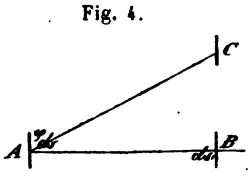
Oben wurde der Einfachheit wegen die Inductionswirkung für den Fall hergeleitet, wo der Abstand r der beiden Drähte gegen den Halbmesser des inducirten Leiters sehr gross war, und infolge dessen die Wirkungen des Stromes innerhalb des Leiters als constant betrachtet werden durften. Es soll jetzt die Inductionswirkung auch für den oben S. 223 in der Anmerkung behandelten Fall, wo die eben erwähnten Bedingungen nicht mehr als erfüllt betrachtet werden können, berechnet werden.

In Fig. 3 bedeute der Kreis um O den Querschnitt des stromführenden, der Kreis um O' den in derselben Ebene liegenden Querschnitt des inducirten Leiters, dessen Halbmesser $O'\alpha = a$ sei, während der Abstand $OO' = r$ gesetzt werde. Ferner bezeichne wie zuvor Θ den Winkel, welchen der nach einem Punkte des Umfanges α des Kreises um O' gezogene Radius mit der Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte O' bildet, und ϱ den Abstand $O\alpha$.

Die auf den Punkt α ausgeübte Wirkung ist $-\frac{d\omega}{\varrho}$, gerichtet nach der im Punkte α an den Kreis αE gezogenen Tangente $\alpha\zeta$; sie muss nach der Richtung der Tangente $\alpha\mu$ an den Kreis um O' zerlegt werden, und diese Componente ist $= -\frac{d\omega}{\varrho}\cos\zeta\alpha\mu = -\frac{d\omega}{\varrho}\cos(\Theta + \psi)$, wenn ψ den Winkel $\alpha OO'$ bedeutet. Die Wirkung dauert fort, bis die von O ausgehende Schwingung sich bis γ ausgebreitet hat, besteht also während eines mit $\alpha\gamma = 2a\cos(\Theta + \psi)$ proportionalen Zeitraumes. Um die Grösse der auf den oberen Halbkreis ausgeübten Inductionswirkung zu finden, muss daher der vorstehende Ausdruck noch mit $2a\cos(\Theta + \psi)$ und dem Bogenelement $a\,d\Theta$ multiplicirt und dann zwischen den betreffenden Grenzen integrirt werden. Die untere Grenze ist $\Theta = o$, die obere $\Theta = \text{arc. cos}\,\frac{a}{r}$ (vergl. die Anmerkung auf S. 224), d. h. dem Punkte ν entsprechend, wo die von O an den Kreis um O' gezogene Tangente diesen Kreis berührt. Für den unteren Halbkreis sind die Grenzen dieselben; der Ausdruck für die Inductionswirkung auf den ganzen Kreis ist also

Während im Vorhergehenden die beiden Elemente ds in A und ds' in B einander parallel waren, und senkrecht gegen ihre Verbindungslinie AB standen, soll jetzt das Element ds' zwar noch mit dem Element ds parallel bleiben, dagegen von B nach C (Fig. 4) versetzt werden, so dass die Verbindungslinie AC mit der Richtung der Elemente den Winkel φ bildet. Bezeichnet r den Abstand der beiden Elemente AC, so ist nach S. 221 die Wirkung eines Zuwachses $d\omega$ auf die in C befindlichen Ätherteilchen $= -\frac{d\omega}{r}$, also unabhängig von φ. Da nun das Element ds' mit ds parallel ist, und die von ds ausgehenden Schwingungen um ds als Axe erfolgen, so haben diese Schwingungen gegen den Querschnitt des Leiters in ds' genau dieselbe Lage wie zuvor, d. h. sie geschehen in der Ebene des Querschnittes dieses Leiters. Es werden also dieselben Schlüsse gelten wie zuvor, und die Inductionswirkung des Elementes ds auf ds' als Folge des Wachsens des Stromes um $d\omega$, wird, ebenso wie zuvor, mit $-\frac{d\omega}{r}$ proportional sein.

Fig. 4.



Ist der Zuwachs $d\omega$ des Stromes nicht positiv, sondern negativ, nimmt also der Strom in ds um $d\omega$ ab, so treffen seine stärkeren Schwingungen zuletzt die rechte Hälfte des Querschnittes O' (Fig. 2), und die Zeit, während welcher sie noch in einem Element B fortbestehen, nachdem sie das entsprechende Element A der linken Hälfte verlassen haben, also die Zeit, während welcher sie zur Erzeugung eines Inductionsstro-

---

$$-4\,a^2\,d\omega \int_{\Theta=0}^{\Theta=\text{arc.}\cos\frac{a}{r}} \frac{\cos^2(\Theta+\psi)\,d\Theta}{\varrho}$$

oder da

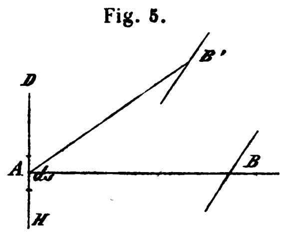
$$\cos(\Theta+\psi)=\frac{r\cos\Theta-a}{\sqrt{r^2+a^2-2\,ra\cos\Theta}} \text{ und } \cos^2(\Theta+\psi)=1-\frac{r^2\sin^2\Theta}{r^2+a^2-2\,ra\cos\Theta},$$

$$-4\,a^2\,d\omega\left\{\int_{\Theta=0}^{\Theta=\text{arc.}\cos\frac{a}{r}}\frac{d\Theta}{\sqrt{r^2+a^2-2\,ra\cos\Theta}}-r^2\int_{\Theta=0}^{\Theta=\text{arc.}\cos\frac{a}{r}}\frac{\sin^2\Theta\,d\Theta}{(r^2+a^2-2\,ra\cos\Theta)^{\frac{3}{2}}}\right\}.$$

mes wirksam sind, ist gleichfalls, wie zuvor, mit 2 cos Θ proportional. Man erkennt daher leicht, dass eine Abnahme des Stromes denselben Effect, nur in umgekehrter Rotation hervorbringen muss, wie eine Zunahme um die gleiche Grösse; während beim Wachsen des ursprünglichen Stromes der Inductionsstrom die entgegengesetzte Richtung hat als jener, erhält er bei der Abnahme die gleiche Richtung mit ihm.

Bisher waren die Richtungen der beiden Elemente ds und ds' einander parallel; es muss noch untersucht werden, wie sich die Verhältnisse gestalten, wenn die Richtungen der Elemente ds und ds' (Fig. 5) einen Winkel mit einander bilden. Die von dem stromführenden Elemente ds ausgehenden Schwingungen erfolgen um ds oder DH als Axe, also in Ebenen, welche auf der Linie DH senkrecht stehen. Treffen diese Schwingungen auf ein Leiterelement ds' in B oder B', das mit dem Elemente ds den Winkel χ bildet, so können dieselben nicht vollständig zur Erzeugung von Schwingungen um ds' verwandt werden; sie müssen vielmehr erst nach der Ebene des auf ds' senkrechten Querschnittes zerlegt werden, indem nur dieser Theil Schwingungen um ds' als Axe hervorbringen und also bei der Bildung von Inductionsströmen wirksam sein kann. Die Grösse desselben wird aus der vollen Wirkung $-\frac{d\omega}{r}$, wie sie auf ein mit ds paralleles Element statt findet, durch Multiplication mit $\cos\chi$ erhalten, und ist $= -\frac{d\omega}{r}\cos\chi$.

Fig. 5.



Sind also zwei Leiter von beliebiger Form gegeben, deren Elemente ds und ds' darstellen, und wächst der im ersten vorhandene Strom um $d\omega$, so entsteht im zweiten eine Inductionswirkung, die mit $-d\omega\iint\frac{\cos(ds,ds')}{r}ds\,ds'$ proportional ist, wenn (ds, ds') den Winkel bezeichnet, welchen die Richtungen je zweier Elemente ds und ds' mit einander bilden, und die Integrale zwischen den jedem Leiter zukommenden Grenzen genommen werden. Wächst der Strom von Null bis ω, so ist der Integralwerth der elektromotorischen Kraft proportional mit $-\omega\iint\frac{\cos(ds,ds')}{r}ds\,ds'$. Das zuvor gefundene Elemen-

targesetz gibt also durch Integration das von *Neumann* für geschlossene Ströme aufgestellte Potential.

b. Induction durch Ortsveränderung bei constantem Strome.

Wenn in einem Drahte, dessen Querschnitt O (Fig. 3) darstellt, ein constanter galvanischer Strom fliesst, so bildet sich um diesen Draht ein gleichfalls constant bleibendes System von Schwingungen; und es ist oben S. 224 (Anmerkung) gezeigt worden, dass in einem in diesem Systeme irgend wo ruhenden Leiter O' keine selbstständigen Schwingungen, wie sie zur Erzeugung von Inductionsströmen erforderlich sind, entstehen können.

Dies ändert sich jedoch, wenn der Strom in O dem Leiter O' genähert oder von ihm entfernt wird. Gesetzt es werde der Querschnitt O dem Querschnitte O' um dr genähert, so erleidet das zuvor bezeichnete System von Schwingungen eine Modification. Die in dem letzten Zeittheilchen vor der Verschiebung des Querschnittes O ausgehenden Schwingungen gleichen, da der Strom als constant vorausgesetzt ist, den in den früheren Momenten ausgesandten, und entsprechende Oberflächenelemente, wie $\alpha\beta$ und $\gamma\delta$ (Fig. 3), werden dadurch zu gleichen aber entgegengesetzt gerichteten Rotationen angetrieben, so dass kein Inductionsstrom sich bilden kann. Wird aber O dem O' um dr genähert, so langen die beim Eintritt in die neue Lage ausgesandten Schwingungen in stärkerem Grade in $\alpha\beta$ an als zuvor, und werden also durch die noch in der früheren Stärke in $\gamma\delta$ vorhandenen Schwingungen in ihrem Antriebe zur Rotation um O' nicht vollständig aufgehoben; eine solche Aufhebung kann vielmehr erst eintreten, wenn die von der neuen Lage ausgesandten Schwingungen im Element $\gamma\delta$ angelangt sind. Die Grösse dieses Unterschiedes wird aber nach S. 222 gemessen durch $\frac{\omega\, dr}{r^2}$, wenn ω die Intensität des constanten Stromes oder die Rotationsgeschwindigkeit auf dem Querschnitte vom Halbmesser 1 bezeichnet.

Betrachten wir wieder den einfachsten in Fig. 2 dargestellten Fall, wo der Halbmesser des Querschnittes $O' = 1$ und gegen den Abstand r verschwindend klein ist. Dann werden die von O in der um dr genäherten Lage ausgehenden Schwin-

gungen ihre Wirkung zur Erzeugung von selbstständigen Schwingungen in O' verwenden, bis die von eben dieser Lage ausgehenden Schwingungen in B angelangt sind. Wir haben daher ebenso wie S. 225 den Ausdruck $\frac{\omega dr}{r^2}$ mit $2 \cos^2 \Theta d\Theta$, oder wenn wir die entsprechenden Elemente der oberen und unteren Hälfte des Kreises um O' zusammenfassen, mit $4 \cos^2 \Theta d\Theta$ zu multipliciren und dann von $\Theta = o$ bis $\Theta = \frac{\pi}{2}$ zu integriren, so dass wir erhalten $\frac{\pi \omega dr}{r^2}$, wonach also die Induction mit $\frac{\omega dr}{r^2}$ proportional ist.

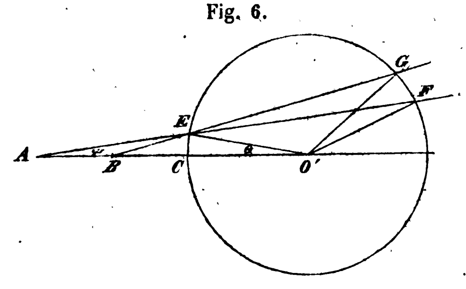
Bisher waren die beiden Elemente ds und ds', deren senkrechte Querschnitte die Kreise O und O' (Fig. 2) darstellen, einander parallel und senkrecht auf der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte, wie A und B in Fig. 4. Bei Rücksicht auf die früheren Erläuterungen (S. 226 u. 227) erkennt man aber sofort, dass eine Verschiebung des Elementes ds' von B nach C (Fig. 4) an dem obigen Ausdrucke nichts ändert, wenn die Elemente ds und ds' noch parallel bleiben; dass dagegen, wenn die beiden Elemente ds und ds' nicht mehr parallel sind, sondern (Fig. 5) mit einander den Winkel χ bilden, ebenso wie früher der obige Ausdruck noch mit $\cos \chi$ zu multipliciren ist.

Suchen wir die Grösse der Inductionswirkung, welche durch eine Annäherung des Stromes von $r = \infty$ bis $r = r$ erfolgt, so erhalten wir $-\frac{\omega}{r} \cos \chi$, d. h. gerade denselben Werth, als wenn das Element ds im Abstande r ruhig gestanden und der Strom in ihm von Null bis ω gewachsen wäre.*)

*) Die Bestimmung der Induction für den Fall, wo der Halbmesser α des Querschnittes O' gegen den Abstand r keine verschwindende Grösse ist, lässt sich am leichtesten aus dem S. 226 gegebenen Ausdrucke herleiten.

Der Kreis um O' (Fig. 6) stelle den Querschnitt des Leiterelementes, und

Fig. 6.



Im Vorstehenden war das Leiterelement als ruhend, das stromführende dagegen als bewegt vorausgesetzt worden. Auf diesen Fall lässt sich der andere, wo das stromführende Element ruht und das Leiterelement bewegt wird, zurückführen, indem man beiden Elementen gemeinschaftlich eine der Geschwindigkeit des Leiterelementes gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Geschwindigkeit beilegt; dadurch wird das Leiterelement das ruhende und das stromführende Element das bewegte, während durch die Hinzufügung einer beiden Elementen gemeinschaftlichen Bewegung die Inductionsverhältnisse nicht geändert werden.

A den Mittelpunkt des Querschnittes des stromführenden mit O' in derselben Ebene liegenden Elementes in seiner ursprünglichen Lage dar, und es werde dann der Strom in A um das Stück $dr = AB$ dem Querschnitte O' genähert.

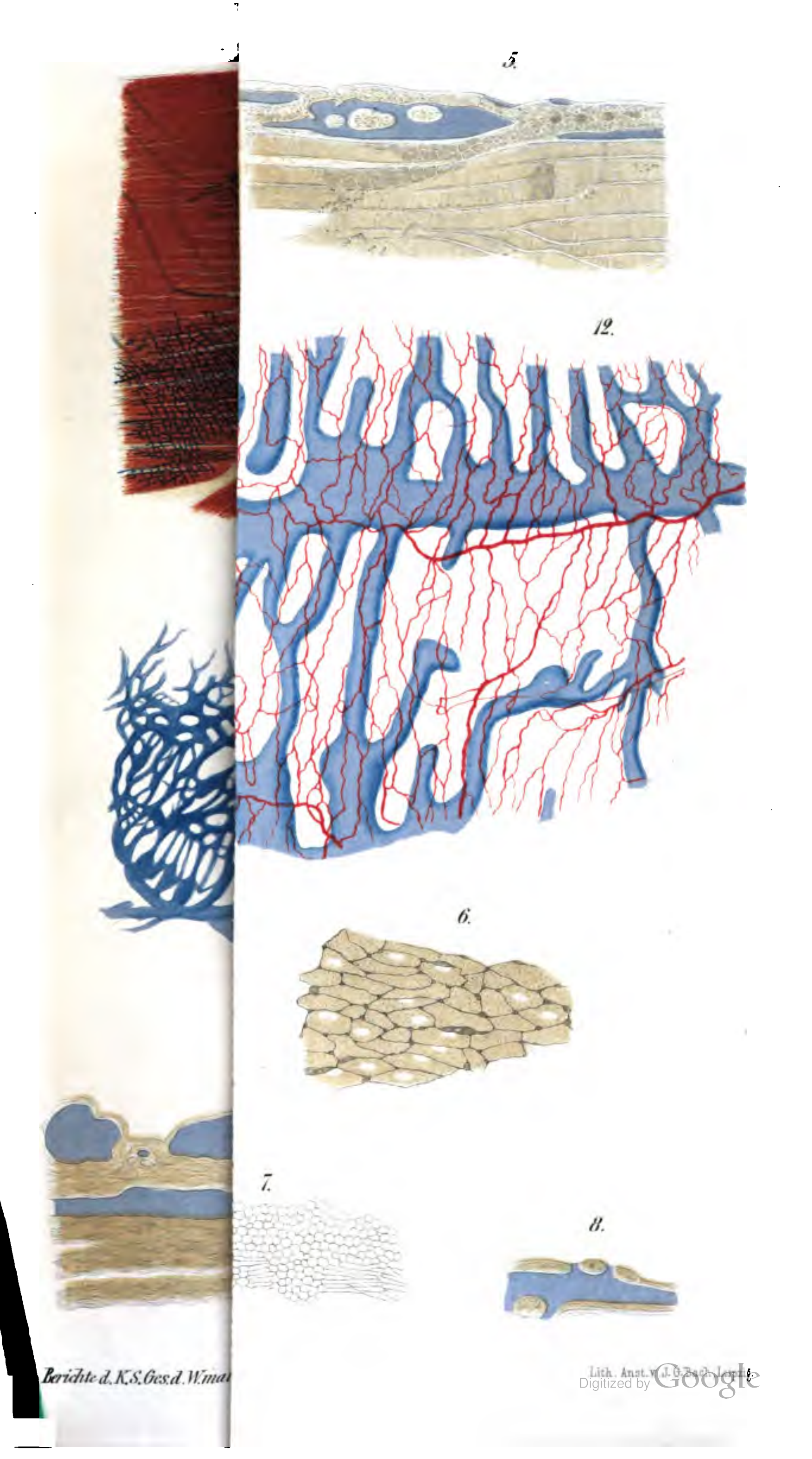
Haben r, ϱ, Θ und ψ dieselben Bedeutungen wie in der Anmerkung auf S. 225, so ist die Inductionswirkung, welche durch das Anwachsen eines Stromes von Null bis ω auf den Leiter O' ausgeübt wird,

$$- 4\, a^2 \omega \int\limits_{\Theta = 0}^{\Theta = \text{arc. cos}\frac{a}{r}} \frac{\cos^2(\Theta + \psi)\, d\Theta}{\varrho}.$$

Aus diesem Ausdrucke ergibt sich durch Differentiation nach r der Betrag der Induction, welche bei constantem Strome ω in O' durch eine Änderung des Abstandes der Mittelpunkte des stromführenden und des inducirten Drahtes um dr entsteht

$$= 4\, a^2 \omega \left\{ \int\limits_{\Theta = 0}^{\Theta = \text{arc. cos}\frac{a}{r}} \frac{\cos^2(\Theta + \psi) d\Theta}{\varrho^2} \frac{d\varrho}{dr} dr - \int\limits_{\Theta = 0}^{\Theta = \text{arc. cos}\frac{a}{r}} \frac{1}{\varrho} \frac{d\,.\cos^2(\Theta + \psi).\, d\Theta}{d\psi} \frac{d\psi}{dr} dr \right\}$$

Die bei der Differentiation nach r auf die Grenzen bezüglichen Glieder werden Null, weil die untere Grenze constant ist, die obere aber an dem Orte des Minimums der Wirkung ($= o$) liegt. Man sieht leicht, dass das erste Glied des vorstehenden Ausdruckes die Inductionswirkung darstellt, welche eintreten würde, wenn bei der Annäherung um AB die Schwingungen stets von A ausgingen, und also EF die für ihre Wirkung in Rechnung zu ziehende Strecke wäre. Damit würde aber die Zeit der Einwirkung zu gross gesetzt sein, indem die Wirkung der am Ende der Verschiebung von B ausgehenden Schwingungen schon nach dem Durchlaufen der Strecke EG aufhört; die durch die Änderung des Winkels ψ erzeugte Verkürzung in der Dauer der Einwirkung bringt das zweite Glied des obigen Ausdrucks in Rechnung.



Berichte d. K.S. Ges. d. W. mat

Lith. Anst. v. J. G. Bach, Leipzig.

Dr. Feddersen, *Über die Theorie der Stromverzweigung bei der oscillatorischen elektrischen Entladung und die »äquivalente Länge« des Herrn Direktor Knochenhauer*; vorgelegt von Hankel.

Die Theorie der elektrischen Flaschenentladung ist bekanntlich zuerst im Allgemeinen von *W. Thomson* gegeben, darauf aber eingehender von *Kirchhoff* entwickelt worden. Durch meine über die elektrische Flaschenentladung angestellten Beobachtungen, so wie durch die darüber geführten Rechnungen von *Kirchhoff**) scheint ihre Anwendbarkeit gesichert. Ich will nun versuchen, sie auch auf den Fall der elektrischen Stromtheilung anzuwenden und erlaube mir, hauptsächlich an die *Kirchhoff*'schen Arbeiten anzuknüpfen. Die Untersuchungen über die Bewegung der Elektricität in Drähten haben genannten Forscher auf eine Differentialgleichung geführt, welche die Elektricitätsbewegung bei Entladung der Leidner Flasche bestimmt.

Bedeutet nämlich i die Stromstärke im Schliessungsbogen zur Zeit t, ferner W den Widerstand des Schliessungsbogens, A die elektrodynamische Constante**) desselben

---

*) *Pogg.* Ann. Bd. 121. S. 551.

**) Die Grösse A ist nach *Kirchhoff*

$$= \frac{8}{c^2}\iint \frac{ds\, ds'}{r} \cos\Theta \cos\Theta'$$

wo c die Geschwindigkeit ist, mit welcher zwei Elektricitätstheilchen sich gegen einander bewegen müssen, um keine Wirkung mehr auf einander ausüben zu können, ds und ds' zwei verschiedene Elemente des Schliessungsbogens von der relativen Entfernung r, Θ und Θ' ihre respectiven Neigungswinkel gegen die Linie r bedeuten, und die beiden Integrationen über die ganze Länge des Schliessungsbogens auszudehnen sind.

W. Thomson nennt die Grösse A einfach elektrodynamische Constante, welcher Benennungsweise ich mich hier anschliessen will.

und $V_{(i)} - V_{(a)}$ den Unterschied der Potentialwerthe an den Enden des Schliessungsbogens, so ist:

$$Wi + A\frac{di}{dt} = 2(V_{(i)} - V_{(a)})$$

oder in Worten ausgedrückt: die elektromotorische Kraft, welche der augenblicklichen Stromstärke entspricht, vermehrt um die Summe der elektromotorischen Kräfte, welche durch die Zunahme des Stromes in allen Theilen des Schliessungsbogens erregt werden, ist in jedem Zeitmoment gleich derjenigen Kraft, welche durch den Potentialunterschied an den beiden Enden des Schliessungsbogens bestimmt ist.

Der Potentialwerth für das mit der inneren Flaschenbelegung verbundene Ende des Schliessungsbogens ist in irgend einem Augenblick während der Entladung $V_{(i)}$; wie der Werth an den einzelnen Stellen eines beliebigen Schliessungsbogens zur selben Zeit beschaffen ist, wissen wir nicht, allein wir sind berechtigt anzunehmen, dass er sich in continuirlicher Weise dem Werthe von $V_{(a)}$ nähert, wenn wir Punkte eines homogenen, continuirlichen, in weitem Bogen ausgespannten Schliessungsdrahtes in Betrachtung ziehen, welche auf einander folgend der äusseren Belegung näher liegen.

Welcher Potentialwerth übrigens für die einzelnen Punkte der Leitung gelten mag, so muss doch in jedem Augenblick für jeden Punkt ein bestimmter Werth gelten. Wenn wir daher ein bestimmtes Stück des Schliessungsbogens einer gesonderten Betrachtung unterwerfen, so können wir die Potentialwerthe an den beiden Enden $v_{(i)}$ und $v_{(a)}$ nennen. Nehmen wir an, dass die Induktionswirkungen dieses Stückes auf den übrigen Schliessungsbogen, und umgekehrt, verschwindend klein sind, gegen die Induktionswirkungen jedes Theiles auf sich selber,*) so können wir eine der obigen analoge Differentialgleichung auch für das betrachtete Stück bilden, nämlich:

$$w\,i + a\frac{di}{dt} = 2(v_{(i)} - v_{(a)}) \quad \ldots\ldots\ldots 1)$$

*) Diese, so wie dieselbe später auch für Zweige des Schliessungsbogens gemachte Annahme wird den bei Versuchen sich darbietenden Verhältnissen nur unter besonderen Umständen vollkommen entsprechen, allein wenn die in Rede stehenden Theile des Schliessungsbogens nicht aus dicht neben einander ausgespannten Drähten, oder in einander geschobenen Drahtrollen bestehen, vielmehr als gesonderte Systeme anzusehen sind, so dürfte eine solche Annahme zur Vereinfachung der Betrachtungen wohl allgemeiner erlaubt sein.

wo i denselben Werth hat wie oben, w und a dagegen respective den Widerstand und die elektrodynamische Constante des betrachteten Stückes bedeutet, während $v_{(i)} - v_{(a)}$ den Unterschied der Potentialwerthe an den Enden desselben angiebt.

Diese einleitenden Betrachtungen führen uns den Weg zur Lösung des in der Überschrift angedeuteten Problems. Haben wir nämlich an einer Stelle des Schliessungsbogens eine Theilung der Entladung zwischen den Zweigen I und II mit den Widerständen w_1 und w_2, so wie mit den elektrodynamischen Constanten a_1 und a_2, so wird dort, wo sich die Zweige trennen, der Potentialwerth $v_{(i)}$, dort wo sie sich wieder vereinigen, $v_{(a)}$ gelten. Können wir nun die Wirkungen, welche durch die Induktion zwischen den beiden Zweigen, so wie zwischen jedem Zweige und dem übrigen Schliessungsbogen auftreten als verschwindend klein betrachten gegen die Induktionswirkungen jedes Theiles auf sich selber, so dürfen wir folgende Differentialgleichungen aufstellen:

$$\left.\begin{aligned} w_1 i_1 + a_1 \frac{di_1}{dt} &= 2(v_{(i)} - v_{(a)}) \ldots\ldots \\ w_2 i_2 + a_2 \frac{di_2}{dt} &= 2(v_{(i)} - v_{(a)}) \ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad 2)$$

Wenn wir eine auch von *Kirchhoff* gebrauchte Annahme machen, dass nämlich in allen übrigen Theilen des Schliessungsbogens gleichzeitig dieselbe Stromstärke i stattfindet, so kann offenbar in jedem Augenblick durch die Zweige nur diejenige Elektricitätsmenge entweichen, welche auch durch den Querschnitt des Stammdrahtes fliesst. Wir haben daher:

$$i_1 + i_2 = i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Aus 2 in Verbindung mit 3 folgt dann:

$$\frac{w_1 + w_2}{a_1 + a_2} i_1 + \frac{di_1}{dt} - \frac{w_2}{a_1 + a_2} i - \frac{a_2}{a_1 + a_2} \frac{di}{dt} = 0 \quad \ldots \quad 4)$$

In dieser Gleichung können wir i und $\frac{di}{dt}$ angeben, vorausgesetzt, dsss wir wissen, ob wir es mit der oscillatorischen oder der continuirlichen Entladung zu thun haben. Die Bedingung der oscillatorischen Entladung ist nach *Thomson* und *Kirchhoff*, dass die Grösse

$$\sqrt{\frac{4}{A\beta} - \frac{W^2}{4A^2}}$$

welche wir der Abkürzung wegen mit α bezeichnen wollen, reel sei, und die Stromstärke für diesen Fall:

$$i = \frac{4Q}{\alpha A \beta} e^{-\frac{W}{2A}t} \sin \alpha t$$

wo Q die Elektricitätsmenge in der Flasche beim Beginn der Ladung bedeutet, β diejenige Elektricitätsmenge, mit welcher die Flasche geladen sein muss, damit der Unterschied der Potentiale 1 beträgt,*) während W und A die oben schon genannte Bedeutung haben.**)

Substituiren wir nun i und seinen Differentialquotienten nach t in die Gleichung (4), so erhalten wir eine Differentialgleichung, welche sich nach t integriren lässt, und wo die Integrationsconstante aus der Bedingung

$$i_1 = 0 \text{ für } t = 0$$

gefunden wird. Die Ausführung dieser Operationen liefert einen Ausdruck für die Stromstärke, welche in irgend einem Augenblick in dem Zweige I herrscht, nämlich:

$$i_1 = \frac{4Q}{\alpha A\beta} \cdot \frac{1}{\left(\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2} - \frac{W}{2A}\right)^2 + \alpha^2} \left\{ \alpha \frac{a_2 w_1 - a_1 w_2}{(a_1+a_2)^2} \left(e^{-\frac{W}{2A}t} \cos \alpha t - e^{-\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}t} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{a_2 \left(\frac{4}{A\beta} - \frac{w_1+w_2}{a_1+a_2} \cdot \frac{W}{2A} \right) + w_2 \left(\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2} - \frac{W}{2A} \right)}{a_1+a_2} e^{-\frac{W}{2A}t} \sin \alpha t \right\}. \quad 5)$$

und für den Zweig II denselben Ausdruck nur mit vertauschten Indices.

Betrachten wir uns das Resultat etwas näher, so sehen wir, dass sich folgende Bemerkung machen lässt: Der Verlauf der elektrischen Entladung in den beiden Zweigen ist von solcher Art, als wenn der ursprüngliche Entladungsstrom i aus

*) *Thomson* gebraucht für $\frac{1}{4}\beta$ den Ausdruck Capacität.

**) Es dürfte zweckmässig sein, an dieser Stelle schon darauf aufmerksam zu machen, dass die als Widerstand bezeichnete Constante, wenn es sich um irgend einen Draht handelt, nichts Anderes ist, als der galvanische Widerstand dieses Drahtes, dass dagegen der Widerstand eines ganzen Zweigsystemes bei oscillatorischer elektrischer Bewegung nicht ohne Weiteres als der bekannte galvanische Widerstand des Systemes angesehen werden darf. Die gebräuchliche Herleitung des Widerstandes für ein Zweigsystem bei galvanischen Strömen ist nämlich bei oscillirenden Strömen nicht zulässig. Vergl. unten S. 239.

zwei über einander gelagerten Wellen bestände, wovon sich die eine, nämlich:

$$\frac{4Q}{\alpha A\beta}\frac{1}{\left(\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}-\frac{W}{2A}\right)^2+\alpha^2}\cdot\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}\left(\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}-\frac{W}{2A}\right)e^{-\frac{W}{2A}t}\sin\alpha t$$

im umgekehrten Verhältniss zu den Widerständen, die andere, nämlich:

$$\frac{4Q}{\alpha A\beta}\frac{1}{\left(\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}-\frac{W}{2A}\right)^2+\alpha^2}\left(\frac{1}{A\beta}-\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}\cdot\frac{W}{2A}\right)e^{-\frac{W}{2A}t}\sin\alpha t$$

im umgekehrten Verhältniss zu den elektrodynamischen Constanten zwischen den beiden Zweigen theilte, ausserdem aber noch eine selbstständige Welle, nämlich:

$$\frac{4Q}{A\beta\left\{\left(\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}-\frac{W}{2A}\right)^2+\alpha^2\right\}}\cdot\frac{a_2w_1-a_1w_2}{(a_1+a_2)^2}\left\{e^{-\frac{W}{2A}t}\cos\alpha t-e^{-\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}t}\right\}$$

in dem geschlossenen Kreise cursirte, welchen die beiden Zweige zusammen bilden.

Es hält nun nicht schwer aus (5) auch die Werthe

$$\int_0^\infty i_1\,dt \quad \text{und} \quad \int_0^\infty i_2\,dt$$

so wie die Werthe

$$\int_0^\infty i_1{}^2dt \quad \text{und} \quad \int_0^\infty i_2{}^2dt$$

zu berechnen. Eine solche Berechnung ist desswegen von Interesse, weil die ersten beiden Integrale den Ausschlägen proportional sind, welche zwei gleiche in die Zweige *I* und *II* eingeschaltete Galvanometer geben würden, die beiden folgenden Integrale aber den Erwärmungen proportional sind, welche zwei identische Prüfungsstellen, also z. B. zwei gleiche in den Zweigen *I* und *II* befindliche Luftthermometer zeigen würden.

Führen wir die Rechnung aus, so finden wir nach einigen einfachen Reduktionen:

$$\int_0^\infty i_1\,dt = Q\frac{w_2}{w_1+w_2} \quad \text{und} \quad \int_0^\infty i_2\,dt = Q\frac{w_1}{w_1+w_2}$$

Diese beiden Gleichungen drücken aus, dass die Elektricität aus einer geladenen Batterie am Ende der Entladung im umgekehrten Verhältniss der galvanischen Widerstände durch die Zweige entwichen ist, dass demgemäss die Galvanometerbeobachtungen in den Zweigen eines Schliessungsbogens bei oscillatorischer Entladung keine Resultate geben können, welche sich nicht auch mit den älteren und noch jetzt in manchen Lehrbüchern gebräuchlichen Annahmen über Stromstärke, Entladungszeit u. s. w. bei dem elektrischen Flaschenstrom vertragen. Damit übereinstimmend sind die Resultate des Versuchs.

Das Integral aus dem Quadrate der Stromstärke liefert zunächst keine so einfache Formel, wir erhalten nämlich durch die Integration:

$$\int_0^\infty i_1{}^2 dt = \frac{16\, Q^2}{A^2\beta^2 \left\{ \left(\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}\right)^2 - \frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}\cdot\frac{W}{A} + \frac{4}{A\beta} \right\}^2} \times$$

$$\times \Bigg[\left(\frac{a_2 w_1 - a_1 w_2}{(a_1+a_2)^2}\right)^2 \left(\frac{\frac{W^2}{4A^2}+\frac{4}{A\beta}}{\frac{W}{A}\cdot\frac{8}{A\beta}} - \frac{2\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2} + \frac{W}{A}}{\left(\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}\right)^2 + \frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}\cdot\frac{W}{A} + \frac{4}{A\beta}} + \frac{1}{2}\cdot\frac{a_1+a_2}{w_1+w_2} \right).$$

$$+ 2\frac{a_2}{a_1+a_2}\cdot\frac{a_2 w_1 - a_1 w_2}{(a_1+a_2)^2} \left(\frac{4}{A\beta} - \left(\frac{w_2}{a_2} + \frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}\right)\frac{W}{2A} + \frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}\cdot\frac{w_2}{a_2} \right) \times$$

$$\times \frac{\left(\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}\right)^2 + \frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}\cdot\frac{W}{A} - \frac{12}{A\beta}}{\frac{16}{A\beta}\left\{ \left(\frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}\right)^2 + \frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}\cdot\frac{W}{A} + \frac{4}{A\beta} \right\}}$$

$$+ 2\left(\frac{a_2}{a_1+a_2}\right)^2 \left(\frac{4}{A\beta} - \left(\frac{w_2}{a_2} + \frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}\right)\frac{W}{2A} + \frac{w_1+w_2}{a_1+a_2}\cdot\frac{w_2}{a_2} \right)^2 \frac{1}{\frac{W}{A}\cdot\frac{16}{A\beta}} \Bigg] \quad . \; . \quad 6)$$

Ohne weitere Annahmen über die Werthe der Constanten zu machen, lässt sich hieraus kein bestimmter einfacher Schluss ziehen, in welcher Weise sich die Wärmeentwicklung auf zwei gleiche Luftthermometer in den Zweigen vertheilt.

Kirchhoff hat für die Entladung einer grossen Batterie von $3,^{\square M}2$ innerer Belegung und etwa $4\frac{1}{2}^{mm}$ Glasdicke durch den von mir s. Z. gebrauchten, 1343^{M} langen (annähernd als gradlinig zu betrachtenden) Kupferdraht von $1,^{mm}35$ Durchmesser

ausgerechnet, dass $\frac{W^2}{4A^2}$ nur etwa den $\frac{5}{40000}$ Theil von $\frac{4}{A\beta}$ beträgt. Da dies Verhältniss nach der Theorie sowohl proportional mit der Batterieoberfläche, als auch einigermassen annähernd proportional mit der Leiterlänge abnimmt, so kann man wohl annehmen, dass in den meisten Fällen, wo im Laboratorium mit metallischem Leitungsdraht an der Leidner Flasche experimentirt wird, und nicht grade Glüh- und Zerstäubungsversuche gemacht werden, (bei denen der Gesammtwiderstand des Schliessungsbogens während der Entladung eine unbekannte jedoch wahrscheinlich bedeutende Veränderung erleidet,) die oscillatorische Entladung es ist, welche im Schliessungsbogen auftritt. Ja, man wird sogar berechtigt sein, im Allgemeinen dann, wenn keine sehr dünnen und langen Drähte aus schlecht leitendem Material oder gar beträchtliche Flüssigkeitswiderstände im Schliessungsbogen angebracht sind, die Grösse $\frac{W^2}{A^2}$ gegen $\frac{1}{A\beta}$ als verschwindend klein anzusehen.

Diese Annahme wollen wir in unserm Falle machen, ausserdem aber noch voraussetzen, dass auch die Grössen

$$\left(\frac{w_1}{a_1}\right)^2 \text{ und } \left(\frac{w_2}{a_2}\right)^2 \text{ gegen } \frac{1}{A\beta}$$

ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden dürfen. Dann finden wir:

$$\int_0^\infty i_1{}^2 dt = \frac{2Q^2}{W\beta}\left(\frac{a_2}{a_1+a_2}\right)^2\left(1 + \frac{1}{4}\frac{a_1}{a_2}\cdot\frac{a_1}{a_1+a_2}\cdot\frac{w_2}{w_1+w_2}\cdot\frac{w_2}{a_2}\cdot W\beta\right)$$

Fügen wir noch die Bedingung hinzu, dass $\frac{a_1}{a_2}$ eine der Einheit einigermassen nahe liegende Zahl ist, so erhalten wir, indem dann nach eben gemachten Voraussetzungen auch das mit $\frac{a_1}{a_2}$ multiplicirte Glied innerhalb der Parenthese gegen 1 verschwindet, für die in den Zweigen *I* und *II* an identischen Prüfungsstellen entwickelte Wärme die einfachen Ausdrücke:

$$\int_0^\infty i_1{}^2 dt = \frac{2Q^2}{W\beta}\left(\frac{a_2}{a_1+a_2}\right)^2 \text{ und } \int_0^\infty i_2{}^2 dt = \frac{2Q^2}{W\beta}\left(\frac{a_1}{a_1+a_2}\right)^2 \quad . \; . \; 7)$$

das heisst, dass sich unter den gemachten Voraussetzungen die Erwärmungen in den Zweigen umgekehrt verhal-

ten, wie die Quadrate der elektrodynamischen Constanten dieser Zweige.

Es hält nicht schwer auch die Vertheilung der Erwärmung bei Vorhandensein von mehreren Zweigen in einfachem Ausdruck anzugeben, vorausgesetzt, dass alle Zweige solchen Bedingungen genügen, wie sie vorher für *I* und *II* aufgestellt sind.

Nehmen wir z. B. einen Zweig *III* mit der elektrodynamischen Constante a_3 und bringen ihn neben *I* und *II* in die Leitung, jedoch so, dass er an der einen Seite noch das unendlich kleine Stück ε des Stammdrahtes mit umfasst, so würde für eine Prüfungsstelle in ε der Ausdruck der Erwärmung

$$\frac{2Q^2}{W\beta}\left(\frac{a_3}{a_3 + f(a_1\, a_2)}\right)^2$$

sein, wenn wir die elektrodynamische Constante für das System der beiden Zweige *I* und *II* durch die unbekannte Function $f(a_1\, a_2)$ bezeichnen. Benutzen wir nun, dass bei identischen Prüfungsstellen nach (7) die Erwärmung in einem Stammdrahte sich zu den Erwärmungen in zwei Zweigen verhalten muss, wie

$$1 : \left(\frac{a_2}{a_1 + a_2}\right)^2 : \left(\frac{a_1}{a_1 + a_2}\right)^2$$

so erhalten wir für die Erwärmung in *I* den Ausdruck

$$\frac{2Q^2}{W\beta}\;\frac{a_2{}^2 a_3{}^2}{(a_1+a_2)^2\,(a_3+f(a_1\, a_2))^2}.$$

Dieser Ausdruck muss offenbar seinen Werth behalten, wenn wir Zweig *II* so anbringen wie vorher *III* und umgekehrt, weil dadurch (indem wir das unendlich kleine Stück ε ausser Acht lassen können) im Grunde nichts geändert wird. Da der Ausdruck durch eine solche Vertauschung die Form

$$\frac{2Q^2}{W\beta}\;\frac{a_2{}^2 a_3{}^2}{(a_1+a_3)^2\,(a_2+f(a_1 a_3))^2}$$

annimmt, so muss die Gleichung

$$a_1 a_3 + (a_1 + a_2)\, f(a_1\, a_2) = a_1\, a_2 + (a_1 + a_3)\, f(a_1\, a_3)$$

bestehen. Da jedoch a_2 und a_3 zwei von einander unabhängige Variable sind, so zerfällt diese Gleichung wiederum in zwei, woraus wir mit Hinzunahme der leicht als richtig zu erkennenden Beziehung $f(a_1\; 0) = 0$ finden:

$$[illegible] = \frac{[illegible]}{[illegible]}$$

Hiermit erhalten wir die [illegible] Ausdrücke für die Erwärmung in den [illegible] Zweigen, für *I* nämlich

$$\int [illegible] = \frac{[illegible]}{[illegible]} \frac{[illegible]}{[illegible]}$$

und die entsprechenden für *II* und *III* [illegible] aus dem Ausdruck für *I* [illegible].

In [illegible] Weise kann man Ausdrücke für die Erwärmungen in vier oder mehr Zweigen [illegible] und findet dabei, dass dieselbe [illegible] Formel für die Erwärmung bei galvanischer Strom [illegible] Widerstand [illegible] elektrodynamischer [illegible] wird.

An dieser Stelle [illegible] Schluss in Bezug auf die Erwärmung im [illegible] eines Schliessungsbogens mit zwei Zweigen aufmerksam machen. Bezeichnet man den Widerstand, welchen der elektrische Strom in der Batterie, im Funken[illegible] und im Stamm des Schliessungsbogens (also im ganzen Schliessungskreise, die Strecke der Verzweigung ausgenommen) findet, mit W_0, so wird vor Anbringung des Zweiges *II* die in allen jenen Theilen entwickelte Wärmemenge entsprechend dem *Joule*'schen Erwärmungsgesetz und der *Thomson-Kirchhoff*'schen Theorie

$$\Theta = \frac{2 W_0 Q^2}{(W_0 + w_1) \beta}$$

betragen. Hat man dagegen die Enden der Strecke *I* durch den Zweig *II* mit einander verbunden, so haben wir die Wärmemenge

$$\Theta' = \frac{2 W_0 Q^2}{W \beta}$$

wo W wie früher den Widerstand des ganzen Schliessungskreises bezeichnet. Da nun die gesammte bei einer Entladung entwickelte Wärmemenge *ceteris paribus* vor und nach Anbringung des Zweiges *II* gleich ist, nämlich

$$\frac{2 W_0 Q^2}{(W_0 + w_1) \beta} + \frac{2 w_1 Q^2}{(W_0 + w_1) \beta} = \frac{2 W_0 Q^2}{W \beta} + \frac{2 Q^2}{W \beta} \cdot \frac{a_2^2 w_1 + a_1^2 w_2}{(a_1 + a_2)^2}$$

so folgt, indem

$$W = W_0 + \frac{a_2^2 w_1 + a_1^2 w_2}{(a_1 + a_2)^2}$$

sein muss, dass Θ' kleiner sein kann als Θ, oder mit anderen Worten, dass durch Anbringung eines Zweiges die Erwärmung im Stamm herabgesetzt werden kann.*) Als Bedingung einer solchen Herabsetzung haben wir $W > W_0 + w_1$ oder

8) . . . . $a_1 w_2 > (a_1 + 2 a_2) w_1$

Es zeigt sich demnach, dass die Formeln, welche aus dem *Ohm*'schen Gesetz für den galvanischen Strom im verzweigten Schliessungsbogen abgeleitet werden, bei der Flaschenentladung keine allgemeine Gültigkeit haben;**) dass der Widerstand eines Zweigsystemes bei der oscillatorischen elektrischen Entladung verschieden sein kann von dem Widerstand dieses Systemes für galvanische Ströme.

Von experimenteller Seite hat Herr Direktor *Knochenhauer in Meiningen* unstreitig das Verdienst, zuerst bestimmt nachgewiesen zu haben, dass die Übertragung der galvanischen Formeln auf die elektrische Entladung in einer grossen Zahl von Fällen nicht statthaft sei.***) Derselbe ist übrigens noch weiter gegangen, er hat aus seinen zahlreichen Beobachtungen, und zwar zuerst aus denen bei der Stromtheilung (welche ich hier allein berücksichtigen werde), ein Gesetz für diese Stromtheilungen abgeleitet,†) welches wahrscheinlich schon früher mehr beachtet worden wäre, wenn nicht überhaupt, vielleicht in Folge Übertragung besonderer Anschauungen in dieses Gebiet der Elektricitätslehre, bei manchen Experimentatoren eine Versuchs- und Darstellungsweise Platz gegriffen hätte, welche einem nicht von demselben Gesichtspunkte ausgehenden Leser das Verständniss ausserordentlich erschwert.

Knochenhauer hat theils in *Poggendorff*'s Annalen, theils

---

*) Vergl. einen hiermit im Zusammenhang zu bringenden Versuch von *Riess*, in dessen Lehre von der Reibungselektricität § 488.

**) Unter besondern Umständen kann es bei Versuchen den Anschein gewinnen, als wenn die galvanischen Formeln der Erwärmung im verzweigten Schliessungsbogen auch bei entschieden oscillatorischer Entladung Gültigkeit hätten; dann nämlich, wenn die elektrodynamischen Constanten der verschiedenen Zweige ihren zugehörigen Widerständen nahezu proportional bleiben. Vergl. einige, wie es scheint hierhin gehörige Versuche von *Riess*, *Pogg.* Ann. Bd. 63, S. 496 u. f.

***) Vergl. z. B. *Pogg.* Ann. Bd. 60 S. 70 u. f. (1843.)

†) S. *Pogg.* Ann. Bd. 61 S. 82.

in den Wiener Akademieberichten die bezüglichen Versuche veröffentlicht. Er beobachtet im Allgemeinen folgendermassen: er bildet an einer Stelle des metallischen Schliessungsbogens aus einigen Kupferdrähten, so wie je einem Luftthermometer zwei gleiche Zweige, und schaltet dann in dem einen Zweige den zu untersuchenden, grade ausgespannten oder in irgend einer Weise gewundenen Draht von beliebigem Material ein, in dem anderen dagegen eine solche Länge »gestreckten« Kupferdrahtes von bestimmter Dicke, dass die Thermometerangaben in beiden Zweigen gleich werden.*) Die Länge dieses Kupferdrahtes nennt er nun die »compensirte Länge« oder später die »äquivalente Länge« für das untersuchte Drahtstück. Auch für den constanten Theil der beiden Zweige leitet er aus seinen Beobachtungen eine bestimmte »äquivalente Länge« ab und zeigt unter einer grossen Zahl von Versuchen, dass für den Fall ungleicher Zweige, die Erwärmung sich zwischen beiden Zweigen im umgekehrten Verhältniss zu den Quadraten ihrer »äquivalenten Längen« theilt, wenn man für die »äquivalente Länge« jedes Zweiges die Summe der durch den Versuch ermittelten äquivalenten Längen der einzelnen Theile setzt.

Es mag anfangs von untergeordnetem Interesse geschienen haben, dass ein bestimmter Ausdruck in die Wissenschaft eingeführt wurde, der, selbst erst aus den Beobachtungen abgeleitet, zunächst nur dazu zu dienen schien, diese Beobachtungen darzustellen, allein die Bedeutung dieser Grösse ist in einer grossen Zahl von Fällen eine weitergreifende. Ich will sogleich an den neuesten Aufsatz *Knochenhauer*'s (*Pogg*. Ann. Bd. 127 S. 593) anknüpfen, wo derselbe seine Bestimmungen der »äquivalenten Länge« an einer Anzahl von Drahtrollen bei verschiedenen Combinationen in derselben Weise veröffentlicht hat, wie er sie mir vor meinen (in demselben Aufsatze mitgetheilten) Beobachtungen über die Oscillationsdauer bei Entladung durch eben diese Rollen übersendete. Als wesentlicher Inhalt dieses Aufsatzes resultirt: dass die Oscillationsdauer proportional der Quadratwurzel aus der »äquivalenten Länge« des Schlies-

*) Sind die Thermometer nicht, wie hier vorausgesetzt wird, genau gleich, so werden solche Erwärmungen hervorgerufen, dass dieselben dem Falle der Gleichheit entsprechen.

sungsbogens ist, vorausgesetzt, dass die Oscillationsdauer bei Entladung einer und derselben Batterie gemessen wird. Aus der *Thomson–Kirchhoff*'schen Theorie hat sich ergeben, dass unter den gewöhnlichen Verhältnissen einer elektrischen Flaschenentladung durch einen gut leitenden metallischen Schliessungsbogen die Oscillationsdauer

$$\tau = \tfrac{1}{2}\pi \sqrt{\Lambda\beta}$$

ist. Wir finden uns daher veranlasst, die »äquivalente Länge,« welche sich unabhängig von der Grösse der Batterie zeigte, als einen Ausdruck für die elektrodynamische Constante des Leiters anzusehen. Wir wollen versuchen, hierauf auch andere Beobachtungen *Knochenhauer*'s zu prüfen. Erinnern wir uns an den von *Kirchhoff* gegebenen Ausdruck für die elektrodynamische Constante und überlegen wir, wie der Werth, welchen sie unter verschiedenen Umständen annimmt, mit den *Knochenhauer*'schen Resultaten übereinstimmt.

Die elektrodynamische Constante mehrerer hinter einander verbundener Leiterstücke kann gleich der Summe ihrer einzelnen elektrodynamischen Constanten gesetzt werden, wenn die Induktionswirkungen zwischen je zwei Drähten verschwindend klein sind gegen die Induktionswirkung jedes Drahtes auf sich selbst; diese Bedingung ist annähernd erfüllt, wenn die Dicke jedes Drahtes des in möglichst weitem Bogen ausgespannten Leiters gegen die Länge dieses Stückes sehr klein ist, vollständiger, wenn die einzelnen Theile Spiralen sind, welche man mit ihren Axen senkrecht zu einander stellt. Es lässt sich demnach gegen die beabsichtigte Ausdehnung der vorher aufgestellten Behauptung daraus wohl kein Einwand bilden, dass *Knochenhauer* die Addition der »äquivalenten Länge« meistens *) erlaubt findet, um die »äquivalente Länge« der hinter einander verbundenen Drähte zu erhalten.

Die elektrodynamische Constante eines Drahtes ist mit abnehmender Dicke desselben nur schwach zunehmend. Dasselbe findet *Knochenhauer* für die »äquivalente Länge« (Vergl. z. B. *Pogg.* Ann. Bd. 60 S. 243).

---

*) Die Versuche mit sehr schlecht leitenden Drähten erfordern eine besondere Besprechung; s. unten.



Die elektrodynamische Constante vergrössert sich, wenn man Theile des vorher grade ausgespannten Drahtes gegen einander in der Weise einbiegt dass der Strom in den nahe liegenden Theilen gleichlaufend fliesst; sie verkleinert sich, wenn der Strom in den nahe liegenden Theilen entgegen gerichtet ist. Ebenso die äquivalente Länge (Vergl. z. B. Wiener Sitzungsber. Bd. 36 S. 432 oder Bd. 44 S. 259.)

Die oben abgeleiteten Formeln (7) für die Erwärmung im Zweige des Schliessungsbogens sind entsprechend schon von *Knochenhauer Pogg.* Ann. Bd. 61 S. 82 gegeben worden, und die oben unter (8) gefundene Bedingung für den Eintritt einer Wärmeabnahme im Stamm des Schliessungsbogens nach Anbringung eines Zweiges an letzterem findet sich in derselben Form a. a. O. S. 89.

Dass man überhaupt die Aenderung*) der elektrodynamischen Constante bei Veränderung zweier schon vorhandener Zweige in vielen Fällen nicht unpassend durch eine Längenänderung ausdrückt, leuchtet schon ein, wenn man den Werth der elektrodynamischen Constante einmal für einen speciellen Fall ermittelt. Man findet nämlich leicht aus der schon von *Kirchhoff* für einen graden Draht gegebenen Formel, dass die Zunahme, welche die elektrodynamische Constante eines gestreckten Drahtes durch Verlängerung desselben erfährt, um so annähernder dieser Verlängerung proportional ist, je grösser seine ursprüngliche Länge im Verhältniss zur hinzugefügten war.

Ist man nach Diesem geneigt, das, was *Knochenhauer* »äquivalente Länge« eines Leiters nennt, als einen Ausdruck für die elektrodynamische Constante desselben anzusehen, so müsste man sich doch im einzelnen Falle vorsehen, wenn man die von *Knochenhauer* bei seinen verschiedenen Untersuchungen gefundenen Zahlenwerthe wirklich benutzen wollte, theils weil die Form und Anbringung der Drähte selten klar ersichtlich ist, theils weil die oben gegebenen einfachen Formeln nur dann eine ausreichende Gültigkeit haben, wenn die Quadrate der Grössen $\frac{W}{A}$, $\frac{w_1}{a_1}$ etc. gegen $\frac{1}{A\beta}$ vernachlässigt werden dürfen und $\frac{a_1}{a_2}$ der Einheit einigermassen nahe liegt. Diese letzte

*) Diese ist ja eigentlich bei *Knochenhauer*'s Versuchen zunächst die Bedeutung seiner »äquivalenten Länge.«

Bedingung ist zwar bei *Knochenhauer*'s Versuchen im Allgemeinen mehr als nöthig erfüllt, allein dass es die vorhergehenden nicht immer sind, dafür sprechen zahlreiche Versuche des genannten Experimentators mit schlecht leitenden Drähten.

Für gestreckte sehr schlecht leitende Drähte findet *Knochenhauer* die »äquivalente Länge« grösser als ihre natürliche Länge. (Vergl. z. B. *Pogg.* Ann. Bd. 60 S. 243.) In der That berechnet man aus Formel (6) den Ausdruck der Erwärmung in *I* und *II* unter der Voraussetzung, dass in Folge eines grossen Widerstandes in *II* nur die höheren Potenzen von $\left(\frac{w_2}{a_2}\right)^2 A\beta$ gegen 1 vernachlässigt werden dürfen, so findet man bei Annahme von $a_1 = a_2$ (für welche Annahme andernfalls die Erwärmungen gleich ausfallen müssten) dass

$$\int_0^\infty i_1{}^2 dt > \int_0^\infty i_2{}^2 dt$$

dass also dem gut leitenden Zweige noch ein Drahtstück hinzugesetzt werden muss, um die Erwärmungen gleich zu machen und den Einfluss des schlecht leitenden Materials in *II* zu compensiren.

Die (zu gross gefundene) »äquivalente Länge« schlecht leitender Drähte sieht *Knochenhauer* abnehmen, wenn er die beiden Zweige um gleiche Stücke eines gut leitenden Drahtes verlängert. (S. Wiener Sitzungsber. Bd. 36 S. 442.) Die Übereinstimmung mit der gegebenen Theorie erkennt man bald, wenn man erwägt, dass durch die Hinzufügung von gut leitendem Draht zu Zweig *II* in der Grösse $\frac{w_2}{a_2}$ der Widerstand verhältnissmässig weniger vermehrt wird, als die elektrodynamische Constante, dass also zur Compensation in *I* (welche ja wegen nicht hinreichender Kleinheit von $\frac{w_2}{a_2}$ eintreten musste) mit Abnahme von $\frac{w_2}{a_2}$ ein kürzerer Draht genügen wird.

Knochenhauer findet ferner, dass die »äquivalente Länge« schlecht leitender Drähte sowohl durch Vergrösserung der Batterie als auch durch Vermehrung des Widerstandes im Stamm des Schliessungsbogens vergrössert wird.*) (S. Wiener Sit-

*) Für die aus der Theorie abgeleitete Folgerung, dass die »äquivalente Länge« eines schlecht leitenden Drahtes im Zweige zunimmt, wenn

zungsber. Bd. 43 S. 63 u. f.) Aus der allgemeinen Formel (6) findet man dem entsprechend, dass die Ungleichheit der Erwärmung in beiden Zweigen, welche unter der Bedingung $a_1 = a_2$ dann eintrat, sobald $\left(\frac{w_2}{a_2}\right)^2 A\beta$ kein hinreichend kleiner Bruch war, mit β und wenn auch noch $\frac{w_2}{a_2} W\beta$ nur in den höheren Potenzen gegen 1 vernachlässigt werden darf, zugleich mit W zunimmt, dass also die zur Compensation auf gleiche Erwärmung in I hinzuzufügende Drahtstrecke länger sein muss, wenn man die Capacität β der Batterie, oder den Gesammtwiderstand W des Schliessungsbogens vermehrt.

Darf man nun für *Knochenhauer*'s Versuche über die Stromtheilung annehmen, dass bei Verwendung von einfachen Induktionsrollen, oder von grade ausgespannten gut leitenden Drähten die »äquivalente Länge« einen genäherten Ausdruck für die elektrodynamische Constante der Drähte liefert, so ist man in den zuletzt erwähnten Fällen zu einer solchen Annahme nicht mehr berechtigt. In solchen, wie überhaupt in allen Fällen, wo sich die »äquivalente Länge« eines unveränderten Drahtcomplexes bei verschiedenartigen Versuchen als veränderlich herausstellt, hören zum Wenigsten die grösseren Werthe derselben auf, ein Ausdruck zu sein, dem man eine allgemeinere physikalische Bedeutung beilegen könnte.

Wenn in Vorstehendem eine Übereinstimmung der gegebenen Theorie mit verschiedenen Resultaten des Versuchs gefunden wurde, so ist natürlich eine solche Übereinstimmung nicht strenge nachgewiesen worden; dazu würde es der Interpretation bestimmter typischer Versuche bedurft haben, und die geeigneten Unterlagen hätten vorhanden sein müssen, um eine numerische Berechnung der verschiedenen Constanten vorzunehmen.

---

man in dem Stamm des Schliessungsbogens statt gestreckter Drähte Spiralen einschaltet, erinnere ich mich nicht in den *Knochenhauer*'schen Abhandlungen eine bezügliche Beobachtung gefunden zu haben.

F. Schweigger-Seidel und J. Dogiel, *Über die Peritonealhöhle bei Fröschen und ihren Zusammenhang mit dem Lymphgefässsysteme.* Aus dem physiologischen Institute. Vorgelegt von dem w. Mitglied *C. Ludwig.*

Mit einer Tafel.

Bereits ältere Beobachter wie z. B. *Mascagni* haben die Behauptung ausgesprochen, dass die Lymphgefässe in unmittelbarem Zusammenhange mit den Höhlen des Körpers stehen, indess hat erst neuerdings *v. Recklinghausen* durch seine Versuche über die Resorption der Fette in der Bauchhöhle[1]) bewiesen, dass bei Säugethieren feine körperliche Bestandtheile geradenwegs in die Lymphgefässe gelangen können. Wenn er dann auch weiterhin gezeigt hat, dass wir die zu erschliessenden directen Verbindungsbahnen im Zwerchfelle zu suchen haben, so konnte er doch durch die anatomische Untersuchung nichts Genaueres über die Art und Weise der Verbindung sowie über die Beschaffenheit der vorauszusetzenden Öffnungen ermitteln. Man hat desshalb die *Recklinghausen*'schen Schlussfolgerungen angezweifelt, aber mit Unrecht; denn dass im Bauchfelle solche Öffnungen vorhanden sind, dass also die Peritonealhöhle als eine directe Fortsetzung, eine Erweiterung der Lymphwege anzusehen ist, davon kann man sich auf das Bestimmteste überzeugen.

Unsere Beobachtungen beziehen sich zunächst nur auf Amphibien und besonders auf Frösche.

Wie bei den Säugethieren, so verhält sich auch bei den Amphibien nicht das ganze Bauchfell gleichmässig. Nur an be-

[1]) *v. Recklinghausen*: Zur Fettresorption. Virchow's Arch. Bd. 26, 172.

stimmten Punkten finden sich die durch eine regelmässige Anordnung der Gewebselemente ausgezeichneten Öffnungen, und gilt dies hier von den Partien des Peritoneum, welche die bekannte Cysterna lymphatica magna (*Panizza*) von der Bauchhöhle abgrenzen. Wir wollen auf die anatomischen Verhältnisse des genannten Lymphsackes nicht näher eingehen, sondern zur schnelleren Orientirung nur erwähnen, dass es bei der Untersuchung auf diejenigen Stellen ankommt, an denen das Bauchfell sich als scheinbar einfaches Häutchen von der hinteren Bauchwand (d. i. von der lateralen Region des Musc. obliqu. abdominis intern.) abhebt, um sich in der unteren Hälfte nach den Nieren hinüberzubrücken, in der oberen hingegen in die Mesenterien und zwar bei weiblichen Individuen in das Mesenterium des Eileiters überzugehen.

Dieses Häutchen besteht aus einer bindegewebigen Grundlage und einer doppelten Epithelschicht, von denen die eine der Bauchhöhle, die andere dem Lymphsacke angehört. Offenbar müssen sich alle drei Schichten an der Bildung der Öffnungen betheiligen, wenn eine wirkliche Communication zwischen Bauchhöhle und Cysterna lymphatica vermittelt werden soll.

Die Grundhaut setzt sich zusammen aus dünnen nebeneinander gelegten Bindegewebsbündeln, welche von feinen elastischen Fasern durchzogen werden. Zwischen den Bündeln sind Lücken vorhanden, welche, wenn man das herausgeschnittene Häutchen in leicht geschrumpftem Zustande untersucht, im Allgemeinen spaltförmig erscheinen und von den gewellten Bindegewebsbündeln mit zackiger Contur begrenzt werden. Hat man dagegen die Membran vor der Betrachtung ausgespannt, so erscheinen die Lücken als ovale oder runde scharf begrenzte Löcher, bei denen eine genauere Untersuchung jede Möglichkeit eines zufälligen Entstehens ausschliesst. Fig. I. a.

Grösse und Vertheilung der Öffnungen ist keine regelmässige. So schwankt nach unseren Messungen der Durchmesser von 0,012—0,045 Mm., jedoch haben bei weitem die meisten, wenn wir von den verschiedenen Graden der Dehnung absehen, eine gleichmässige Grösse von 0,030 Mm. Der Zwischenraum zwischen den einzelnen Öffnungen ist von wechselnder Breite; selten liegen dieselben so dicht bei einander, wie in Fig. III, 0,02 Mm., meist ist der Abstand wie in Fig. II, 0,10 Mm., doch kann derselbe auch noch weiter werden. Immerhin ist die An-

zahl der Löcher auf der ganzen Strecke eine ziemlich grosse, und erscheint das Häutchen in Folge dessen wie siebförmig durchlöchert, wenn man so schwache Vergrösserung anwendet, dass die Öffnungen als kleinste Poren sich darstellen.

Etwas schwieriger als bei den besprochenen Punkten gestaltet sich die Beobachtung der Epithelverhältnisse, weil uns hier einige Eigenthümlichkeiten entgegentreten.

Zieht man bei der Untersuchung zunächst die Behandlung mit Höllenstein in Anwendung, so findet man leicht, dass die Epithelzellen der Bauchhöhlenfläche eine von der gewöhnlichen Form an serösen Häuten abweichende Gestalt besitzen und sich mehr dem zelligen Belege der Lymphsäcke anschliessen. Die Zellen sind gross, nicht regelmässig vielwinklig, sondern unregelmässig gestaltet und mitunter auffallend in die Länge gezogen, fast spindelförmig, so dass sie bei einer Breite von 0,01—0,02 Mm. 0,04—0,08 Mm. lang werden können. Solche lange Zellen sieht man oft radienartig um ein gemeinschaftliches Centrum angeordnet und erkennt bei genauerer Betrachtung, dass jedes solches Centrum einer Öffnung in der Haut entspricht. Diese Anordnung der Zellen tritt besonders dann auffällig hervor, wenn die einzelnen Öffnungen weiter auseinander liegen (Fig. II.), während in den Fällen grösserer Annäherung die Zellen auf den mitunter schmalen Brücken keine derartige Lagerung zeigen (Fig. III.).

Zur Erkenntniss weiterer Besonderheiten an den Zellen erwies sich die Versilberung der Gewebe als unzureichend, und dürfte desshalb nur noch anzuführen sein, dass an so behandelten Präparaten die Öffnungen in der Haut mitunter umgeben waren von einem Kranze bräunlich gefärbter kugelartiger Gebilde, welche wohl für Kerne gehalten werden konnten (Fig. II.).

Bessere Resultate ergab eine Gewebsbehandlung, welche darin bestand, dass wir die auf Kork ausgespannten Häutchen momentan in heisses Wasser eintauchten und dann in der gewöhnlichen Weise mit Carmin färbten. Von dem Korke lassen sich die Präparate mit der grössten Schonung auf das Objectglas bringen, namentlich wenn man dieselbe zuvörderst gleichzeitig mit einer dünnen Schicht des Korkes überträgt, um das Häutchen erst auf dem Glase selbst davon frei zu machen. Man vermeidet auf diese Weise jede Schrumpfung und Faltung.

Durch die Einwirkung des heissen Wassers wird eine leichte

Gerinnung in den Zellen bewirkt; dieselben werden dadurch sichtbar, indem die Conturen, wenn auch blass, hervortreten, während an ganz frischen Präparaten von einem Erkennen derselben gar nicht die Rede ist; die schärferen Grenzlinien der darunter liegenden Bindegewebsbündel verdecken die zarten Gebilde. Es können in Folge dessen solche mit heissem Wasser behandelte Präparate zur Controlle für die versilberten dienen. Fig. IV., nach einem gelungenen Objecte gezeichnet, lässt wiederum die eigenthümliche Form und Anordnung der Zellen hervortreten, nur dass die Grenzen, welche in dem anderen Falle schwarz erscheinen, hier von hellen Lücken gebildet werden. Deutlicher tritt das Verhalten der carminisirten Kerne hervor. Dieselben sind zu Gruppen vereinigt. Diese von wechselnder Zahl gebildet, entstehen dadurch, dass die Kerne sämmtlich in die aneinanderstossenden Winkel der radialer gestellten Zellen eingelagert sind, so dass jede Öffnung in dem Häutchen von einem Kranze von Kernen umgeben ist. Länge der Kerne 0,015, Breite 0,009 Mm. Die Löcher in der Bindegewebshaut sind wie angegeben scharf umschrieben; die Ränder derselben werden von den kerntragenden Spitzen der Epithelzellen überragt und zwar so, dass dieselben sich stellenweis wie kleine Zöttchen in das Lumen hineindrängen und anscheinend (im erschlafften Zustande der Membran) einen Verschluss der Öffnung bewirken können.

Später noch Einiges weitere über das Epithel der Peritonealfläche. Anders als dieses verhält sich das äussere Epithel der Scheidewand, welches dem Lymphsacke angehört. An ihm fehlt die besondere Lagerung der Zellen, deren Gestalt durchgehends die unregelmässig polygonale ist. Wie sich aber die Zellen hier zu den Öffnungen verhalten, und wie sie innerhalb derselben mit den Zellen der anderen Seite in Verbindung treten, darüber vermochten wir uns keine sichere Anschauung zu erwerben. Nur erschienen uns die Öffnungen in der Epithelschicht des Lymphsackes fast constant kleiner, als die auf der Bauchhöhlenfläche, so dass dadurch die Löcher in dem Häutchen im Ganzen eine trichterförmige Gestalt erhalten. Es ist jedoch hierbei zu beachten, dass das mikroskopische Bild je nach den verschiedenen Spannungsgraden des Häutchens, je nach der grösseren oder geringeren Weite der Öffnungen verschieden ausfallen muss.

Die verschiedenen Spannungsgrade der Scheidewand zwischen Bauchhöhle und der Cysterna lymphatica dürften aber auch in physiologischer Beziehung von grösserer Bedeutung sein. Dass solche Spannungsunterschiede vorhanden sein müssen, geht aus der Beachtung der Bewegungen hervor, welche die Bauchwand der Frösche beim Athmen ausführen. Die Bewegungen sind beim sitzenden Frosche am ergiebigsten längs der Wirbelsäule, also da, wo die Cysterna magna gelegen ist, und werden die Wirkungen derselben gegenüber der häutigen Scheidewand sich wohl folgendermassen gestalten müssen.

Durch das Spiel der Muskeln wird die Bauchwand bald nach Aussen gewölbt, bald nach Innen gebuchtet; mit ihr geht die darunter gelegene Scheidewand, soweit es die Spannung derselben zulässt. Bei der Auswölbung muss ein Stadium kommen, in dem das Bestreben einer Trennung von einander eintritt und wird die hierdurch bedingte Druckverminderung in der Cysterna eine in der Bauchhöhle vorhandene Flüssigkeitsmenge veranlassen überzutreten und ist der Übergang insofern ermöglicht, als mit der Spannung der Membran eine Eröffnung der Löcher Hand in Hand geht.

Alle diese aus den anatomischen Befunden gezogenen Folgerungen lassen sich auf experimentellem Wege leicht bestätigen.

Bringt man unter den nöthigen Vorsichtsmassregeln in die Bauchhöhle eines lebenden sich selbst überlassenen Frosches körnige Farbstoffe, z. B. Carmin, so kann man dasselbe sehr bald im Blutstrome wiederfinden. Da dies bezüglich der Lymphsäcke bekanntlich schon durch *v. Recklinghausen* gezeigt worden [1]), so folgt daraus, dass man beim Einbringen der Farbstoffe in die Bauchhöhle nichts in den Saccus abdominalis gelangen lassen darf, wenn der Versuch rein sein soll. Anderseits ergibt sich aber auch die Übereinstimmung zwischen der Peritonealhöhle und den Lymphsäcken des Frosches.

Körperliche Bestandtheile von einer gewissen Feinheit gelangen unter allen Umständen aus der Bauchhöhle leicht in die Cysterna lymphatica magna und werden von hieraus, wie man schrittweise verfolgen kann, weiter geführt in den sogenannten Saccus iliacus und zum Lymphherzen. Diese Lymphbahnen, an welche sich noch der dem Saccus iliacus benachbarte Saccus

[1]) Die Lymphgefässe und ihre Beziehung zum Bindegewebe. S. 21.



lateralis anschliesst, lassen sich von der Bauchhöhle aus ohne irgend welchen gewaltsamen Eingriff injiciren, beim lebenden Frosche sowohl wie beim todten mit Berlinerblau oder einer Leimmasse. Andere Lymphsäcke hingegen, namentlich die eigentlich subcutanen vermochten wir von der Bauchhöhle aus nicht mit Masse anzufüllen, ebensowenig wie es uns gelang Masse von aussen her, d. h. von den Lymphsäcken aus in die Bauchhöhle zu treiben.

Wir nehmen an dieser Stelle noch Veranlassung der Einwürfe zu gedenken, welche von *Jos. Meyer* gegen *Panizza* und seine Ansicht von der Bedeutung der sackartigen Räume beim Frosche erhoben wurden, da diese Einwürfe, damals entschieden gerechtfertigt, durch unsere neuesten Erfahrungen als beseitigt anzusehen sind. [1])

Dem Versuche durch Einblasen von Luft oder Injection von Quecksilber den Zusammenhang der Lymphsäcke nachweisen zu wollen, macht *Meyer* den Vorwurf, dass die Möglichkeit von Zerreissungen nicht ausgeschlossen sei. Dies kann jetzt nicht mehr gelten. Einmal weil bei der sozusagen natürlichen Injection, welche *v. Recklinghausen* und auch wir anwendeten, jeder gewaltsame Eingriff ausgeschlossen ist, und zweitens weil wir im Stande sind die gebahnten Wege nachzuweisen. Ausser bei der Scheidewand zwischen Bauchhöhle und Cysterna magna gelingt dies auch leicht in dem Häutchen zwischen Sacc. iliac. und lateralis. *Meyer* wendet sich ferner gegen die angezogene Identität des Inhalts der Säcke und Froschlymphe mit der Bemerkung, dass auch in der Bauchhöhle der Frösche eine ganz ähnliche Flüssigkeit vorkomme. Wir können hierin natürlich nur einen Beweis für unsere Behauptung finden. Die miteinander communicirenden Räume müssen auch einerlei Inhalt haben.

Obgleich nicht in unmittelbarem Zusammenhange mit dem eigentlichen Thema dieser Arbeit stehend, lassen wir hier noch einige Bemerkungen über das Vorkommen von Flimmerzellen innerhalb der Bauchhöhle des Frosches folgen. Der Befund selbst ist nicht neu, jedoch sind die Angaben, soweit wir ermitteln konnten, ziemlich unbestimmt, wie es denn z. B. bei *Leydig* (Lehrbuch der Histologie S. 325) heisst: «Beim Frosche s c h e i n t

---

[1]) *Jos. Meyer*: Systema amphibiorum lymphaticum. Berlin. 1848.

das Epithel des Bauchfells streckenweis zu flimmern, so am Überzug der Bauchmuskeln (auch am Mesovarium) keine Wimperung am Mesenterium.«

Wir bemerkten die Wimperung an der Bauchhöhlenseite der besprochenen Scheidewand und hielten die Beobachtung für um so bedeutungsvoller, als wir die flimmernden Zellen um die Öffnungen herum sitzend fanden, konnten jedoch im Weiteren die aus dem Befunde zu folgernde Annahme, dass die Bewegung den Übergang der Stoffe in den Lymphsack begünstige, nicht bestätigen. Was die Flimmerzellen selbst anbelangt, so sind dieselben bedeutend kleiner, als die Epithelzellen der eigentlichen Serosa und messen in der Breite durchschnittlich 0,01 Mm. An den versilberten Häuten sieht man in Folge dessen zwischen den breiten unregelmässigen Zellen grössere oder kleinere Felder eines zierlichen Mosaiks (Fig. V.) und erkennt an den einzelnen Zellen noch die durch das Silber nicht zerstörten Flimmerhaare. Hierdurch wird die Untersuchung über die Vertheilung sehr erleichtert. Die Zellen stehen nicht bloss um und an den Öffnungen, sondern auch zwischen denselben zu kleineren Gruppen und zusammenhängenderen Lagern vereinigt. Wurde uns schon durch dieses Verhalten die besondere Beziehung der Wimpern zu den Öffnungen zweifelhaft, so mussten wir von unserer ursprünglichen Ansicht ganz zurückkommen, als sich herausstellte, dass nicht alle Frösche Flimmerzellen in der Bauchhöhle besitzen. Das Vorkommen ist auf das weibliche Geschlecht beschränkt, und auch hier werden Cilien bei jüngeren Thieren, welche noch nicht geschlechtsreif sind, vollständig vermisst. Hierdurch erklärt sich die Unsicherheit der Beobachtung.

In welcher Weise die Flimmerzellen bei beginnender Geschlechtsreife als neu hinzukommende Gewebselemente sich entwickeln, vermochten wir zur Zeit nicht zu entscheiden. Dasselbe gilt von der Frage, ob die Zellen beständig bleiben oder mehr von vorübergehender Bedeutung sind, indem sie sich zu jeder Brunstzeit neu bilden? Uns scheint die Annahme einer zeitweisen Vergänglichkeit dieser Gewebselemente nicht unwahrscheinlich, denn eigentlich nur so lässt sich die merkwürdige Beobachtung erklären, wonach die Flimmerzellen mitunter in den Öffnungen drin sitzen. Uns erschien es wenigstens ohne Zweifel, dass einzelne oder mehrere miteinander verbundene

Wimperzellen von dem Kranze von Zellenkernen umgeben waren, welchen wir als eigenthümliche Einfassung der Öffnungen in der untersuchten Membran erkannt hatten. Indess entging es unserer Beobachtung, in welcher Weise sich die Flimmerzellen mit den übrigen Gewebsbestandtheilen in Verbindung setzen.

Man könnte nun allerdings immer noch annehmen, dass der Verschluss kein ganz vollkommener, aber trotzdem bleibt es unzweifelhaft, dass die Wimperbewegung dem Eintritt in die Öffnungen hinderlich ist, da es sich unter dem Mikroskope direct beobachten lässt, wie in der Flüssigkeit schwimmende kleine Theilchen von den Löchern weggestossen werden. Unter diesen Umständen hat das Vorhandensein von Öffnungen in der Membran bei einer solchen Anordnung der Flimmerzellen nur Sinn, wenn die Existenz der Letzteren eine vorübergehende ist. Berücksichtigen wir, dass sich die Wimperzellen nur beim geschlechtsreifen Weibchen finden, dass sie, soweit unsere jetzigen Beobachtungen reichen, nur vorkommen in dem Raume zwischen den Eileitern und der hinteren Bauchwand, sowie dass die Richtung der Flimmern eine aufwärts nach dem offenen Ende des Eileiters zu gehende ist, so darf man wohl der Vermuthung Raum geben, dass die Flimmerung zur Fortbewegung der Eier in Beziehung steht, obgleich nicht zu leugnen, dass auch gegen diese Annahme Zweifel gerechtfertigt erscheinen.

Wir haben bisher nur von Fröschen gehandelt, da wir jedoch die Öffnungen im Peritoneum auch bei Eidechsen und Blindschleichen nachweisen konnten, so ist anzunehmen, dass dieselben sich bei allen denjenigen Thieren, welchen eine gleiche Anordnung des Lymphsystems zukommt, ohne Mühe auffinden lassen werden.

Fig. I.

b

Fig. V.

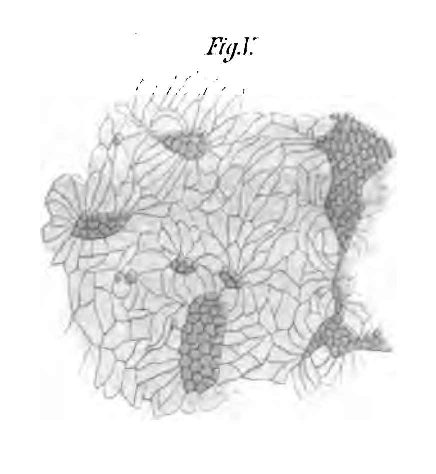


Fig. IV.

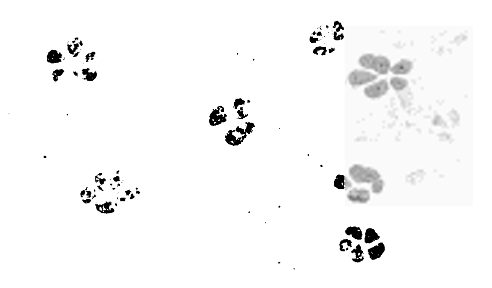


Fig. II.

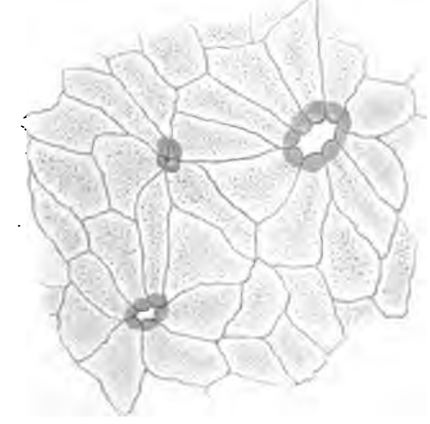
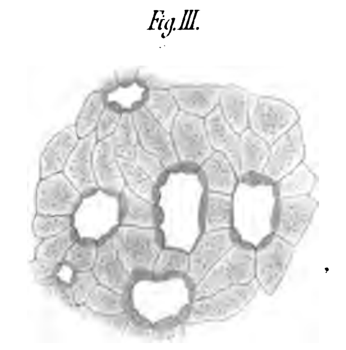


Fig. III.



Erklärung der Abbildungen.

Fig. I. Scheidewand zwischen Bauchhöhle und Cysterna magna lymphatica beim Frosche *a*) Bindegewebshaut mit carminisirten Kernen und feinen elastischen Fasern, scharf umschriebene Löcher enthaltend. *b*) Epithelschicht des Lymphsackes auf der unteren *c*) Epithelschicht der Bauchhöhle auf der oberen Seite mit Silber behandelt. Epithelien durch Abschaben theilweise entfernt.

Fig. II. Bauchhöhlenfläche der Scheidewand. Versilbert, Öffnungen von braungefärbten Kernen eingefasst.

Fig. III. Grössere und näher aneinander liegende Öffnungen.

Fig. IV. Scheidewand (Bauchhöhlenseite) mit heissem Wasser behandelt, Kerne carminisirt. Die Kerngruppen den Öffnungen entsprechend. Die blasseren Kerne von der unteren Fläche durchscheinend.

Fig. V. Bauchhöhlenfläche der Scheidewand mit Gruppen von kleineren Flimmerzellen.

Vergrösserung bei Fig. I—IV. ungefähr eine 300fache, bei Fig. V. eine 150fache.

Dr. E. Cyon, *Über den Einfluss der Temperaturänderungen auf Zahl, Dauer und Stärke der Herzschläge.* Aus dem physiologischen Institute. Vorgelegt von dem w. Mitglied *C. Ludwig.*

Mit 1 Tafel u. 8 Holzschnitten.

Die Folgen, welche die Wärmeänderung für die Reizbarkeit der Nerven und Muskeln nach sich zieht, sind schon wiederholt der Gegenstand eingehenderer Untersuchungen gewesen, namentlich haben sich *Eckhard**), *Rosenthal***), *Harless****), *Schelske*†) und *Afanasieff*††) Verdienste um vorliegenden Gegenstand erworben. Die Angaben der genannten Beobachter stimmen in vielen Punkten überein und ich glaube nicht fehl zu gehen, wenn ich das Resultat der bisherigen Studien in den Worten von *Rosenthal*†††) wiedergegeben finde, mit welchen er über die unter seiner Leitung entstandene Abhandlung von *Afanasieff* referirt.

»Erwärmung des Nerven steigert die Erregbarkeit, je frischer der Nerv ist, desto deutlicher ist diese Steigerung und desto länger hält sie an. Je höher die Temperatur ist, desto kürzere Zeit hält die Steigerung an. Stets folgt auf sie ein starkes Sinken, welches um so stärker ist, je höher die Temperatur; zuweilen wird es von einer zweiten geringfügigen Steigerung unterbrochen. Bei Temperaturen von 50° C. und darüber ist die erste Steigerung oft gar nicht mehr zu constatiren, Erwärmung über 65° R. vernichtet die Erregbarkeit fast augenblicklich.

*) Zeitschrift für rationelle Medicin 10. Bd. 1850.

**) Allgem. medicinische Centralzeitung 1859.

***) Zeitschrift für rationelle Medicin 8. Bd. 1859.

†) Über die Veränderungen der Erregbarkeit durch die Wärme. Heidelberg 1860.

††) *Reichert's* und *du Bois'* Archiv 1865.

†††) Centralblatt für medicin. Wissenschaft 1866.

»Bei der plötzlichen Erwärmung von 35° auf 40° C. treten clonische Zuckungen, bei 40° bis 45° C. meist tetanische Zuckungen auf; sie können bis zu 1 Minute Dauer haben. Bei höheren Temperaturen sind die Zuckungen nicht constant und dauern nur kurze Zeit. Allmählige Erwärmung bringt niemals Zuckungen hervor. — Abkühlung des erwärmten Nerven auf die Zimmertemperatur kann zuweilen die gesunkene oder ganz verloren gegangene Erregbarkeit wieder herstellen. Bei 40° C. ist dies vollkommen möglich, nach höheren Temperaturen um so besser, je früher die Abkühlung eintritt. Bei Temperaturen von 50° bis 65° C. kommt es vor, dass der absolut unerregbar gewordene Nerv seine Erregbarkeit nach längerer Abkühlung wieder erlangt, wenngleich nur in geringem Grade. — Die Abkühlung des Nerven verlängert die Dauer der Erregbarkeit; bis zu 0° bewirkt die Abkühlung ein Herabsetzen der Erregbarkeit, welche dann sehr lange constant bleibt. — Geschieht die Abkühlung schnell, so tritt zunächst Erhöhung der Erregbarkeit ein, welche allmählig in Verminderung übergeht, um so schneller, je niedriger die Temperatur ist. Unter 0° bis — 4° C. fehlt die Erhöhung, die Erregbarkeit sinkt sofort auf ein Minimum, auf welchem sie sich sehr lange constant erhält und von welchem sie bei Erwärmung wieder ansteigen kann. Unter — 4° bis — 8° C. treten clonische Zuckungen auf, welche zwei Minuten dauern können. Die Erregbarkeit ist dann stark gesunken und erhält sich sehr lange constant. — Aus alle dem folgt, dass die Dauer der Erregbarkeit stets um so geringer wird, je höher die Temperatur, der Grad der Erregbarkeit dagegen um so grösser. Der natürliche Verlauf des Absterbens, das Ansteigen und nachherige Absinken wird durch Erwärmung abgekürzt, durch Erkältung verlängert«.

Harless lenkt auch noch die Aufmerksamkeit darauf, dass sich die optischen und elektrischen Eigenschaften des Nerven gleichzeitig mit der Reizbarkeit ändern, und ebenso weist er nach, dass die Erwärmung in trockner Luft von andern Folgen begleitet ist, als die in feuchter. Ich darf wohl die der ersteren übergeben, da sie offenbar, wie auch *Harless* angiebt, von dem Wasserverlust des Nerven herrühren. — *Schelske* hat nicht allein die Temperatur des Nerven, sondern auch die des Muskels geändert und die vom Muskel erhaltenen Zuckungen auf das Myographion aufzeichnen lassen. Bei längerer Einwirkung einer

Temperatur von 0° auf den Nerven wird die Zuckung niedriger und gedehnter; dasselbe geschieht, wenn der Nerv längere Zeit einer Temperatur von 36° C. ausgesetzt war. Bevor jedoch dieses eintritt, zeigt einige Minuten hindurch die Curve eine Steigerung ihrer Ordinaten.

Von dem Einfluss, welchen die Temperaturänderung auf das Herz ausübt, handeln *Calliburces* *) und *Schelske* **). Ersterer stellt fest, dass das Herz innerhalb des Thieres und auch ausgeschnitten durch Erhöhung der Temperatur zu rascheren Schlägen veranlasst wird, auch spricht er beiläufig davon, dass sich das Herz in höherer Temperatur anders zusammenziehe, als in niederer.

Schelske erweiterte diese Erfahrungen durch eine grössere Zahl wichtiger Thatsachen. Die erste derselben besteht darin, dass die automatischen Bewegungen des Herzens durch Temperaturen unter 0° und solche, die zwischen 36° und 40° C. liegen, in einen Scheintod gerathen, aus welchem sie durch Zurückführung in die Normaltemperatur wieder erweckt werden können. Und da er ferner zeigt, dass ein von der höheren Temperatur stillgestelltes Herz durch elektrische Reize in Zuckungen versetzt werden kann, so schliesst er folgerecht, dass das Herz darum ruht, weil die automatischen Erreger oder, wie er sagt, die Ganglien als Centralstellen der rhythmischen Bewegung gelähmt wurden. Wenn aber die Lähmung eingetreten, so müsste nach der gegenwärtig herrschenden Ansicht über die Hemmungswirkung des nervus vagus dieser Nerv in ein anderes Verhältniss zum Herzen kommen, da die in ihm auftretenden Erregungen nicht mehr mit denen der Ganglien interferiren könnten. In Folge dieser Betrachtung prüfte er den n. vagus und fand, dass eine Reizung desselben am erwärmten Herzen Zuckungen hervorrufe, während sie am normal temperirten Stillstand bedingt hatte. Beiläufig fügt er noch hinzu, dass ein mit Curare vergiftetes Herz durch Reizung des n. vagus wieder zur Bewegung veranlasst werden könne, wenn es (nahe vor seinem natürlichen Absterben) zur Ruhe gekommen sei.

An die Arbeit von *Schelske* schliesst sich die meine an. Aus mehrfachen Gründen ist es der Mühe werth, die Änderun-

---

*) Claude Bernard système nerveux II. Bd. 392.
**) l. c. p. 17.

gen, welche der Herzschlag mit der variablen Temperatur erleidet, noch genauer zu verfolgen, als es bisher geschehen. Zu dem Ende brachte ich, nach dem Rath des Herrn Prof. *Ludwig*, mit den Gefässen des ausgeschnittenen Froschherzens einen gläsernen Kreislauf in Verbindung, in welchem ein kleines Quecksilbermanometer eingeschaltet war und füllte, um die Bewegungen des Herzens auf das Manometer zu übertragen, die Höhlen des Herzens und der Glasröhre mit Serum von Kaninchenblut; Herz und Kreislauf wurden alsdann in einen Raum gesetzt, der mit Leichtigkeit auf den gewünschten Temperaturgrad gebracht und beliebig lange darauf erhalten werden konnte. Der Apparat, zu dessen genauerer Beschreibung ich übergehe, ist in Fig. 1 zum Theil im Durchschnitt, zum Theil perspectivisch, und zwar in natürlicher Grösse abgebildet.

Das Manometer (*a* bis *f*) ist zum Theil aus einem Glasröhrchen, zum Theil aus einem Platinröhrchen hergestellt; das letztere, welches eine T-Form besitzt, ist in den dem Herzen zugewendeten Manometerschenkel eingelackt, und auf das freie Ende (*d*) dieses Metallröhrchens ist eine enge Kautschukröhre aufgesetzt. Diese kleine Einrichtung dient dazu, um das sehr enge Manometerrohr, soweit es kein Quecksilber enthält, mit Serum füllen und dann auch wieder verschliessen zu können. Diese Absicht wird erreicht, wenn man eine kleine mit Serum gefüllte Glasspritze in den Kautschuk einschiebt; ist durch dieses das Manometer gefüllt, so wird mit einer kleinen Klemme der Kautschuk geschlossen. Um die übrigen nothwendigen Eigenschaften des Manometers nicht zu beeinträchtigen, darf natürlich das Quecksilber nicht bis in das Platinrohr hineinreichen; also ist dafür zu sorgen, dass das in der Fortsetzung des Platins nach unten gelegene Glasstück lang genug ist, um die Hälfte des zum Versuch nothwendigen Quecksilbers zu beherbergen.

Auf die Maasse des Manometers und seine Leistungsfähigkeit komme ich später zurück.

Den zweiten Theil des Apparates nenne ich das Verbindungsstück, weil er die Herzhöhlen einerseits mit dem Manometer und andererseits mit dem gläsernen Kreislauf in Communication bringt. Das Röhrenwerk, aus dem er sich zusammengesetzt, ist theils in die Seitenwände und theils in den Boden des grössern Metallcylinders (*g h i k*) eingelöthet. — Dieses

Stück besteht zunächst aus zwei geraden Metallröhrchen, die parallel zu einander den Boden (*tm*) des Metallcylinders in einer Entfernung von etwa 12 Mm. durchbohren. Das eine derselben *oo* ist das kürzere, das andere *pp* ist nicht allein länger, sondern es gehen auch noch zwei Zweigröhren aus ihm hervor. Die untere dieser Abzweigungen *qrs* läuft schräg empor und durchsetzt bei *r* die Wand des Cylinders, so dass ihre freie Mündung ausserhalb desselben hervorragt. Durch diese Öffnung kann ein feinstes Thermometer von Geissler so tief eingeschoben werden, dass sein Quecksilbergefäss bis zu *q* hinabreicht. Etwas höher als die eben beschriebene Röhre läuft ein zweites Röhrchen *lu* unter rechtem Winkel ab; dieses durchbohrt die Wand *gi* des Cylinders, auf seine freie Mündung *u* konnte mittelst Kautschuk das Manometerende *f* aufgestellt werden. An dem Ort, wo *pp* und *ul* zusammentreffen, ist ein T-förmiger durchbohrter Hahn eingeschaltet. Durch entsprechende Drehung dieses Letztern ist man im Stande, den untern Abschnitt der Röhre *pp* beliebig entweder mit dem obern Abschnitt der genannten Röhre, oder mit dem queren Stück *lu* in Verbindung zu setzen. — An das so eben beschriebene Verbindungsstück schliesst sich nach oben der gläserne Kreislauf an, der aus dem Glasbogen *vwz* besteht. Die freien Enden *v* und *z* desselben können mittelst Kautschukröhrchen durch die obere Lichtung (*hg*) des Cylinders auf die oberen Enden der Röhrchen *o* und *p* gesteckt werden.

An das untere Ende des Verbindungsstücks schliessen mittels Kautschukröhren zwei Canülen, welche, wie man sieht, aus der linken Aorta und der vena cava inferior hervorkommen. Die beiden Canülen sind so gebogen, dass sie ohne Zerrung des Herzens auf die untern Enden von *o* und *p* gesteckt werden können. Ist das Herz auf diese Weise an das Verbindungsstück befestigt, so schiebt man über dasselbe den Cylinder *ABCD*. Die innere Höhle dieses Cylinders ist von doppelten Wänden umgeben, die durch einen Zwischenraum von einander getrennt sind. In diesen hinein münden die beiden Röhren *E* und *F*, so dass eine Flüssigkeit, welche durch *F* zwischen die beiden Wände des Cylinders eindringt, durch *E* wieder abfliessen kann. Die beiden Wände sind ausserdem an je zwei einander gegenüberliegenden Stellen ausgeschnitten, und in diese Fenster sind Glasscheiben mit Kautschukbändern befestigt. Durch diese letzteren kann man das Herz beobachten, wenn es in den Cylin-

der *ABCD* eingeschlossen ist, oder man kann nach Entfernung eines Fensters durch die Öffnung Reizungsdrähte zum Herzen führen. Der eben genannte Cylinder ist an seiner nach oben liegenden Mündung von einem breiten Metallrand umgeben, der an den Boden *tm* passt. Der Ring kann an diesem Boden durch ein paar Stifte *GG* befestigt werden. Ist auch dieses geschehen, so steckt man endlich die Metallfassung *HH* des Glascylinders *IKLM* auf *hg*, in welche sie wasserdicht einpasst; alsdann verbindet man die Röhre *N*, die aus der Hülse des Verbindungsstücks hervorgeht, durch einen Kautschukschlauch mit der Röhre *F*. Eine Flüssigkeit, welche durch die Mündung *LK* in den Apparat eingeht, wird also zunächst durch das Glasrohr *IKLM*, dann durch das Verbindungsstück und endlich zwischen der Doppelwand des Cylinders fliessen, in dessen innerm Hohlraum das Herz gelegen ist.

Um innerhalb des Apparates das Herz und seinen Inhalt auf die gewünschte Temperatur zu bringen, verfuhr ich auf verschiedene Weise, je nachdem ich beabsichtigte, tiefer oder höher als 0° zu gehen. Sollte die Abkühlung unter 0° sinken, so steckte ich ein besonders zu diesem Zweck mit einer Mischung von Eis und Kochsalz gefülltes Gefäss (*ABCD*) um das Herz und füllte in das Rohr *IKLM* Wasser, in welchem Eisstücke schwammen. Dem Hahn bei *l* wurde dann die Stellung gegeben, bei welcher der Kammerinhalt aus der Aorta durch den Glasbogen in die vena cava zum Vorhof zurückfliessen musste. Die Flüssigkeit, welche im Glasrohr circulirte, nahm in Folge ihres geringen Durchmessers sehr bald die Temperatur von 0° an, und da das Herz sich in einem Luftraum befand, dessen Temperatur von den eisigen Wänden, die es umschlossen, um mehrere Grade unter 0° erkältet wurde, so sank auch die Temperatur des Herzens alsbald tiefer als 0°. Für die rasche Abkühlung ist es sehr förderlich, dass die Wandungen der Herzkammer beim Frosch so äusserst dünn sind und somit dem Durchgang der Wärme einen geringen Widerstand entgegensetzen.

Die Herbeiführung von Temperaturen über 0° lässt sich viel bequemer ausführen und zwar mit Hilfe eines Wasserstromes, der durch ein Glasrohr in das Gefäss *IKLM* eingeleitet wird und der dann, indem das genannte Gefäss immer gefüllt bleibt, durch das Verbindungsstück nach *GNFD*, von da in den Zwischenraum des doppelwandigen Gefässes *ABCD* und von hier

durch das Rohr E abfliesst. Auf das Ausflussrohr E ist mittelst Kautschuk ein Glasrohr gebracht, dessen unteres Ende vermöge eines angesteckten Kautschukrohres und einer um dieses gelegten Klemme beliebig verengt werden kann. Durch gleichzeitige Regulirung des Zu- und Abflusses gelingt es, den Stand des Wassers innerhalb des Apparates während der Versuchsdauer nahezu gleich zu erhalten. Will man dem Wasser, das man durch den Apparat leitet, eine ganz bestimmte, bis auf den Grad genaue Temperatur geben, dann ist es nothwendig, dasselbe vorher in einem grössern Eimer auf den verlangten Grad zu mischen und dasselbe aus dem Gefäss in den Apparat einfliessen zu lassen. Will man also der Reihe nach eine Anzahl von verschiedenen Wärmegraden auf das Herz wirken lassen, so ist man gezwungen zugleich mehrere der grössern Zuflussgefässe bereit zu halten. Diese Art von Vorbereitung zur Herbeiführung der gewünschten Temperatur habe ich aus mehrfachen Gründen nur selten angewendet. Statt dessen stellte ich gewöhnlich auf zwei Ständer, und zwar in einer Höhe von einigen Fussen über dem Apparat zwei grössere Wassergefässe auf, von denen das eine mit eiskaltem, das andere mit kochendem Wasser gefüllt war. Beide Gefässe waren mit Abflussröhren und je einem Hahn versehen und sie mündeten beide in ein Gabelrohr, dessen dritte Öffnung mit der Glasröhre in Verbindung stand, die in den obern Theil des Apparates eintauchte. Man sieht, dass auf diese Weise die verschieden erwärmten Flüssigkeiten zu einer solchen von mittlerer Temperatur gemischt werden konnten, und dass nach dem Verhältniss des Zuflusses von beiden Seiten die resultirende Temperatur beliebig höher oder niedriger gemacht werden konnte. Bei dieser Art zu mischen ist es nothwendig, durch ein Thermometer, welches man in das obere Glasgefäss ($IKLM$) einsteckt, die Temperatur in dem Letzteren zu controliren.

Wenn das Thermometer, welches bei q in dem Serum steckt, auf dem gewünschten Temperaturgrad angelangt ist, so dreht man mittelst eines Stäbchens den Hahn so um, dass die Herzhöhle mit dem Manometer communicirt, worauf das Aufschreiben der Curven beginnen kann. Bei der Einrichtung, welche der Zeichnung entsprechend mein Apparat besass, musste der Zeitraum, innerhalb dessen das Aufschreiben der Curven stattfand, öfter kürzer ausfallen, als ich gewünscht hätte. Dieses gilt namentlich für alle Beobachtungen, bei welchen die Temperatur

des Herzinhaltes höher steht, als die der äussern Luft. So wie dies der Fall, wird sich der kühlere Inhalt des horizontalen Manometerschenkels in das Herz hinabsenken und dessen Temperatur erniedrigen. Selbstverständlich wird diesem Übelstand durch eine kleine Abänderung des Apparates leicht abzuhelfen sein.

Statt des bis dahin beschriebenen complicirtern Erwärmungsapparates kann man auch einen viel einfachern anwenden. Sehr häufig habe ich die vena cava zugebunden, und nur in die Aorta ein gerades Röhrchen von mehreren Centim. Länge eingesetzt und dieses vermittelst eines Kniees an das Manometer gebracht. Um das Herz hing ich alsdann ein cylindrisches unten geschlossenes Metallcylinderchen, welches gerade weit genug war, um das Herz nirgends zu berühren. Die obere Öffnung bedeckte ich mit einem Stück Pappe, das zum Behuf des Röhrendurchgangs mit einem Ausschnitt versehen war. Dadurch, dass ich den Metallcylinder in Eis oder in Wasser verschiedener Temperatur eintauchte, war ich im Stande auch das Herz beliebig zu erwärmen. Zu sehr raschen Temperaturänderungen eignet sich diese Einrichtung allerdings weniger. Sie hat auch den Nachtheil, dass man mit geringern Mengen von Serum arbeiten muss; in Folge dessen wird es nöthig den Herzinhalt öfter zu wechseln.

Die Art und Weise, wie das Serum in das Herz unter Vermeidung von Luftblasen einzubringen ist, wird keiner weitern Beschreibung bedürfen. Mit einer Spritze kann dieses auf verschiedene Weise geschehen. Über das Manometer, den Gebrauch des Serums und die Behandlung des Herzens muss ich dagegen noch Einiges mittheilen.

Manometer. Das Rohr desselben hat einen Durchmesser von 2,1 Mm. Bleibt man bei diesem Durchmesser stehen, wozu ich in Ermangelung eines gleichmässig weiten und noch engern gezwungen war, so muss man zu seiner Füllung mindestens 3 Gramm Quecksilber anwenden. Über diese Zahl bin ich nie gekommen. Zu ihrer Verwendung ist man der Excursionen des Herzschlags wegen gezwungen, denn diese nehmen bei einem grossen und kräftigen Herzen über 30 Mm. von der Länge meines Rohres ein, und erzeugen demnach einen Druck von über 60 Mm. Der aufgesetzte Schwimmer wog 0,9 Gramm; seine Führung an der Trommel wurde bewirkt durch einen Co-

confaden, der durch ein starkes Schrot gestreckt senkrecht vor dem parallel gestellten Manometerrohr und der Trommel herabhängt. Diese Führung, deren sich Prof. *Ludwig* seit mehreren Jahren bedient, erzeugt eine so geringe Reibung, dass der Schwimmer trotz seines geringen Gewichts beim Absteigen niemals hinter der Quecksilberoberfläche zurückbleibt. Um über die Leistungen des Manometers ins Klare zu kommen, stellte ich folgende Versuche an.

Zuerst bestimmte ich den Gang der Eigenschwingung. Die Reibung, welche in einem so engen Rohr stattfindet, ist begreiflich eine sehr beträchtliche. Dies drückte sich bei der Prüfung der Eigenschwingungen sogleich dadurch aus, dass das in Bewegung gesetzte Quecksilber nach zwei ganzen Schwingungen wieder zur Ruhe kommt, selbst wenn das Manometerrohr beiderseits vom Quecksilber nur Luft enthält. Bei der ebengenannten Füllung des Manometers lief eine ganze Schwingung in 0,19 bis 0,20 Secunden ab.

Nächstdem bestimmte ich die Zeit, welche das Quecksilber zur Ausgleichung eines Niveauunterschieds in beiden Röhrenschenkeln dann bedarf, wenn es diese, ohne dass eine Eigenschwingung eintritt, ausführt. Um das Quecksilber zu diesem Bewegungsmodus zu veranlassen, verfährt man folgendermassen: Nachdem das Quecksilber eingebracht war, füllte man das Stück desselben, welches nach dem Herzen hinsieht, mit Wasser; vor das freie Ende des wasserhaltigen Schenkels steckt man alsdann ein enges Kautschukrohr und legt um dieses eine Schraubenklemme, die auf einer festen Unterlage ruht. Mit Hilfe der Klemme ist man in den Stand gesetzt, die Lichtung des Kautschuks beliebig und sehr fein abgestuft verengern zu können. Die freie Mündung des Kautschuks wird dann durch ein angesetztes kurzes Glasröhrchen in eine Schale unter Wasser getaucht. Nachdem der Apparat in dieser Weise hergerichtet ist, bringt man vom freien Ende des T-förmigen Stücks her einen Niveauunterschied des Quecksilbers in den beiden Schenkeln hervor, während man die Öffnung des unter Wasser tauchenden Glasröhrchens mit dem Finger gut schliesst; indess wird auch die Klemme so weit geöffnet, dass nur ein capillarer Spalt im Kautschukrohr übrig bleibt. Hierauf entfernt man, nachdem die Feder des Manometers an der Trommel angelegt wurde, ganz plötzlich den Finger von der Mündung des Glasröhrchens,

so dass die Ausgleichung des Spiegelunterschiedes beider Quecksilberkuppen erfolgen kann. Je nachdem die Klemme eingestellt war, vollführt nun das herabfallende Quecksilber entweder noch eine Eigenschwingung, oder es gleicht sich der Niveauunterschied ohne eine solche aus. Durch sorgfältiges Reguliren der Klemme kann man es nun alsbald dahin bringen, dass das Quecksilber mit einer Geschwindigkeit herabfällt, bei welcher keine Eigenschwingung mehr zu Stande kam, die aber, wäre sie um mehrere Hunderttheile einer Secunde vermehrt worden, noch zu einer Eigenschwingung geführt haben würde. Die Höhe, von welcher man das Quecksilber herabfallen lässt, mit anderen Worten, die Grösse des Niveauunterschiedes ist den vorliegenden Erfahrungen entsprechend von geringem Einfluss auf den genannten Zeitwerth. Um aber allen Einwendungen auszuweichen, habe ich den vorstehenden Versuch bei einem Spiegelunterschied ausgeführt, der nie weniger als 30 Mm. betrug. Die Zeit, welche zur Herstellung der Gleichgewichtslage ohne Eigenschwingung nothwendig war, betrug 0,34 Secunden.

Die Bedeutung, welche der eben ausgeführten Bestimmung zukommt, ist einleuchtend. Wenn das Quecksilber, während es mit dem Herzen in Verbindung steht, aus seiner Gleichgewichtslage oder in dieselbe langsamer aufsteigt oder absinkt, als 0,34 Secunden, so müssen ausserhalb des Manometers die Triebkräfte oder Widerstände so beschaffen gewesen sein, dass von ihnen die geringere Geschwindigkeit der Spiegeländerung abhängt. Wäre in der That eine plötzliche Änderung der Druckkräfte eingetreten, so hätte das Quecksilber weniger als 0,34 Secunden verbrauchen müssen, um von der höchsten zur niedrigsten Stellung oder umgekehrt überzugehen. So wie aber solche Anordnungen der Kräfte vorhanden sind, die eine grössere Ausgleichungszeit verlangen, so ist auch das Quecksilber am Ende jener Zeit auf dem Stande angelangt, der dem im Herzen vorhandenen Druck entspricht. Aus dieser Auseinandersetzung darf, wie ich glaube, gefolgert werden, dass das Manometer, welches ich anwendete, die Maxima und Minima der vom Herzen gelieferten Drücke richtig angiebt, so lange die Zahl der Schläge 80 in der Minute nicht übersteigt, wobei noch vorausgesetzt wird, dass sich der Auf- und Niedergang einer Schlagcurve gleichmässig in die ganze Zeit theilt.

Zum weiteren Beweise, dass bei der eben angegebenen

Schlagzahl das Absinken und Aufsteigen des Quecksilbers mit Widerständen geschah, die vom Herzen ausgingen, kann ich noch die Thatsache vorführen, dass die auf die Trommel gezeichneten Drucklinien in diesen Fällen niemals Erhebungen und Senkungen in dem Abstande zeigten, wie sie der Periode der Eigenschwingung nach hätten sichtbar sein müssen, und doch hätten in diesem Fall auf ein Ab- und Aufsteigen mehrere solcher Eigenschwingungen eintreten müssen.

Aus dem Fehlen der Eigenschwingungen in dem absteigenden Curvenschenkel lässt sich schliessen, dass die diastolische Erweiterung des Herzens nicht plötzlich geschieht, und dass die Widerstände, welche die in das Herz zurücktretende Flüssigkeit zu überwinden hat, viel grösser sind als diejenigen, welche ihr in den Röhren des Manometers selbst entgegenstehen. Dieses gilt auch noch für das todte Herz, das man mit einer concentrirten Kochsalzlösung, die bekanntlich die Muskelstarre aufhebt, angefüllt hat. Um mich von dem Verhalten desselben zu überzeugen, unterband ich seine Venen und eine der Aorten, setzte in die andere eine Canüle und füllte dann mit Ausschluss von Luft das Herz und das Manometer bis zum Quecksilber mit Kochsalzlösung. Nachdem ich hierauf Herz und Manometer verbunden, erhöhte ich den Druck in diesem System um einige Millimeter über den Nulldruck, legte nun das Herz auf eine feste Unterlage, drückte plötzlich mit dem Finger auf dasselbe und entfernte darauf ebenso plötzlich denselben. Auf diese Weise erzeugte ich Schwankungen von 60 bis 70 Mm. Niveauunterschied des Quecksilbers. Die Zeit, innerhalb welcher der zeichnende Stift wieder auf das ursprüngliche Rohr herabsank, schwankte in den verschiedenen Fällen zwischen 1,3 und 1,6 Secunden. Die Zeit, welche die Ausgleichung der Niveaudifferenz im Manometer ohne das vorgelegte Herz bedurfte, ist also 7 bis 8 mal kürzer, eine Thatsache, die den obigen Ausspruch über das Verhältniss zwischen den Widerständen des Manometers und des Herzens vollkommen bekräftigt.

Nicht anders verhält es sich, wie wir sehen werden, mit dem aufsteigenden Schenkel einer Curve, welche durch einen Herzschlag veranlasst ist. Auch er steigt gewöhnlich viel langsamer auf, als es der Fall sein müsste, wenn das Herz das Maximum seines Drucks plötzlich annähme. Geschähe aber auch das Aufsteigen rascher, so würde man doch kein merkliches Übersteigen des

Quecksilbers über den wahren Druckwerth im Herzen zu fürchten haben. Denn die Trägheit des Quecksilbers wird an der Steifheit der contrahirten Herzwand einen ausreichenden Widerstand finden.

Aus alledem darf man wohl schliessen, dass die Curve, welche das Manometer zeichnet, sehr annähernd auch der Zeit nach congruent ist mit dem Gang der Drücke im Herzen.

Übersteigt dagegen die Schlagzahl des Herzens 80 in der Minute, oder liegen zwischen den seltnern Schlägen längere Pausen, so dass auf die Quecksilberbewegung weniger als $\frac{1}{80}$ Secunde kommt, so giebt der vom Manometer angezeigte Druck nicht mehr denjenigen richtig an, welcher im Herzen stattfand. War die Zahl der Herzschläge über diesen genannten Werth gestiegen, so wird der vom Manometer verzeichnete Minimaldruck höher als der im Herzen vorhandene sein, und umgekehrt verhält es sich mit dem Maximaldruck. Sind aber die einzelnen Acte der Herzbewegung rascher als in 0,34 Secunden vollendet, so muss es zu Eigenschwingungen kommen. In der That habe ich diese mehrmals am Ende der Diastolen wenn auch schwach, aber doch deutlich beobachtet. Den ausgeprägtesten Fall giebt einer der dieser Abhandlung eingedruckten Holz- schnitte wieder.

Um einen Ausgangspunkt für die Ausmessung der Drücke zu gewinnen, verfuhr ich in der Art, dass ich vor der Verbindung des Manometers mit dem Herzen zuerst den Nullpunkt des Quecksilberstandes ausmittelte, wobei ich natürlich die Stellung berücksichtigte, welche das Herz nach seiner Verbindung mit dem Manometer einnahm. Zu dem letztern Ende brachte ich an dem horizontalen Manometerschenkel ein absteigendes Röhrchen an, welches möglichst genau bis zu der Tiefe herunterstieg, in welcher sich später die Spitze des Herzens befand. Nachdem die Linie des Nullpunktes auf die Trommel gezogen war, verband ich das Herz mit dem Manometer und füllte vom hervorstehenden Arm des Platinrohrs aus noch etwas Serum in das Herz. Diese Überfüllung, welche ich später noch rechtfertigen werde, bedingte eine elastische Spannung des Herzens, die in der Regel zwischen 5 bis 12 Mm. Quecksilber schwankt.

Serum. Um den Druck auf das Manometer zu übertragen, den das ausgeschnittene Herz bei seiner Zusammenziehung entwickelt, muss dasselbe mit einer Flüssigkeit gefüllt werden.



Selbstverständlich eignet sich zu diesem Ende nur eine solche, welche die Lebenseigenschaften des Herzens möglichst lange unversehrt erhält, also zunächst defibrinirtes Froschblut, da dieses voraussichtlich die Zusammensetzung der Muskel- und Nervenmasse nicht alterirt, und da es auch die durch die Bewegung entstandenen Verluste zu ersetzen und die Wirkungen der Zersetzungsproducte unschädlich zu machen vermag. Trotz alledem habe ich alsbald auf seine Hilfe verzichtet. Kleine Mengen desselben genügen nicht für einen stundenlangen Versuch, weil es innerhalb des schlagenden Herzens alsbald seine erfrischenden Eigenschaften verliert. Grössere Mengen sind aber schwierig zu gewinnen.

Da das ausgeschnittene blutleere Herz des Frosches bekanntlich noch lange schlägt, so scheint es fast, als ob es genüge, statt einer ernährenden eine indifferente Flüssigkeit anzuwenden, z. B. eine verdünnte Kochsalzlösung. Obwohl sie in einzelnen Fällen sich brauchbar erwies, so starben doch auch viele Herzen rascher, als es sonst gewöhnlich ist, in ihr ab. Nachdem sich Serum von Hundeblut fast als giftig erwiesen hatte, bin ich bei Serum aus Kaninchenblut stehen geblieben. Aus einem tödlichen Aderlass eines Kaninchens kann man die für zwei, drei und mehr Versuche genügende Serummenge gewinnen; zudem bleibt das Serum über mehrere Tage hinaus brauchbar, besonders wenn es in Eis gehalten wird.

Welche Rolle das Serum dem Herzen gegenüber spielt bedürfte einer eigenen Untersuchung. Keinesfalls ist es indifferent, ebenso wenig aber auch vermögend, unter allen Umständen einem matten Herzen zu einem kräftigen Schlag zu verhelfen. Wenn dagegen das ausgeschnittene Herz ursprünglich kräftig schlägt, so kann das Serum einer Ermüdung desselben lange Zeit hindurch vorbeugen. Diese Wirkung des Serums habe ich oft beobachtet. Ein Herz, das nach der Füllung mit Serum kräftige Schläge ausführt, büsst jedesmal nach einiger Zeit an seiner Schlagkraft ein: es kann aber diese letztere wieder auf ihr früheres Mass hergestellt werden, wenn der Inhalt des Herzens entleert und statt des alten, neues Serum eingefüllt wird.

Da demgemäss eine kleine Menge von Serum auch nur während kurzer Zeit die Lebenseigenschaften des Herzens erhalten kann, so wird es, vorausgesetzt, dass dieses andere Versuchsbedingungen gestatten, immer zweckmässig sein, möglichst

grosse Mengen von Serum in das Röhrenwerk zu bringen, welches mit dem ausgeschnittenen Herzen communicirt und dabei zugleich einen Strom in der Flüssigkeit einzuleiten, durch welchen der Herzinhalt fortwährend mit dem übrigen Serum gemischt wird. Dieses wird sicher erreicht, wenn man das Serum in einem Kreis herumführt, der von der a. aorta zur ven. cava inf. und von da wieder zum Ventrikel geht; dieses habe ich in den meisten und namentlich in allen der Zeit nach spätern meiner Versuche gethan.

Ausser den erhaltenden hat das Serum auch sogenannte reizende Eigenschaften. Jedesmal, wenn in einem Herzen das verbrauchte durch neues Serum ersetzt wird, schlägt das Herz eine halbe bis einige Minuten hindurch sehr kräftig; nach Verfluss dieses Zeitraums der Aufregung pflegt ein zweiter zu folgen, der öfter eine bis zwei Stunden dauert. In diesem bleibt sich, insofern die übrigen Bedingungen unverändert sind, der Herzschlag nach Zahl und Umfang annähernd gleich, allmählig aber werden dann die Excursionen niedriger und ziehen sich mehr in die Länge. Tritt dies ein, so muss das alte durch frisches Serum ersetzt werden.

Die Behandlung des Herzens. Entweder wurde nur in einen Zweig der Aorta oder in diese und die untere Hohlvene ein Manometer eingesetzt. Will man die Wirkung des Ventrikels allein beobachten, so ist es nothwendig, die Canüle durch den bulbus aortae hindurch bis zu der Ventrikelmündung zu schieben; ohnedies sieht man in der gezeichneten Curve auch noch die Folgen von der Zusammenziehung der Aortazwiebel ausgeprägt. Für die Beobachtung der Leistungen, welche der Ventrikel hervorzubringen vermag, ist es ganz gleichgiltig, ob man eine Canüle mit einem Zuflussrohr auch noch in die Vene eingebunden hat oder nicht. Während der Zusammenziehung der Herzkammer schliesst sich ihre Vorhofsmündung vollkommen ab, eine Thatsache, die man leicht dadurch feststellen kann, dass man das Herz mit zwei Manometern in Verbindung setzt, von denen der eine durch die Aorta mit der Kammer, der andere durch die untere Hohlvene mit dem Vorhof in Verbindung steht. Man sieht alsdann, dass während der Kammerbewegung das Vorhofsmanometer vollständig unbewegt bleibt, woraus unmittelbar der Schluss folgt, dass kein Theil des Herzinhaltes zu jener Zeit in den Vorhof zurücktritt.

Die Anfüllung des Herzens mit Blutserum muss so weit getrieben werden, dass auch in der Diastole die Wandungen unter dem Druck von einigen Millimetern Quecksilber ruhen. Denn nur dadurch wird man es erreichen können, dass das Herz auch während seiner grösstmöglichsten Zusammenziehung noch einige Tröpfchen von Flüssigkeit enthält. Diese Vorsichtsmassregel schien mir nothwendig, weil sonst der ganze Druck, den das Herz zu entwickeln vermag, nicht unter allen Umständen auf das Manometer übertragen werden kann.

Wenn das Serum, sei es durch Aufnahme von Zersetzungsproducten oder durch den Verlust einiger Bestandtheile, sein Vermögen eingebüsst hat, die Reizbarkeit von Nerv und Muskel zu erhalten, so muss man das Herz und den Apparat mit frischem Serum speisen. In sofern man nun das Herz nach der neuen Füllung zu Beobachtungen benutzen will, die mit denen der früheren vergleichbar sein sollen, muss dasselbe möglichst genau wieder auf dieselbe Ausdehnung in der Ruhe gebracht werden. Dieses kann nun auch mit Hilfe des Manometers geschehen, denn man hat ja nur nöthig, den Apparat so weit zu füllen, dass das Manometer in der Diastole einen ebenso grossen Spiegelunterschied seiner Schenkel darbietet wie früher.

Die Beobachtungen, deren Resultat ich mitzutheilen im Begriff bin, lassen eine grössere Zahl von Messungen zu, namentlich die des höchsten oder niedrigsten und des mittleren Werths des Drucks, welchen das Herz erzeugen, beziehungsweise ertragen kann, ferner die Zeiten der Pausen und diejenigen des Auf- und Abgangs zwischen dem Minimum und dem Maximum der Zusammenziehung. Die genannten Werthe sind veränderlich mit den natürlichen Besonderheiten des Herzens und denen des angewendeten Serums, ausserdem aber auch mit der Temperatur und anderen willkürlich veränderlichen Bedingungen. Um die Abhängigkeitsverhältnisse, welche zwischen diesen letztern und den zuerst genannten Werthen bestehen, aufzuklären, ist es nothwendig, sie der Reihe nach die eine als Function der anderen zusammenzustellen. Dieses Unternehmen führt zu einer grossen Zahl von Specialuntersuchungen, von denen ich nur diejenigen mittheile, welche zu Ergebnissen führten, die nicht allein constant, sondern auch, wie es scheint, wichtig für die Herzthätigkeit sind.

A. Allmählige Änderung der Temperatur. Eine solche nehme ich an, wenn der Übergang von irgendeinem zu einem

anderen in der Nähe gelegenen Temperaturgrad mehrere Minuten in Anspruch nimmt. Auf dem Temperaturgrad, den man zu ertheilen wünschte, verweilte dann das Herz nur so lang, als nöthig war, um die gewünschte Beobachtung auszuführen. Auch hierzu waren in der Regel nur wenige Minuten nothwendig. Dem entsprechend geben meine Beobachtungen keinen Aufschluss über die Änderungen, welche durch ein nach halben bis ganzen Stunden andauerndes Verweilen des Herzens in Temperaturen, die von der Norm abweichen, erzeugt werden.

1. Änderung der Schlagzahl mit der Temperatur. Das Herz bewahrt seine Fähigkeit automatisch zu schlagen nur so lange, als es innerhalb gewisser Temperaturgrenzen verweilt. Es kommt zur Ruhe, wie dieses *Schelske* zuerst angegeben hat, wenn jene Grenzen nach unten oder oben überschritten worden sind. Die genaueren Gradzahlen, in welchen die automatische Schlagfähigkeit bewahrt wird, lassen sich jedoch allgemein nicht angeben. Einige Herzen hören bei 0°, andere bei — 4° C. auf; noch unbestimmter ist die obere Grenze, sie variirt zwischen 30 und 40° C. Durchläuft das Herz das Temperaturintervall, welches zwischen den Grenzen der Ruhe liegt, so geht die Schlagzahl durch ein Maximum hindurch. Die Art, wie es dieses Maximum erreicht und wieder von ihm absinkt, zeigt in allen Fällen, die ich beobachtete, eine unverkennbare Gesetzmässigkeit. Eine schematische Darstellung von dem Gang der Erscheinungen habe ich in der folgenden Curve zu geben versucht; die Abscisse derselben hat man sich nach Graden der thermometrischen Scala getheilt zu denken. Und zwar liegen die niedern Temperaturgrade nach links hin. — Die Ordinaten zählen die Herzschläge in der Zeiteinheit.

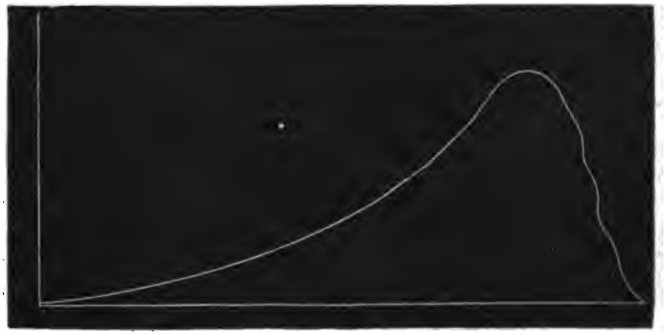


Fig. 1.

Diese Curve sagt aus, dass von der untern Grenztemperatur an die Schlagzahl erst sehr langsam, dann aber um so rascher für gleiche Temperaturintervalle wächst, je näher das Herz der Temperatur kommt, bei welcher die Schlagzahl ihr Maximum erreicht. Ist sie auf dem letztern angelangt, so sinkt bei noch weiterm Steigen der Temperatur die Schlagzahl einige Grade hindurch erst allmählig, dann aber so rasch, dass das Herz, wenn es nur noch um wenige Grade weiter erwärmt wird, schon vollkommen still steht. In den zwei bis drei Graden, die dem Stillstand vorausgehen, schlägt das Herz aber nicht allein langsam, sondern auch unregelmässig, so dass kaum eine Herzpause der andern an Dauer gleich kommt. Um das Bild der Erscheinungen zu vervollständigen, ist in Worten noch hinzuzufügen, dass ganz unmittelbar vor dem Stillstand sich die gesammte Ventrikelfaserung nicht mehr auf einmal zusammenzieht, sondern dass die Bewegung peristaltisch abläuft.

Die soeben gegebene Darstellung der Beziehung zwischen der Änderung von Temperatur und Schlagzahl war eine schematische. Dieser Ausdruck bereitet schon darauf vor, dass noch mancherlei Besonderheiten zum Vorschein kommen werden, sei es, dass man das schematische Bild mit den individuellen, oder dass man die letztern mit einander vergleicht.

Zuerst wollen wir bei dieser Specialbetrachtung die absoluten Zahlen der Schläge beachten, welche die Herzen auf ähnlichen Temperaturgraden darbieten. — In allen Fällen, die ich untersuchte, sind meist unter 15°, sicher aber unter 10° C. die Zahlen der Schläge nicht mehr wesentlich verschieden. Dieses folgt gleich daraus, weil dann die Zahl der Schläge überhaupt auf einen sehr geringen Werth herabsinkt. Dem gemäss muss die Abweichung zwischen den verschiedenen Herzen auch eine geringe sein. Ich gebe einige Beispiele.

Bei einer Temperatur von		21	20	19	18	14	12	10	7	6	5	4	3	2	1
schlagen in 40 Secunden folgende Herzen	I	—	—	28	—	—	14	8	—	—	7	6	—	5	—
	II	17	—	—	—	—	—	—	5	—	—	3.5	—	2.7	—
	III	—	20	—	—	12.6	—	—	7.3	—	—	—	5.6	—	
	IV	—	—	—	18	—	—	—	—	7	—	6.4	—	—	
	V	—	—	17	—	—	—	—	3.4	—	2.2	—	—	—	0.3

Viel grössere Unterschiede treten hervor, wenn man die Zahlen von 18° aufwärts bis zur Temperatur des Maximums in verschiedenen Herzen vergleicht. Die Grenzfälle aus meinen Beobachtungen mögen hier Platz finden.

Bei einer Temperatur von		18	19	23	25	26	28	30	32	33	34	35
schlagen die Herzen in 10 Secunden	I	—	27	—	30	—	—	39	47	77	87	
	II	—	21	25	—	50	76	109	—	101	80	
	III	8.5	—	—	16	—	—	—	29	—	—	16.1

Nimmt man zunächst auf die Maximalzahl Rücksicht, welche die verschiedenen Herzen erreichen, so sieht man, dass *Calliburces* nicht alle möglichen Fälle vor Augen gehabt, als er behauptete, dass man das Herz eines Kaltblüters zur Schlagzahl eines Warmblüters durch die Steigerung der Temperatur emportreiben könne.

Die Unterschiede, welche die Curve der Schlagzahlen über die veränderliche Temperatur rücksichtlich des absoluten Werthes ihrer Ordinaten darbietet, mindern sich aber sehr beträchtlich, wenn man aus den proportionalen Zahlen (statt aus den absoluten) die Curve bildet. Nimmt man beispielsweise in der obigen Reihe die bei 18 und 19° vorhandene Schlagzahl als Einheit an, so ergiebt sich

Grade	18	19	23	25	26	28	30	32	33	34	35
Proportionale Schlagzahlen.	—	1	—	1.1	—	—	1.4	1.7	2.9	3.2	—
	—	1	1.2	—	2.4	3.6	5.2	—	4.8	3.8	—
	1	—	—	1.8	—	—	—	3.4	—	—	1.9

In dem Temperaturintervall, welches zwischen dem Maximum der Schlagzahl und dem Herzstillstand liegt, zeigt die Frequenz des Pulsschlags jedesmal sehr grosse Unregelmässigkeiten. Denn niemals sinkt die Zahl der Schläge von Grad zu Grad stetig ab, sondern es folgen auf die geringere Zahl eines niedern Grades immer auch wieder einmal höhere Zahlen auf einem höhern Grad, so dass das Absinken der Schlagzahl sich erst dann aber dann auch constant ergiebt, wenn man Temperaturunterschiede von mehreren Graden vergleicht.

Ausser der bis dahin beregten Verschiedenheit zeigen die

einzelnen Herzen, wie man schon nach den mitgetheilten Beispielen bemerkt haben dürfte, rücksichtlich der Änderung ihrer Schlagzahlen noch eine andere; sie besteht darin, dass das Maximum der Schlagzahlen nicht immer auf dieselbe Temperatur fällt. Das Aufsteigen zu demselben Wärmegrad bedingt für das eine Herz schon ein Sinken der Pulsfrequenz, während er die des andern noch zum Wachsen bringt; da, wie wir schon sahen, bei den verschiedenen Herzen auch der Stillstand in der Kälte und Wärme nicht auf demselben Temperaturgrad liegt, so könnte man nun den Schluss ziehen wollen, dass die Curve der Schlagzahlen bei den verschiedenen Herzen zwar im Allgemeinen dieselbe Gestalt behaupte, dass aber ihre Lage auf der Abscisse nicht im Voraus genau bestimmt werden könne, indem ihre Ordinaten bei dem einen Herzen sich früher über Null erhoben und auch auf Null herabsanken als bei einem andern.

Mancherlei Erfahrungen scheinen mir jedoch dafür zu sprechen, dass ein solcher Schluss voreilig ist. Als ich mir nämlich nach Anleitung meiner Beobachtungen die Curven der Schlagzahlen construirte, bemerkte ich mehrmals, dass die Grösse des proportionalen Zuwachses für dasselbe Temperaturintervall auch bei den Herzen nicht gleich war, bei welchen das Minimum der Schlagzahlen auf denselben Wärmegrad fiel. Dieses galt namentlich für den steilsten Theil der Curve, also für denjenigen ihrer Abschnitte, welcher den grössten Zuwachs an Schlägen für das gleiche Temperaturintervall aufweist. Dieser Ort des grössten Zuwachses scheint bei gleicher Lage des Curvengipfels über der Abscisse von dem letztern bald mehr und bald weniger weit abzustehen. Dieses würde aussagen, dass, wenn auch die beiden Temperaturgrade *a* und *d* auf zwei Herzen denselben Einfluss übten, dieses doch noch nicht in gleicher Weise geschähe von den Temperaturen *b* und *c*, welche zwischen den erstgenannten in der Mitte liegen. Trotzdem, dass dieses Verhalten unter meinen Beobachtungen öfter vorkommt, wage ich dennoch nicht, den eben ausgesprochenen Satz mit Sicherheit zu behaupten. Dazu sind meine Temperaturbestimmungen des oft raschen Wechsels wegen nicht immer genau genug, und zudem ist die Zahl der einzelnen Beobachtungen an demselben Herzen nicht gross genug, so dass die Temperaturen, an welchen eine Aufzeichnung der Pulse stattfand, meist zu weit aus einander liegen, um aus ihnen den genauern Gang der Curve abzuleiten.

Durch eine noch sorgfältigere Regulirung der willkürlichen Variabeln, namentlich des Ansteigens der Temperatur, der Dauer ihrer Einwirkung auf gleichen Graden, des ursprünglichen Füllungsdruckes und der Zusammensetzung des Serums, wird, wie ich voraussehe, überhaupt noch manche Abweichung unter den einzelnen Beobachtungen wegzuschaffen sein; aber sicherlich werden auch dann noch die verschiedenen Herzen sich rücksichtlich ihrer Empfindlichkeit gegen die Wärme sehr verschieden verhalten. Dafür spricht der Umstand, dass ausnahmslos alle die Herzen, an welchen ich im Vorwinter Beobachtungen anstellte, schon in den mittlern, namentlich aber in den höhern Temperaturgraden viel rascher pulsirten, als diejenigen, welche mir im Januar oder Februar zu Gebote standen.

Es dürfte für künftige Untersuchungen eine lohnende Aufgabe sein zu erforschen, wodurch man im Stande ist, die individuellen Unterschiede der Empfänglichkeit für gleiche oder ähnliche Temperaturintervalle wegzuschaffen. Denn jedenfalls ist die Frage nach der Abhängigkeit der Pulsfrequenz von der Temperaturänderung von mehrfachem Interesse; von einem theoretischen, weil wir durch die hier vorliegende, so deutlich sichtbare Äusserung Aufschluss über die innern Eigenschaften der automatischen Erreger erhalten können, dann aber auch von einem praktischen, weil wir durch die den meinigen ähnlichen Beobachtungen in den Stand gesetzt werden, mit Sicherheit zu entscheiden, in wie weit die Ärzte recht haben, welche behaupten, dass im Fieber die steigende Temperatur an der Beschleunigung des Pulses schuld sei. — In der That lassen meine Beobachtungen keinen Zweifel darüber, dass die Erhöhung der Temperatur und zwar gerade in den Grenzen, in welchen sie beim Fieber eintritt, sehr geeignet ist, die Pulsfrequenz um ein Beträchtliches zu steigern.

2. Änderung des Umfangs der Zusammenziehung. Die Änderung, welche der Hohlraum des Herzens durch die Zusammenziehung erfährt, kann ohne Weiteres an dem wechselnden Stand des Quecksilbers im Manometer abgelesen werden, da sich ja das Herz nur in diesen entleeren kann. Bei der verwickelten Gestalt der Muskelfasern kann natürlich aus der Volumenveränderung der Herzhöhle kein Schluss auf den genaueren Umfang der Contraction, welche die Herzfasern eingehen, gemacht werden, jedenfalls aber kann auf das Mehr oder Weniger der Ver-

kürzung aus der Änderung des Herzinhaltes erschlossen werden, indem doch unzweifelhaft der bedeutenderen Verengerung der Höhle auch eine stärkere Verkürzung der Muskeln entspricht.

Der folgenden Betrachtung sind nur solche Beispiele zu Grunde gelegt, bei denen unzweifelhaft die im Herzen selbst stattfindenden Maximal- und Minimaldrücke durch die Trägheit des Quecksilbers nicht entstellt worden waren. Die Mittel, die zu einer richtigen Auswahl zu Gebote stehen, stützen sich, wie schon oben angegeben, theils auf die bekannten Eigenschaften des angewendeten Manometers und theils auf die Gestalt der aufgeschriebenen Curven. — Bei der Auswahl der Beobachtungen muss ausserdem darauf Rücksicht genommen werden, dass man nicht die Erfolge der Ermüdung mit denen der Temperaturänderung zusammenwirft. Mit andern Worten, man darf nur solche Beobachtungen vergleichen, bei denen das Serum seine erhaltenden Eigenschaften noch nicht eingebüsst hat. Nach meinen Erfahrungen übt das Serum einen mächtigern Einfluss auf die Excursion, als auf die Zahl des Pulses. Nach frischer Füllung wird die Excursion gross; bleibt dann das Serum längere Zeit im schlagenden Herzen, so sinkt die Excursion bedeutend ab, und sie nimmt nach neuer Füllung wieder zu. — Das sichere Kennzeichen, dass nur die Änderung der Temperatur, nicht aber die des Serums die Excursion minderte, liegt darin, dass die Excursion, welche durch die Temperaturschwankung gemindert war, wieder auf ihren frühern Werth zurückkommt, wenn die ursprüngliche Temperatur wieder hergestellt wird. Beobachtungen, bei denen diese Vorsichtsmassregel angewendet wurde, besitze ich, aber leider nur in geringer Zahl.

Um die Beobachtungen an verschiedenen Herzen mit einander vergleichbar zu machen, habe ich mir auch hier die proportionalen Excursionen berechnet. Ich habe dabei wiederum in jedem einzelnen Beobachtungsobject den Umfang der Herzzusammenziehung, welcher bei 18 bis 20^0 C. stattfand, als die Einheit angesehen.

Aus den Beobachtungen, die ich diesem Verfahren unterworfen habe, leuchtet ein und dasselbe Gesetz hervor. Beschreibt man wiederum über die Abscisse der Temperaturen die Curve der Excursion, so zeigt diese ein Maximum und zwei Minima. Die letzteren liegen bei der oberen und unteren Grenztemperatur, also bei denjenigen, bei welchen das Herz zu schlagen

aufhört. Von der unteren Grenztemperatur steigt die Curve rasch aufwärts, so dass sie schon wenige Grade über Null das

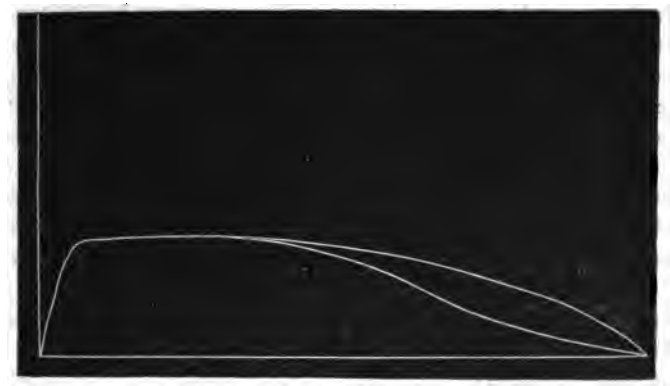


Fig. 2.

Maximum oder nahezu den Werth desselben erreicht; dann hält sie sich auf dieser Höhe nahezu gleichmässig bis gegen 15 oder 19° C., nur in seltenen Fällen pflegt sie schon früher etwa bei 10° C. abzusinken. Von 20° C. weiter aufwärts sinkt sie dann ununterbrochen bis zum Nullpunkt der höhern Temperatur auf die Abscisse herunter. Neben der Übereinstimmung, welche die verschiedenen Beobachtungen darbieten, zeigen sich auch Abweichungen. Auf den Theil derselben, welche auf den aufsteigenden Curvenschenkel fallen, habe ich schon aufmerksam gemacht. Der absteigende Schenkel zeigt sich namentlich darin verschieden, dass entweder unmittelbar vom höchsten Punkt an ein sehr rasches Absinken stattfindet, welches auf höhern Temperaturstufen sich in ein sehr allmähliges umsetzt; dieses Verhalten ist in dem Curvenschenkel der Fig. 2 dargestellt, welcher der Abscisse näher liegt. — In andern Fällen nimmt dagegen bis nahe zu 30° die Excursion nur sehr allmählig ab und sinkt erst jenseits des genannten Grades rascher der Abscisse zu, ebenso wie dieses durch den höhern Curvenschenkel der angezogenen Figur ausgedrückt ist.

Bevor ich auf die absoluten Werthe, welche den Excursionen zukommen, eingehe, muss ich noch eines besonderen Verhaltens gedenken, welches das Herz während der Temperaturgrade darbietet, die der oberen Grenzwärme unmittelbar vorangehen. Wenn das Herz auf dem genannten Wärmegrad

angelangt ist, so sieht man dasselbe noch in lebhaften Contractionen begriffen, trotzdem aber treibt es keine Spur seines Inhalts in das Manometer hinein. Eine genauere Beachtung der Herzcontraction lässt alsbald erkennen, dass diese Erscheinung in einer peristaltischen Zusammenziehung des Muskelfleisches begründet sei, die von der Vorhofsgrenze gegen die Spitze fortschreitet. Bei einer solchen Art der Zusammenziehung kann natürlich der Herzinhalt keinen äussern Druck überwinden, da die nicht zusammengezogenen Theile der Herzwand sich um so viel ausdehnen werden, als sich die zusammengezogenen verengen. Abgesehen von anderen scheint mir diese Beobachtung darum besonders bemerkenswerth, weil sie darthut, dass der Druck, welchen die zusammengezogenen Bündel des Ventrikels auf die nicht zusammengezogenen ausüben, keineswegs als ein Reiz für die letzteren aufgefasst werden darf.

Vergleicht man den absoluten Werth der Excursion in den verschiedenen Herzen bei demselben Temperaturgrad, so wird man finden, dass derselbe ausserordentlich verschieden ausfällt. Da sich diese Thatsache bei dem grossen Spielraum, welcher der Nerven- und Muskelreizbarkeit zukommt, von selbst versteht, so halte ich es für überflüssig, sie durch Zahlenbeispiele zu belegen.

3. Über das Verhältniss zwischen dem Umfang und der Zahl der Schläge. Aus dem Bisherigen ergiebt sich, dass unter Umständen mit der steigenden Temperatur die Zahl der Schläge wächst und der Umfang derselben abnimmt. Diese Thatsache fordert dazu auf, zu untersuchen, ob etwa ein bestimmtes Verhältniss zwischen der Länge der Pausen und der Stärke des Schlags aufgefunden werden könne. Bei dieser Untersuchung darf man natürlich nur die verschiedenen Stärken und Zahlen der Schläge eines und desselben Herzens mit einander vergleichen, weil, wie ich schon hervorgehoben, die genannten Dinge bei verschiedenen Herzen sehr ungleichwerthig ausfallen und noch mehr, weil die Änderungen, welche die Stärken mit der steigenden Schlagzahl erfahren, sich in jedem einzelnen Fall verschieden gestalten.

Vergleicht man die Curve der proportionalen Schlagstärken und der proportionalen Schlagzahlen eines und desselben Herzens mit einander, so bemerkt man sogleich, dass von Null an bis zu einer gewissen Temperaturgrenze die Schlagzahl stetig

anwächst, während der Umfang der Zusammenziehung sich unverändert erhält. In diesen Grenzen besteht also keine Abhängigkeit beider Grössen von einander. In dem Temperaturintervall, welches auf das eben erwähnte folgt, wachsen die Schlagzahlen, und die Umfänge der Zusammenziehung nehmen ab und zwar so lange, bis das Maximum der Pulszahlen erreicht wurde. Ist endlich die Temperatur überschritten, bei welcher das Herz das Maximum seiner Schlagzahlen erreicht hat, so sinkt von nun ab die Schlagzahl gleichzeitig mit dem Umfang desselben so lange, bis beide Null werden. Diese Erfahrungen zeigen unzweideutig, dass das Verhältniss zwischen der Intensität der Schläge und der Länge der Pausen nicht aus einem einzigen Princip erklärt werden kann. Um den Anhängern der Meinung zu genügen, dass die Länge der Pausen im geraden Verhältniss zur Intensität der Schläge stehe, müsste man die Erscheinungen, welche sich bei den höheren und niederen Temperaturen zeigen, auf besondere Gründe zurückführen, beispielsweise auf folgende: Nähme man an, es könne der Umfang ein bestimmtes Maximum nicht überschreiten, wie langsam sich auch die Schläge einander folgen mögen, und setzte man voraus, dass dieses Maximum schon etwa bei 10 bis 15° C. erreicht wäre, so würde sich nun erklären, warum von da ab gegen Nullgrad trotz der Verminderung der Schlagzahl keine Steigerung der Zusammenziehung eintreten könnte. — Um aber zu erklären, weshalb jenseits des Maximums der Pulsfrequenz diese letzteren gleichzeitig mit dem Umfang der Schläge sinken, könnte man die Erfahrung herbeiziehen, wonach das Verhältniss zwischen der Dauer und dem Umfang der Schläge bei jedem dem Versuch unterworfenen Herzen ein eigenthümliches, von allen anderen verschiedenes ist. Diese Thatsache deutet darauf hin, dass durch die jeweilige Anordnung der Kräfte, welche in den Herzmassen gegeben sind, das Verhältniss der Zahl zu den Intensitäten der Schläge geregelt werde. Wenn also an einem und demselben Herzen sich plötzlich das bisher bestandene Verhältniss zwischen den zuletzt genannten Grössen ändert, so würde man annehmen müssen, dass dieses auch mit der Anordnung der erregenden Herzkräfte geschehen sei.

Auf unseren Fall angewendet, würde demnach das nahezu auf die obere Grenztemperatur erwärmte Herz mit einer Anordnung der Kräfte begabt sein, die nicht mehr verglichen werden

könnte mit derjenigen, welche das Herz in den tiefer stehenden Temperaturgraden besitzt. — Aber selbst wenn man nur die Erscheinungen in Betracht zieht, welche zwischen 10 bis 15° C. einerseits und derjenigen für die maximale Schlagzahl andererseits vorkommen, so finden sich auch hier häufig genug zahlreiche Unregelmässigkeiten. So begegnet man unter Anderm Doppelschlägen; die beiden Erhebungen, welche zu einem Doppelschlag gehören, sind gleich gross und folgen einander sehr rasch, während zwischen je zwei Doppelschlägen eine lange Pause liegt. In einem solchen Fall hat also die lange Pause, welche der ersten Erhebung des Doppelschlages vorausging, nicht mehr erzielt, als die kurze, welche vor der zweiten Erhebung liegt. In nicht minderem Widerspruch mit der obigen Hypothese steht die andere oft vorkommende Erscheinung, in welcher ein kräftiger Schlag mit einem schwachen regelmässig abwechselt, ohne dass dieses auch mit den Zeiten der Fall wäre, welche zur Vollendung der kleinen und grossen Schläge nothwendig sind, denn häufig vollendet sich der Schlag niederer Intensität in ganz oder nahezu in derselben Zeit, in welcher der stärkere abläuft. Hiernach scheint es mir unzweifelhaft, dass trotz des allerdings öfteren Zusammentreffens von häufigen und kleinen oder seltenen und grossen Schlägen kein nothwendiger Zusammenhang besteht zwischen der Dauer der Pause und dem Umfang der Zusammenziehung. Ich komme später noch einmal auf diesen Gegenstand zurück.

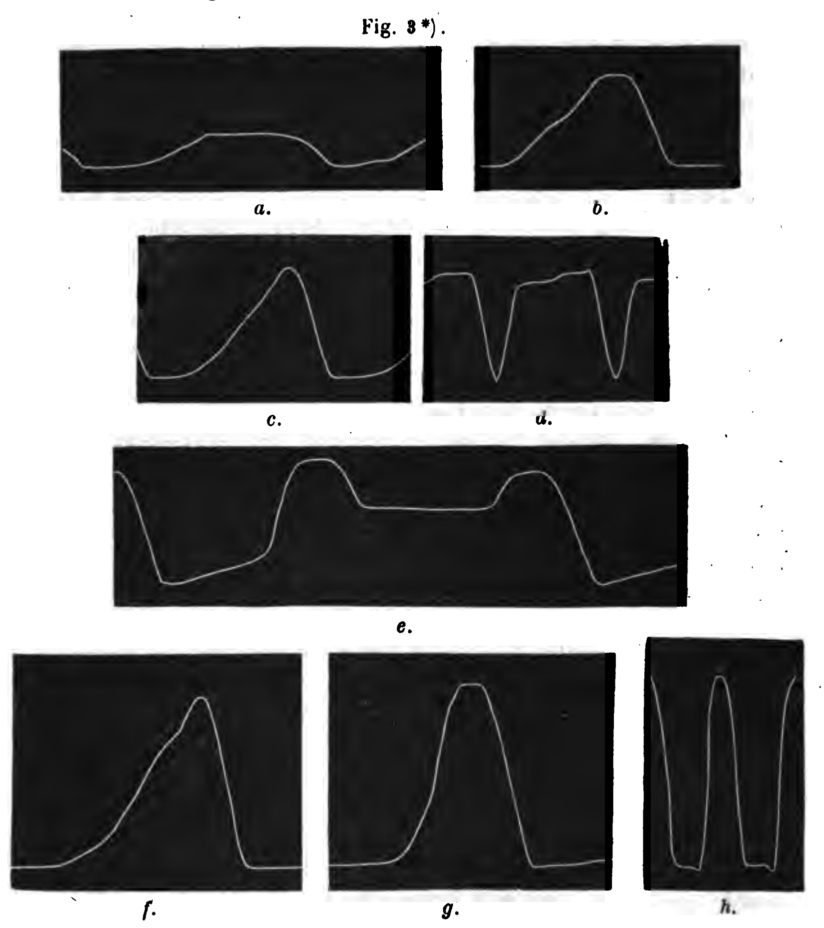
4. Über den Verlauf der Herzcontraction. Die Gestalt der Curve, welche während des Ablaufs einer Herzcontraction vom Manometer aufgezeichnet wird, ist für verschiedene Herzen durchaus nicht immer dieselbe, selbst wenn die Temperatur gleich oder nahezu gleich war. Die gegenüberstehenden Holzschnitte geben die hauptsächlichsten der Typen wieder, die sich mir bei mittlerer Temperatur dargeboten haben. Man erkennt in den Abbildungen folgende Combinationen: Rasches Aufsteigen und fast momentanes Absinken, so dass die Eigenschwingung des Quecksilbers erscheint; rasches Aufsteigen und Absinken mit tetanisch gehaltenem Gipfel; rasches Aufsteigen mit plötzlichem Übergang in die Diastole, die sich allmählig vollendet; langsames Aufsteigen, allmähliger Übergang in die Diastole und langsam vollendetes Absinken.

Ob die Ursache der Verschiedenartigkeiten in Eigenthüm-



lichkeiten der reizenden Apparate oder in denen der Nerven und Muskeln gelegen ist, würde sogleich entschieden sein,

Fig. 3 *).


a. *b.* *c.* *d.* *e.* *f.* *g.* *h.*

wenn sich nachweisen liesse, dass die Herzbewegung das Analogon einer Zuckung wäre, mit anderen Worten, dass ein einziger

---

*) Die Figuren sind in natürlicher Grösse; das Verhältniss zwischen Zeit und Längeneinheit der Abscisse ist an allen nahezu gleich; *b* und *c* sind von demselben Herzen zu verschiedener Zeit geliefert; dasselbe gilt von *d* und *e*, der tetanische, gebrochene Gipfel in *d* legt sich in *e* zu zwei deutlich gesonderten Erhebungen aus einander, die durch ein tetanisches Zwischenstück getrennt sind.

momentaner Reiz den Ablauf der Herzconjection veranlasste. In diesem Fall würde offenbar die Art des Ablaufs nur von den Zuständen der Nerven und Muskeln bedingt sein. Die Gründe, welche sich für die Auffassung der Herzcontraction als Zuckung beibringen lassen, erscheinen mir allerdings nicht unerheblich, namentlich gilt dies für alle diejenigen Herzschläge, welche ich die regelmässigen nennen möchte, für die nämlich, bei welchen die Curve der Herzcontraction dieselbe Form besitzt, welche auch der Zuckung eines Skeletmuskels zukommt. Zwischen beiden besteht nur der schon von *Marey* hervorgehobene Unterschied, dass die Zuckung der gewöhnlichen quergestreiften Muskeln in sehr viel kürzerer Zeit vorübergeht, als die des Herzmuskels. Dieser Unterschied bietet aber der Zurückführung beider Bewegungen auf dieselbe Art des Reizes darum keine unüberwindliche Schwierigkeit, weil bekanntlich die Herzmuskeln einen specifischen Bau besitzen.

Gründe, welche für die Auffassung des Herzschlags als Zuckung sprechen, giebt es mehrere. — Der erste derselben ist aus der Erregung abgeleitet, welche, wie *Czermak* zeigte, das schlagende Herz in dem Nerv des aufgelegten Froschschenkels inducirt. Aus einer genauern Beobachtung des zeitlichen Verlaufs dieser inducirten Bewegung erfuhr *Marey**), dass sie eine einfache Zuckung sei. Wäre, so schliesst der genannte Gelehrte, die Herzcontraction ein Tetanus, so müsste auch die inducirte Bewegung einen tetanischen Charakter besitzen, da ausnahmslos die Art der primären und der secundären Muskelcontraction einander entsprächen. — Noch überzeugender als der eben hingestellte scheint ein anderer Versuch für die Richtigkeit der discutirten Hypothese zu sprechen. Wenn nämlich durch einen momentanen elektrischen Schlag das Herz gereizt wird, welches durch erhöhte Temperatur zum Stillstand gebracht wurde, so führt dieses eine Bewegung aus, welche sich gerade so verhält, wie diejenigen, die durch den normalen innern Reiz hervorgebracht werden, also kann ein momentaner Reiz einen Herzschlag hervorrufen. Eine dauernde Reizung des Herzens, das in der Wärme still steht, ruft dagegen einen Tetanus hervor, also kann ein normaler Herzschlag nicht von einer tetanischen Reizung bedingt sein. — Für die Abhängigkeit des Ab-

*) Journal de l'anatomie et de la physiologie 1866. 408.



laufs der Zuckung von den Eigenschaften des Muskels und nicht des Reizes spricht die häufig vorhandene Erscheinung, dass das Herz aus der Verkürzung in die Erschlaffung nach demselben Modus übergeht, nach welchem es in die Verkürzung aufgestiegen war. Dieses Verhalten ist namentlich sehr auffällig ausgeprägt, wenn die Contractionscurve zum Ansteigen auf ihr Maximum eine lange Zeit verbraucht. Da man schwerlich geneigt sein wird, auch noch während der Erschlaffung die Anwesenheit von Reizen anzunehmen, so wird man den Grund für den langsamen Ablauf des auf- und absteigenden Schenkels vor Allem in der Schwerbeweglichkeit der Muskelmassen suchen dürfen. — Die letztere Anschauung gewinnt um so mehr an Wahrscheinlichkeit, weil sich die Ablaufszeiten einer ganzen Herzbewegung unter denselben Umständen verkürzen und verlängern, unter denen dieses auch im Nervmuskelpräparat geschieht, welches dem Froschschenkel entnommen ist.

Man darf jedoch nicht verkennen, dass sich am Herzen Bedingungen und Erscheinungen finden, welche mit der eben entwickelten Vorstellung schwieriger in Übereinstimmung zu bringen sind. So ist unter Andern die Herzcontraction ein Vorgang, an dem sich viele einzelne Ganglien, Nervenfäden und zahlreiche langgestreckte Muskelröhren betheiligen, welche, wie das schon angeführte Beispiel der peristaltischen Herzcontraction zeigt, nicht nothwendig auf einmal in Erregung gerathen müssen. — Wenn durch die Schwierigkeit, eine so grosse Zahl getrennter Stücke absolut gleichzeitig zu erregen, schon ein Bedenken gegen die Deutung der Herzcontraction als Zuckung liegt, so bieten, wie es mir scheint, eine noch grössere die Fälle, bei welchen das Herz, nachdem es auf das Maximum der Zusammenziehung gelangte, einige Zeit in Tetanus verharrte; ein solcher abgestutzter Gipfel, wie ihn in Fig. 3 *d* darbietet, erweckt dem Beschauer wohl sogleich die Vorstellung, als ob hier ein tetanisirender Reiz auf das Herz gewirkt habe. Freilich ist es auch möglich, dass dieses tetanische Verharren in der Contraction von der besonderen Reizbarkeit des Muskels selbst abhängig ist.

Bisher habe ich nur den Ablauf der Contractionscurve bei verschiedenen Herzen, die unter nahezu gleichen Temperaturen standen, ins Auge gefasst. Die Form der genannten Curve ändert sich jedoch auch an demselben Herzen mit der variablen

Temperatur. Die folgenden Holzschnitte lassen erkennen, dass sich im Allgemeinen mit der abnehmenden Temperatur die auf- und absteigenden Curvenschenkel mehr und mehr in die Länge ziehen. Wie sehr sich aber auch die Wirkung der Temperatur ausprägt, immerhin macht sich auch die Eigenthümlichkeit des einzelnen Herzens selbst geltend, wie eine Vergleichung der vorgelegten Beispiele 4, 5, 6, 7 darthut. — Mit der Vorführung dieser Figuren verbinde ich zugleich die Absicht, dem Leser beispielsweise eine Vorstellung von der thatsächlichen Grundlage dieser Abhandlung zu geben.

a. b. c. d. e. f.

Fig. 4.

a. Das Herz mit frischem Serum gefüllt; am Ende der Diastole eine kleine Eigenschwingung, bei 19° C. — *b.* Mit derselben Füllung eine Stunde später, bei 19° C. — *c.* Nach allmähligem Erwärmen auf 24° C. — *d.* Ebenso auf 34°. — *e.* Ebenso auf 39°; das Maximum der Schlagzahlen ist schon überschritten; die Pulse werden unregelmässig; dieses deutet auf die beginnende Unregelmässigkeit der Zusammenziehung der Faser. — *f.* Allmählige Abkühlung auf 19°. Die Schläge haben wieder dieselbe Dauer wie in *b.* Die beträchtlich geringere Excursion deutet darauf hin, dass das Serum seine erhaltenden Eigenschaften verloren hat.

a. *b.*

c. *d.* *e*

a. Auf 3° C. — *b.* Auf 7° C. — *c.* Auf 14° C. — *d.* Auf 20° C. — *e.* Auf 28° C.

Dieser Fall ist dadurch ausgezeichnet, dass das Maximum der Excursion bis zu 3° hin noch im Wachsen begriffen ist.

Fig. 5.

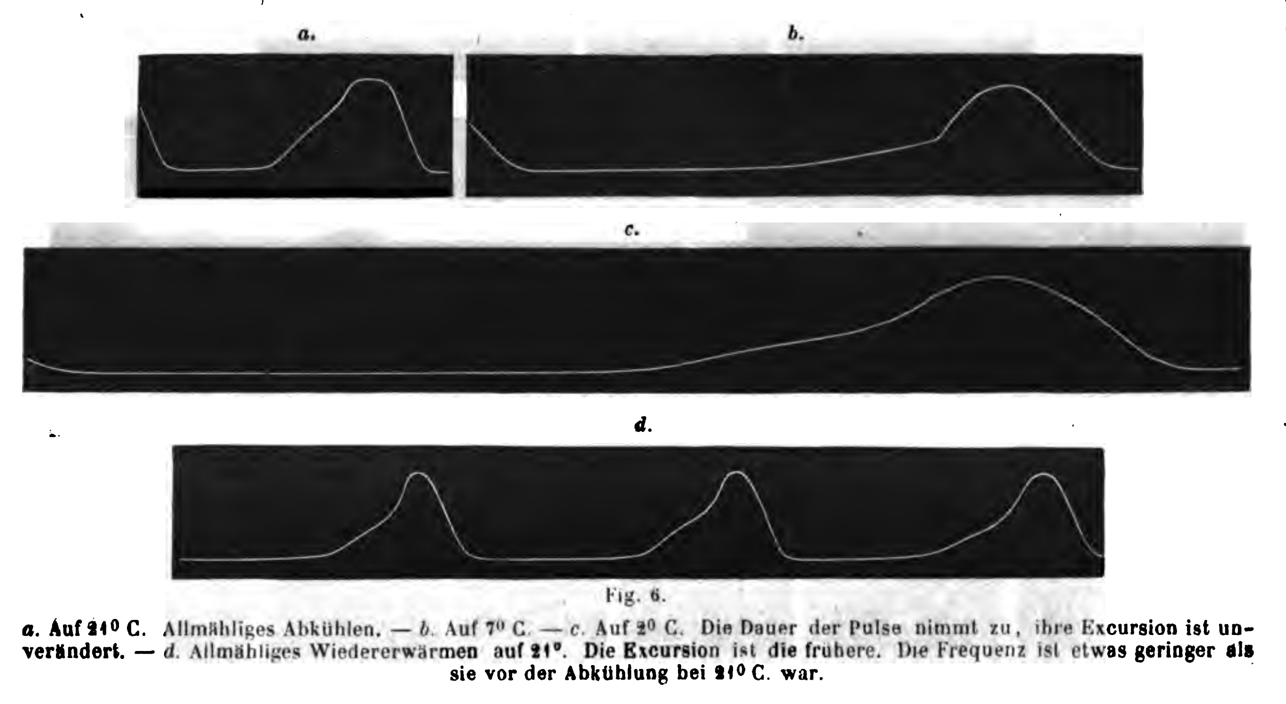


Fig. 6.

a. **Auf 21⁰ C.** Allmähliges Abkühlen. — *b*. Auf 7⁰ C. — *c*. Auf 2⁰ C. **Die Dauer der Pulse nimmt zu, ihre Excursion ist unverändert.** — *d*. Allmähliges Wiedererwärmen **auf 21⁰. Die Excursion ist die frühere.** Die Frequenz ist **etwas geringer als sie vor der Abkühlung bei 21⁰ C. war.**

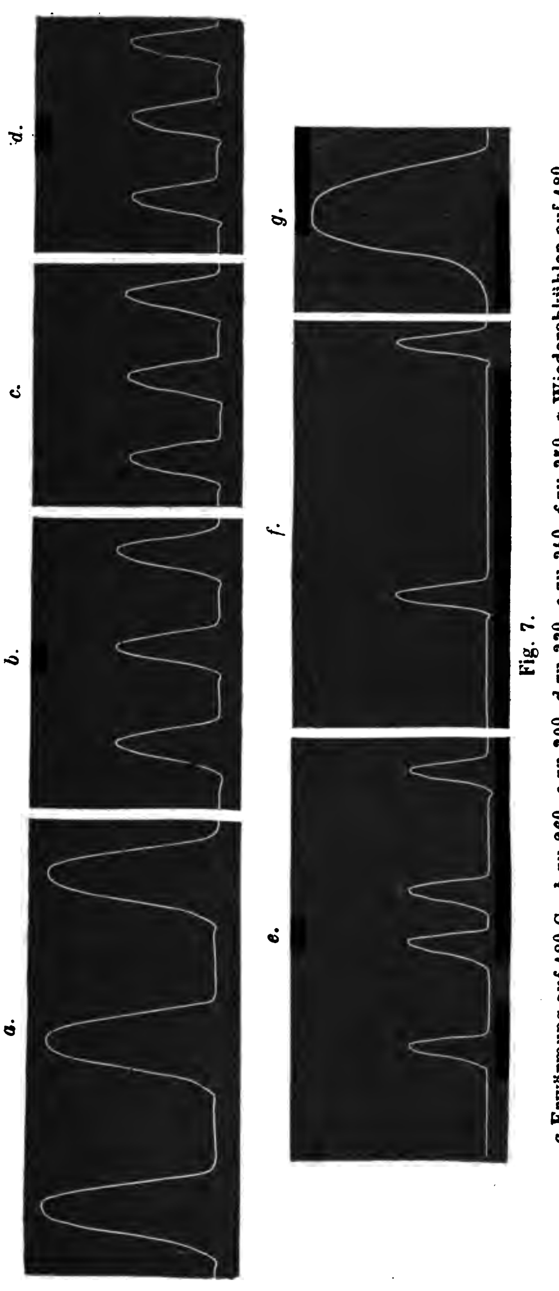


Fig. 7.

a Erwärmung auf 18^0 C., *b* zu 26^0, *c* zu 30^0, *d* zu 33^0, *e* zu 34^0, *f* zu 35^0, *g* Wiederabkühlen auf 18^0.

Diese Reihe zeigt das Verhalten, dass jenseits des Maximums der Schlagzahlen der Herzstillstand durch allmählige Vergrösserung der Pausen erfolgt, während die Grösse der Excursion unverändert bleibt. — Der beim Wiederabkühlen auf 18^0 erfolgende Schlag ist abermals langsamer, als er bei derselben Temperatur vor dem Erwärmen war. Die Excursion ist gleich der frühern.

Bei einer Vergleichung des zeitlichen Verlaufs der Schläge, welche von den verschieden temperirten Herzen ausgehen, schien es mir noch von Belang zu ermitteln, wie lange während der Zeiteinheit das Herz in der Contraction bleibt. Denn wenn das Herz in gleicher Zeit eine sehr ungleiche Zahl von Schlägen ausführt, so kann der Antheil jener Zeit, welchen es auf seine Zusammenziehung verwendet, in allen Fällen ungleich, er konnte aber auch in allen gleich sein; dieses Letztere müsste namentlich der Fall sein, wenn die Contractionszeit des einzelnen Schlags in dem Masse abgenommen, in welchem die Zahl der Schläge zugenommen. — Das Interesse, welches sich an die Beantwortung der vorgelegten Frage knüpft, liegt, wie mir scheint, darin, dass die Zeit, während welcher die Zusammenziehung besteht, einer der Factoren ist, nach denen einerseits die Anstrengung des Muskels und unter Umständen auch andererseits die Grösse (oder Zahl) des oder der Reize gemessen wird, welche die Zusammenziehung veranlassten. — Die Grundlagen für die anzustellende Vergleichung sind nun folgendermassen zu gewinnen. Von alle den Curven, welche ein Herz bei verschiedenen Temperaturgraden aufgeschrieben, nimmt man ein je gleich langes Stück; man misst dann auf jedem einzelnen dieser Stücke die Contractionsdauer aller einzelnen Herzschläge und vereinigt darauf diese separaten Werthe zu einer Summe.

Geht man zur Ausführung dieses einfachen Plans über, so erhebt sich zunächst die Vorfrage, was unter Contractionsdauer zu verstehen sei. So lange die Faserung noch nicht wieder die Länge erreicht hat, welche ihr bei Beginn der Contraction zukam, kann sie vielleicht noch als contrahirt angesehen werden; wollte man diese Anschauung acceptiren, so würde man die ganze Dauer der eigentlichen Herzbewegung (auf- und absteigenden Schenkel der Schlagcurve) zu messen haben. Statt dessen habe ich es vorgezogen, nur die Dauer der Systole im engern Wortsinn zu Grunde zu legen, also die Zeit, welche zur Vollendung des aufsteigenden Schenkels einer Schlagcurve nöthig ist. Denn in dieser Zeit, in welcher das Contractionsbestreben der Faser im Übergewicht ist, bestimmt dieses letztere ebenso wie der sie veranlassende Reiz wesentlich die Form.

Da die Messung vorzugsweise in der Absicht unternommen

wurde, um eine Vergleichung der Reize anstellen zu können, auch unter der Voraussetzung, dass statt eines momentanen ein tetanischer Reiz den Herzschlag veranlasste, so habe ich zu derselben nur die Beobachtungen verwendet, bei welchen systolische und diastolische Schenkel der Schlagcurve unmittelbar ineinander übergehen, also die ausgeschlossen, bei welchen ein tetanischer Gipfel vorhanden war. Dieses rechtfertigt sich darum, weil man, wie schon oben bemerkt wurde, im Zweifel sein kann, ob das tetanische Stück nicht etwa der besondern öfters vorkommenden Eigenthümlichkeit des Muskels zugeschrieben werden kann, auf einen momentanen Reiz mit einer tetanischen Contraction zu antworten.

Die wenigen Messungen, die ich nach Einführung dieser Beschränkung ausführen konnte, haben ergeben, dass in den Grenzen von 0 bis 18° C. die Summe der Systolendaueren in der Zeiteinheit sich annähernd immer gleich blieb. Dieses Resultat sagt also aus, dass die Dauer der einzelnen Systolen in dem Masse zugenommen, in welchem ihre Zahl in der Zeiteinheit abgenommen hat. — In dem Temperaturintervall von 18 bis 34° C. verhielt sichdie Sache nur in einem Fall ähnlich, in mehreren andern nahm dagegen die Summe der Systolendauer mit der steigenden Temperatur ab, und zwar in einem Fall so weit, dass der Antheil, welcher den sämmtlichen Systolen während der Zeiteinheit zukam, bei 34° nur die Hälfte von dem betrug, welchen sie bei 18° besessen. Hier war also die Zeit, welche die Vollendung einer Systole verbraucht, doppelt so stark gesunken, als die Zahl der Schläge in der Zeiteinheit gewachsen war.

5. Über die Arbeit, welche das Herz in der Zeiteinheit für den Blutstrom bei verschiedenen Temperaturen leisten kann. — Da der Druck, unter welchem die Flüssigkeit nach Beendigung der Systole durch das Manometer gegeben ist, und da aus den bekannten Dimensionen des Letztern und dem specifischen Gewicht des Serums das absolute Gewicht der mit jedem Schlag ausgetriebenen Masse berechnet werden kann, so geben meine Beobachtungen auch unmittelbar einen Aufschluss über den Nutzwerth des Herzens für den Blutstrom. Weil es für unsere Zwecke genügt, die proportionalen Änderungen des Nutzwerthes bei verschiedenen Temperaturen zu ermitteln, so habe ich statt seines vollen Werthes nur das Quadrat aus der Höhe genommen, um welche das Quecksilber nach vollendeter Systole über seinen



diastolischen Stand emporgestiegen war; die Berichtigung hierfür lässt sich leicht darthun. — Das Volumen der ausgetriebenen Flüssigkeit ist gegeben durch die Menge von Quecksilber, welche aus dem herzseitigen Schenkel des Manometers in den entgegengesetzten gedrängt wurde. Da immer dasselbe Manometer und für jedes einzelne Herz dasselbe Serum gebraucht wurde, so kann man, so lange es sich um proportionale Werthe handelt, statt der wahren Gewichte der ausgetriebenen Flüssigkeitssäulen nur ihre Höhe (h) setzen. Der ausgeworfene Herzinhalt ist aber vermöge der Einrichtung des Manometers auf verschiedene Höhen gehoben, namentlich aber auf alle diejenigen, welche zwischen Null und $2h$ gelegen sind; da er auf die genannten Hubhöhen gleichmässig vertheilt ist, so ist die mittlere Hubhöhe gleich h und demnach h^2 dem Nutzwerth eines Herzschlages proportional. Um hieraus die Herzarbeit in der Zeiteinheit zu berechnen, muss h^2 mit der Zahl der Herzschläge in dieser multiplicirt werden.

Aus den Thatsachen, die schon über die Änderung der Schläge nach Zahl und Umfang in verschiedenen Temperaturen mitgetheilt worden, geht ohne weiteres hervor, dass jedes Herz nur bei einem ganz bestimmten Temperaturgrad dem Blutstrom die grössten Dienste zu leisten vermag, denn der Werth desselben muss bei niederen Temperaturen geringer sein, als bei den mittleren, da sich durch die Abkühlung die Zahl der Schläge mindert, ohne dass ihr Umfang zunimmt. Ebenso wenig kann jenseits des Maximums der Schlagzahlen der Nutzeffect grösser sein, als in den Mittelgraden der Wärme, weil hier die Frequenz und die Excursion der Pulse beträchtlich abgenommen haben. Nach den Auswerthungen, welche ich auf Grundlage meiner Beobachtungen vorgenommen, liegt der maximale Nutzeffect zwischen 18 und 26° C. Beispielsweise füge ich die folgenden Zahlenangaben bei.



Temperatur.	h. in Mm.	Zahl der Schläge in 10 Secunden.	Proportionalwerth des Nutzeffects in 10 Secunden
19° C.	1.0	27	132
25	3.3	30	327
30	2.5	34	211
32	1.9	47	169
33	1.3	77	130
34	0.5	87	22
19° C.	7.7	21	1246
(19	8.3	19	1218)
23	8.8	25	1935
26	7.8	50	3040
28	6.2	76	2888
30	3.5	109	1334
18° C.	2.3	8.5	1581
25	5.7	16.1	536
	u. s. w. abnehmend.		
18° C.	20.9	15	6552
26	13.3	26.2	1688
30	11.4	31.5	1095

6. Über die Summe der Reize, welche in der Zeiteinheit von den automatischen Erregern bei veränderlicher Temperatur ausgehen. — Als ein relatives Mass für die Summe der Reize kann im Allgemeinen die Grösse und Dauer der Muskelverkürzung gelten, vorausgesetzt, dass die Reize, welche verglichen werden sollen, auf gleich reizbare und gleich belastete Muskeln gewirkt haben.

Bestehen die zu vergleichenden Muskelbewegungen aus einfachen Zuckungen, das heisst aus Bewegungen, welche durch einen einzigen, sehr kurz dauernden Reiz hervorgerufen wurden, so wird die ungleiche Hubhöhe nur auf die ungleiche Stärke der Reize zu beziehen sein; nach *A. Fick**) ist in diesem Falle die

*) Untersuchungen über elektrische Nervenreizung 1864. S. 1 u. f.

Grösse der geleisteten Arbeit der des Reizes direct proportional.

Etwas verwickelter werden die Beziehungen, wenn durch eine rasch aufeinander folgende Reihe von Einzelreizen eine tetanische Zusammenziehung hervorgebracht wird, denn hier kann dem bekannten Summirungsgesetz von *Helmholtz* zufolge durch wenige, aber stärkere Reize derselbe Verkürzungsgrad erzeugt werden, als durch zahlreichere, aber schwächere. Zwei gleich starke Zusammenziehungen, welche durch die beiden eben erwähnten Modificationen der Reizung erzeugt worden sind, werden darum keineswegs auf eine gleiche Summe von veranlassenden Reizen schliessen lassen, und zwar um so weniger, weil sich, wie *A. Fick**) gezeigt hat, bei der tetanischen Reizung noch zwei andere Regeln geltend machen. Die erste derselben lautet nach ihm: Wenn man einen kleinen Reiz öfter hintereinander wirken lässt, so erreicht die Zusammenziehung des Muskels eine Grenze, welche bei fernerer Wiederholung dieses Reizes nicht überschritten wird; lässt man aber nun einen grössern Reiz wiederholt einwirken, so zieht sich der Muskel noch mehr zusammen. Der zweite Erfahrungssatz, welchen *Fick* aufgestellt hat, sagt aus, dass die Contraction, welche der folgende gleich grosse Reiz hervorbringt, jedesmal kleiner ist, als die, welche der vorhergehende hervorgebracht hatte. Die letztere Angabe ist von *Marey***) bestätigt worden. Dem entsprechend wird man bei der tetanischen Zusammenziehung ausser der Grösse der Contraction auch noch die Dauer derselben zu berücksichtigen haben, ein Umstand, aus dem unmittelbar hervorgeht, dass der Werth der mechanischen Arbeit nicht mehr als Mass für die Grösse der Reizung angesehen werden darf. Ohne Widerspruch zu fürchten glaube ich aber annehmen zu dürfen, dass einer tetanischen Contraction von längerer Dauer und grösserem Umfang auch eine grössere Summe von Reizen entspricht.

Bei dem Versuch, diese Regeln auf die Zusammenziehung des Herzens anzuwenden, stossen wir zunächst auf die Schwierigkeit, dass wir die wahre Verkürzung der Herzfaser nicht anzugeben vermögen, weil unsere Messungen nur den Antheil des

---

*) Zur vergleichenden Physiologie der irritablen Substanzen 1863. 48.

**) Journal de l'anatomie et de la physiologie 1866. 403.



Inhalts feststellen, welcher durch die Systole ausgetrieben wurde. Statt des genauern Ausdrucks wird man sich also auf die Angabe beschränken müssen, dass einem grössern Volumen an ausgestossener Flüssigkeit auch eine grössere Zusammenziehung der Herzmuskeln entspreche. Bei der bekannten Beziehung zwischen Volumen und Umfang wird man noch hinzufügen können, dass die Contraction rascher als die ausgestossene Menge wachsen muss. Ausser dieser Ungenauigkeit haftet auf unserm Versuch, die Summe der Reizgrösse für die verschiedenen Herzcontractionen zu finden, noch eine andere Schwierigkeit. Diese besteht darin, dass der Herzmuskel und seine Nerven mit der Temperatur zugleich ihre Reizbarkeit ändern.

Unter Berücksichtigung aller dieser Umstände dürfte man auf folgendes Wenige beschränkt sein. — Es bleibt unbestimmt, wie sich die Reizwerthe ändern, wenn die Temperatur unter 18° C. herabsinkt. Indem sich die Temperatur nach dieser Richtung hin bewegt, nimmt allerdings die vom Herzen geleistete Arbeit ab, und die Summe der Systolendauer nimmt nicht zu; zugleich aber mindert sich die Reizbarkeit von Muskel und Nerv sehr bedeutend. Demnach können zur Herbeiführung dieser geringern Effecte in der niedern Temperatur grössere Reize wirksam gewesen sein, als es ihrer zur Erzeugung einer grössern und anhaltendern Zusammenziehung bei höhern Temperaturen bedurft hätte.

Anders verhalten sich die Dinge von der mittlern Temperatur aufwärts. Hier nimmt die Reizbarkeit der Nerven und Muskeln zu, und ausserdem wird die Dauer und der Umfang der einzelnen Contractionen geringer. Wäre also die Summe der Reize, welche in der Zeiteinheit auf den Herzmuskel wirkte, derjenigen gleich, die bei 18 bis 26° C. auf ihn wirkt, so müsste die von dem Herzen ausgehende Arbeit jedenfalls grösser werden. Nun tritt aber gerade das Umgekehrte ein, denn wir sahen, dass in der Regel schon von 18° an aufwärts nicht allein die Arbeit, sondern auch die Summe der Systolendauer in der Zeiteinheit vermindert wurde. Daraus muss man schliessen, dass dieses auch mit den in jenem Zeitraum entwickelten Reizen der Fall sei. Auf die Gültigkeit dieses Schlusses hat es keinen Einfluss, ob man annimmt, dass sich das Herz in Folge einer momentanen oder einer tetanischen Reizung contrahire.

7. Über das Anpassen der Zahlen der Reize in der Zeitein-

heit an den Zustand der Muskelbeweglichkeit. Bekanntlich braucht jeder quergestreifte Muskel, wenn er stark abgekühlt ist und von einem momentanen Reiz getroffen wird, eine lange Zeit, um seine Zuckungen zu vollenden. Die grosse Dauer der Zuckungen muss also, da sie nicht von der Dauer des Reizes bedingt ist, von irgendwelchen Eigenschaften des Nerven und Muskels abhängig sein. Unter diesen spielt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erregung, welche durch die Kälte bedeutend herabgedrückt wird, unzweifelhaft eine wichtige Rolle; dass sie aber nicht allein in Betracht kommt, geht daraus hervor, weil der kalte Muskel sich nicht allein langsamer zusammenzieht, sondern weil er sich auch langsamer wieder ausdehnt. Ganz ähnlich wie alle andern quergestreiften verhält sich nun auch der Herzmuskel, was zu verschiedenen Malen in dieser Abhandlung schon hervorgehoben wurde, ebenso wie das umgekehrte Verhalten des erwärmten Herzens. Unter Berücksichtigung dieser Eigenschaft der Nerven- und Muskelmasse erscheint es nun bemerkenswerth, dass sich die Zahl der natürlichen Herzreize in der Zeiteinheit der Zeit anpasst, welche das Herz zum Ablauf einer Zuckung verbraucht. Würde das Herz in der niedern Temperatur so häufig gereizt wie in der höhern, so würde es in Tetanus verharren, eine Contractionsweise, welche den Effect des Herzens für den Blutstrom ebenso sehr beeinträchtigen würde, wie dies geschehen müsste, wenn bei höherer Tempratur die rasch ablaufenden Schläge seltener aufeinander folgten.

Zur Erklärung des Zusammenhanges zwischen den Eigenschaften der Muskel- und Nervenmasse einerseits und der reizenden Werkzeuge andererseits könnte man annehmen wollen, es bestehe eine Rückwirkung der Nerven und Muskeln auf den Erreger, so dass der Letztere erst dann wieder in Action kommen könne, nachdem die Zuckung abgelaufen sei.

Gegen diese Unterstellung sprechen jedoch häufig zu beobachtende Thatsachen. So kommt es unter andern vor, dass ein zweiter Reiz eher auf einen ersten folgt, als der im ersten Reiz entsprechende Schlag abgelaufen ist, und ebenso findet sich, dass, wenn bei niedern Temperaturen die Zahl der Schläge auf 3 bis 4 in der Minute herabgesunken ist, eine lange Pause zwischen je 2 aufeinander folgenden Schlägen eintritt.

Nach der Abweisung des eben hingestellten Zusammenhangs bleibt, wie mir scheint, keine andere Deutung der Er-

scheinung übrig, als die, dass Erreger, Nerven und Muskeln in gleichmässiger Weise von der Temperatur beeinflusst werden. Wir hätten damit nur ein bemerkenswerthes Beispiel mehr, dass die Lebensbedingungen für die Nerven und ihre natürlichen Erreger einander sehr nahe stehen. Die Bedingungen, welche die Beweglichkeit der Nerven- und Muskelmoleküle herabsetzen oder erhöhen, wirken demnach in gleicher Weise auf die erregenden Werkzeuge.

8. Über die mit der Wärme geänderte Ausdehnbarkeit des Herzmuskels. — Misst man den Abstand des niedrigsten Punktes, welchen das Herz während der Pause erreicht, von einer willkürlichen Geraden oder von dem Nullpunkt des Manometerstandes, so macht man die Beobachtung, dass dieser Abstand in verschiedenen Temperaturen einen ungleichen Werth besitzt, mit andern Worten: das Herz dehnt sich während der Pause ungleich weit aus. Diese Dehnung der Faser ist offenbar nicht in allen Fällen auf denselben Grund zurückzuführen. Ich glaube in Übereinstimmung mit den Thatsachen zu sein, wenn ich annehme, dass einestheils bei unveränderter Elasticität die Ursache der ungleichen Ausdehnung gegeben sei durch die verschiedene Dauer der Pause oder, was dasselbe sagt, durch die ungleiche Zeit, während welcher das Herz dem ausdehnenden Druck Folge leisten kann. Wir wissen aus den Erfahrungen *Wundt's*, dass die Muskelsubstanz durch ein an sie gehängtes Gewicht nur äusserst langsam ausgedehnt wird, und darum lässt sich mit Bestimmtheit sagen, dass selbst bei einer mässig raschen Schlagfolge, z. B. bei 15—20 Schlägen in der Minute, dem Herzmuskel nicht die genügende Zeit zur Erreichung seiner Gleichgewichtslage gegönnt ward; um so mehr dürfte dieses gelten, wenn die Schläge häufiger und zugleich kräftig sind, weil dann der Muskel auch noch die nach dem Maximum der Contraction zurückbleibenden Widerstände zu überwinden hat. Mit dem Vorstehenden stimmt es nun, dass jedesmal die Ausdehnung des Herzens während der Diastole geringer ist, wenn sich kräftige Schläge rascher folgen, dass sie dagegen grösser wird, wenn schwache und seltene Schläge auftreten.

Mit Hilfe dieses eben entwickelten Grundsatzes lassen sich jedoch nicht alle hier einschlagenden Erscheinungen erläutern; aus diesem Grunde bin ich geneigt anzunehmen, dass sich auch die Elasticität der Herzmuskulatur mit dem Übergange in ver-

schiedene Temperaturen ändert. Wenn sich das Herz dem Wärmegrade nähert, in welchem es das Maximum seiner Schlagzahl erreicht, so pflegt in der Regel die Ausdehnung merklich zuzunehmen. Wenn unter diesen Umständen der Umfang der Contraction ein sehr geringer geworden ist, so kann man die Schuld der grössern Ausdehnung auf die verminderte Contraction schieben, vermöge welcher die in der vorausgegangenen Pause erzielte Ausdehnung nicht wieder vollständig ausgeglichen wird. Dieser Erklärungsgrund reicht aber nicht aus, wenn, wie es öfter der Fall, zu der genannten Zeit der Umfang der Zusammenziehung noch ein bedeutenderer ist im Verhältniss zu derjenigen, die während der Normaltemperatur besteht. So habe ich unter Andern gesehen, dass das Herz bei 35 Schlägen in 40 Secunden und einer Excursion von 6,5 Mm. während der Diastole einen um 10 Mm. tiefern Stand der Quecksilbersäule erreichte, als er ihm bei der Temperatur von 20° zukam.

Noch überzeugender für die Änderung der Elasticität mit der Temperatur ist das Verhalten des Herzens während der beiden Stillstände durch hohe und niedere Temperaturen. Verharrt das Herz mehrere Minuten hindurch bei höherer Temperatur im Stillstand, so sinkt das Quecksilber in der Regel um mehrere Millimeter tiefer als zu der Zeit, wo dasselbe Herz durch niedere Temperatur in dem Stillstande verbleibt.

Es scheint mir nicht überflüssig hinzuzusetzen, dass ich diesen Gegensatz auch dann gefunden habe, wenn beim Zurückführen des Herzens aus den abweichenden in die normalen Wärmegrade wieder dieselbe Ausdehnung während der Pause eintrat, die es vor der Erwärmung und der Abkühlung besessen hatte. Diese Controle schliesst den Verdacht aus, als ob sich während des Versuchs aus irgend welchem Grunde der Inhalt des Herzens gemindert habe.

B. Wirkungen der plötzlichen Temperaturänderung auf den Herzschlag. Nachdem ich, soweit es auf Grundlage meiner Beobachtungen möglich war, die Änderungen des Herzschlags mit der allmählig veränderten Temperatur erörtert habe, werde ich jetzt zu der Beschreibung der Erscheinungen übergehen, welche sich einfinden, wenn man das Herz so rasch als möglich von höhern zu niedern Wärmegraden bringt. Nach den Erfahrungen von *Rosenthal* am gewöhnlichen quergestreiften Muskel und seinen zugehörigen Nerven musste es sehr wahrscheinlich

werden, dass auch das Herz auf plötzliche Temperaturveränderungen ganz anders reagire als auf allmählige. Diesen Erwartungen haben die Thatsachen vollkommen entsprochen. — 1. Kommt das Herz, welches bisher bei einer Temperatur von 20° bis 22° schlug, plötzlich mit Serum und Luft von 0° in Berührung, so sinken die Excursionen, die Bewegungen werden wurmförmig, und das Herz dehnt sich allmählig bedeutender aus, als dieses beim allmähligen Übergang in die niedere Temperatur zu geschehen pflegt. Verweilt nun das Herz einige Minuten in der niedern Temperatur, so wird der Umfang der Herzbewegungen wieder grösser, so dass sich das Herz so verhält, als ob es allmählig abgekühlt wird. — 2. Wenn ein Herz, das längere Zeit auf oder unter 0° gehalten wurde, plötzlich mit Serum und Luft von 40° berührt wird, so führt es eine Reihe von so rasch auf einander folgenden Schlägen aus, dass es schliesslich in einen Tetanus verfällt; dieser Tetanus kommt dadurch zu Stande, dass der jedesmal folgende Reiz früher erscheint, bevor die dem Vorhergehenden entsprechende Zuckung wieder abgelaufen ist. Die auf einander folgenden Zuckungen bringen ganz dasselbe Bild hervor, welches ein Muskel bietet, der in Tetanus versetzt wurde, durch momentane Reize, die in kürzern Zeiträumen auf einander folgten. Dieser Tetanus hält am Herzen höchstens 15 bis 30 Secunden an. Bleibt von nun an das Herz noch der höhern Temperatur ausgesetzt, so durchläuft dasselbe in 1½ bis 2 Minuten alle diejenigen Schlagarten, welche es bei allmähliger Erwärmung darzubieten pflegt. — 3. Wieder anders ist die Erscheinung, welche sich darbietet, wenn das Herz von der Normaltemperatur aus plötzlich mit Serum und Luft von 40° umspült wird. Statt dass die Schläge, wie es bei allmähliger Erwärmung der Fall, sogleich häufiger und kürzer ausfallen, werden sie nun gross und selten. Die Form der Curven, welche das Manometer anschreibt, gleicht ganz derjenigen, die man durch Reizung des Vagus bei der Normaltemperatur erhält. Die einzelnen Schläge laufen nämlich viel rascher ab, als diejenigen, welche das abgekühlte Herz ausführt, und sie sind durch grosse Pausen von einander getrennt. Diese Art zu schlagen erhält sich 1 bis 2 Minuten hin. Ist diese Zeit verflossen und bleibt alsdann das Herz noch in der hohen Temperatur, so durchläuft es wiederum die Bewegungsarten, welche uns von der allmähligen Erwärmung her bekannt sind. In dem 8. Holzschnitt

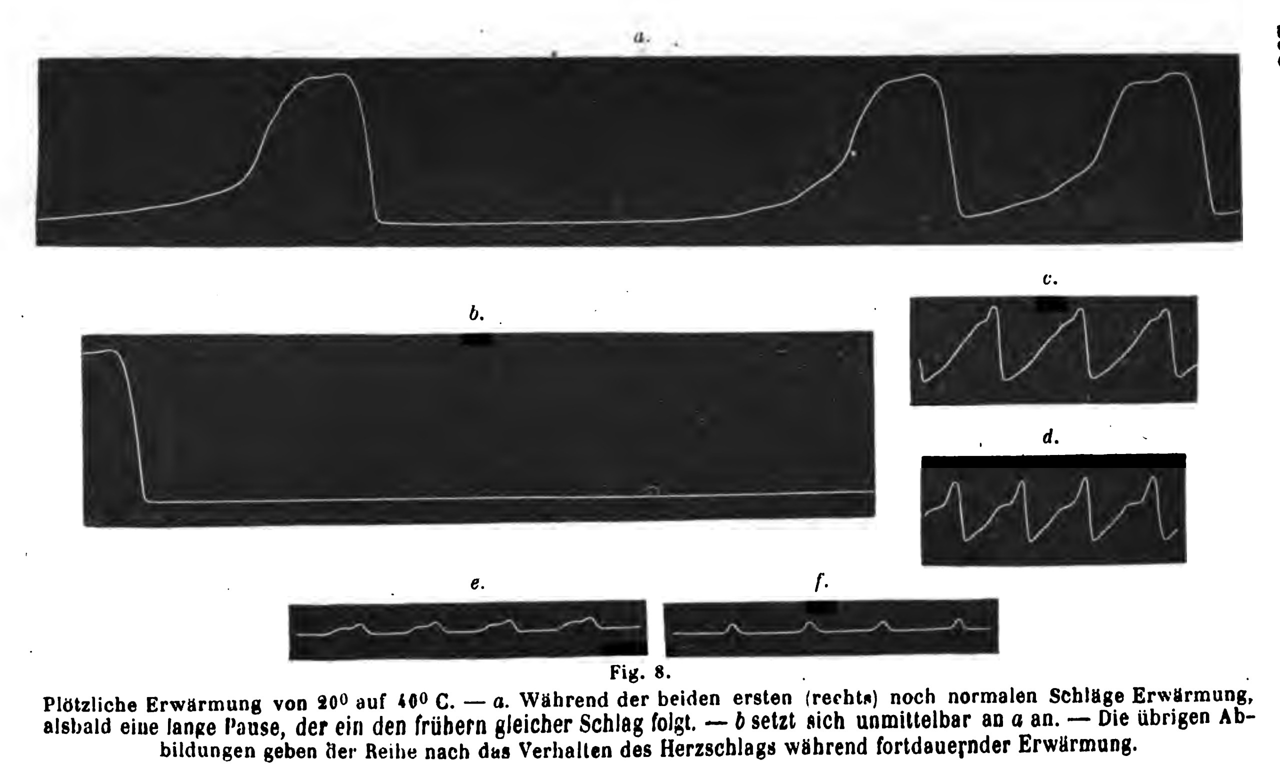


Fig. 8.

Plötzliche Erwärmung von 20° auf 40° C. — *a*. Während der beiden ersten (rechts) noch normalen Schläge Erwärmung, alsbald eine lange Pause, der ein den frühern gleicher Schlag folgt. — *b* setzt sich unmittelbar an *a* an. — Die übrigen Abbildungen geben der Reihe nach das Verhalten des Herzschlags während fortdauernder Erwärmung.

habe ich die Erscheinung wiedergegeben. — 4. Von der bisher gegebenen Beschreibung weicht das Verhalten eines Herzens ab, dessen Höhle mit einem Serum erfüllt war, welches auf einen Kubikcentimeter $1\frac{1}{2}$ bis 2 Mgr. Curare enthält. Ein auf diese Weise vergiftetes Herz verhält sich bei allmähliger Erwärmung gerade so wie das unvergiftete; bei plötzlicher Erwärmung von 20^0 auf 40^0 aber benimmt es sich in so fern anders als ein unvergiftetes, als es die grossen und seltenen Schläge desselben unterlässt. Gleich vom ersten Beginn der Erwärmung an werden die Schläge allmählig kleiner und häufiger, wie dieses beim unvergifteten Herzen erst nach dem Ablauf der grossen Schläge geschah.

C. Vergleichung der beobachteten Thatsachen mit den gegenwärtigen Vorstellungen über die Einrichtung der Erregungsapparate des Herzens. — Wie sich die Wärme in die molekularen Bewegungen einmischt, deren Resultat der rhythmische Herzreiz ist, kann gegenwärtig noch nicht der Gegenstand der theoretischen Betrachtung werden. Diese Erkenntniss zwingt uns jedoch noch nicht zu einem Verzicht auf jede Art von theoretischer Betrachtung, da uns statt eines Eingehens auf die letzten Ursachen immer noch das auf die entferntern übrig bleibt. Unbestreitbar besteht doch die Möglichkeit, dass die molekularen Vorgänge, welche an der Herzerregung betheiligt sind, sich gruppenweis zusammen ordnen, so dass der Erregungsvorgang als eine Resultirende dieser Gruppen zu betrachten wäre. Auf die Einrichtung und Verbindung dieser Gruppen können wir aber schliessen durch eine genauere Beobachtung der Herzbewegung und der Umstände, unter denen sich dieselbe ändert. In der That haben nun die Auslegungen der bis dahin gewonnenen Erfahrungen zu einer Hypothese im angedeuteten Sinne geführt.

Die Annahme, auf welche ich eben anspielte, behauptet in Übereinstimmung mit den besten Beobachtungen, dass der Erregungsapparat des Herzens aus zwei Stücken zusammengesetzt sei; das eine derselben soll die Summe der zur Verwendung kommenden Reize entwickeln, das andere (das regulirende oder hemmende) soll den rhythmischen Übergang der Reize auf die motorischen Nerven bewirken. Diese beiden Theile sind reizbar; es können also in Folge eines äussern Reizes auf sie Kräfte aus ihnen ausgelöst werden. — Den hemmenden Theil denkt sich ferner die gegenwärtig herrschende Hypothese nach Art eines

elastischen Widerstandes eingerichtet. Dieser letztere kann nun zwar mit veränderten Umständen von einem sehr ungleichen Werth sein; wenn aber die Bedingungen, unter denen das Herz lebt, sich gleich bleiben, so soll dieses auch mit dem Widerstand der Fall sein. Diese Vorstellung schliesst also insbesondere die Annahme aus, dass das regulatorische Stück sich mit den verschiedenen Phasen der Herzbewegung oscillatorisch ändere. — Das reizentwickelnde Stück soll so beschaffen sein, dass es ununterbrochen erregende Kräfte in Freiheit setzt. Diese können aber nicht in demselben Moment, in welchem sie entstanden sind, auf den motorischen Nerven überspringen, denn hieran hindert sie der elastische Widerstand des Regulators; erst dann, wenn die Erregungsursachen in Folge ihres stetigen Anwachsens eine bestimmte Spannung erhalten haben, sind sie im Stande, den elastischen Widerstand zu durchbrechen. Ist dieses letztere aber einmal geschehen, so geht auch sogleich nahezu der ganze Vorrath der angesammelten Erregung in den Nerven über. Erhebt sich alsdann der nur zeitweilig niedergedrückte Widerstand von Neuem, so ist die Summe der jetzt vorhandenen Reizkräfte nicht gross genug, um sogleich wieder einen Durchbruch veranlassen zu können, sondern es kann dieses nur geschehen, nachdem sich abermals die erregenden Kräfte summirt haben. Fügen wir hinzu, dass auch die Summe der in der Zeiteinheit entwickelten Reize mit verschiedenen Umständen ungleich gross werden kann und ferner, dass die Hemmung und der Reiz durch dieselben Bedingungen in nicht gleicher Weise afficirbar sind, so liegt es auf der Hand, dass die vorliegende Hypothese geeignet sein muss, eine sehr grosse Zahl von Erscheinungen zu umfassen.

So weit ich jedoch einsehe, kann man unter strenger Anwendung derselben nur das Zustandekommen regelmässig wiederkehrender und gleich grosser Herzschläge erklären, vorausgesetzt natürlich, dass in dem betrachteten Zeitraum die Lebensbedingungen des Herzens nicht verändert sind. Nun ist es mir aber im Verlauf meiner Untersuchung oft begegnet, dass entweder gleich starke Schläge von ganz ungleich grossen Pausen unterbrochen waren, oder dass in mehr oder weniger regelmässigem Wechsel schwächere und stärkere Schläge, und zwar so auf einander folgten, dass jeder derselben zur Vollendung aller seiner Acte gleich viel Zeit bedurfte. Diese Erfahrungen, welche

sich selbstverständlich auf Zeiten beziehen, in denen, so weit ersichtlich, die äussern Lebensbedingungen des Herzens vollkommen unverändert blieben, scheinen mir unvereinbar mit der Annahme eines constanten Widerstandes im regulatorischen Apparate. Dieser Punkt wird also künftig eine genauere Beachtung fordern.

1. Allmählig veränderte Temperatur. — Der Reihenfolge entsprechend, in der ich meine Beobachtungen mitgetheilt habe, will ich auch zuerst versuchen, wie weit sich die Erfolge der allmählig veränderten Temperatur mit Hilfe der obigen Hypothese erklären lassen. — Wenn das Herz von der mittlern Temperatur aus bis zu 0^0 und darunter abgekühlt wird, so muss innerhalb des Temperaturintervalles, in welchem die Zahl der Schläge, nicht aber ihr Umfang, vermindert wurde, die Kraft des Hemmungsorganes gewachsen sein. Dieses ergiebt sich daraus, weil der Umfang des einzelnen Schlags nicht kleiner geworden, trotzdem dass in Folge der niedern Temperatur die Reizbarkeit des Nerven und des Muskels herabgesetzt ist; also muss der Reiz ein stärkerer geworden sein. Nach der Summationshypothese der Reize ist dieses nur möglich, wenn die Grösse des Widerstandes für den Übergang derselben auf die Nerven gestiegen ist. Eine Bestätigung für diese Annahme scheint durch das Seltenerwerden der Schläge gegeben zu sein. Ob, wie nicht unwahrscheinlich, auch die Summe der in der Zeiteinheit freigewordenen Reize durch die Abkühlung vermindert wird, lässt sich aus schon früher angeführten Gründen (pag. 292) nicht angeben. — Der so eben aufgestellte Erklärungsgrund für die Erscheinungsweise des Herzschlags in dem augenblicklich betrachteten Temperaturintervall scheint auf den ersten Blick in Widerspruch zu stehen mit den Ergebnissen, welche die elektrische Reizung des Herzens in jener Zeit hervorruft. Setzt man nämlich bei mittlerer Temperatur zwei feine um 1 Mm. von einander abstehende Drahtspitzen an den durch das Serum ausgedehnten sinus venosus und schickt durch die Drähte einige Inductionsschläge, so steht das Herz lange Zeit hindurch still. Führt man denselben Versuch an dem Herzen aus, welches nahezu bis auf 0^0 abgekühlt, aber noch im Schlagen begriffen ist, so verlängert man hierdurch wohl die Pausen, aber nicht so beträchtlich, als es bei mittleren Temperaturen geschehen kann. Ist das Herz bei noch weiterer Abkühlung in einen voll-

kommenen Stillstand gerathen, so ruft nun umgekehrt die elektrische Reizung am sinus venosus einzelne Schläge des ganzen Herzens hervor. Aus diesen Thatsachen scheint allerdings zu folgen, dass die Reizbarkeit des regulatorischen Apparates gesunken ist. Damit ist aber immer noch die Annahme vereinbar, dass der Widerstand gross geblieben, welchen das Hemmungsorgan dem Übergang der Reize auf die Nerven entgegensetzt.

Auf Grundlage meiner Beobachtungen bleibt es unentschieden, warum bei immer tieferer Abkühlung die Excursionen des Schlages erst geringer und dann 0^0 werden. Es ist möglich, dass der Erregungsapparat allmählig aufhört Reize zu entwickeln; ebenso denkbar aber ist es auch, dass die Erregbarkeit der motorischen Theile zu tief gesunken ist, um auf die freigewordenen Reize noch zu antworten; diese würden demnach wirkungslos durch die Nerven fahren.

Die gesammte Gruppe von Erscheinungen, welche zu Tage kommt, wenn das Herz von der mittlern Temperatur aus allmählig bis zu dem Grade erwärmt wird, bei welchem die Schlagzahl auf ihr Maximum kommt, deutet darauf hin, dass gleichzeitig die Summe der Kräfte in dem erregenden und in dem hemmenden Centrum abnimmt. — Dass die Summe der erregenden Kräfte kleiner wird, welche in der Zeiteinheit auf die Auslösung der Contraction verwendet werden, scheint aus der in *A*. 6 enthaltenen Betrachtung hervorzugehen. Will man aber, wenn dieses feststeht, die Beschleunigung des Herzschlags noch erklären unter Aufrechthaltung der gangbaren Hypothese, so bleibt nichts anderes übrig, als eine Schwächung der Hemmung anzunehmen, und da trotz einer steigenden Abnahme der erregenden Kräfte die Zahl der Schläge für gleiche Temperaturintervalle um so mehr wächst, je näher das Herz der Temperatur kommt, bei welcher es das Maximum seiner Schlagzahl erreicht, so muss man consequenter Weise auch folgern, dass bei jener Temperatur der Widerstand rascher als die Erzeugung von Erregung abnimmt.

Die soeben gezogene Folgerung kann aber nicht mehr als giltig betrachtet werden, wenn das Herz die Temperatur der höchsten Schlagzahl überschritten hat, denn von diesem Punkte an werden die Schläge seltener, und zugleich werden sie entweder kleiner, oder sie bleiben gleich gross. Der letztere Fall (Verlängerung der Pausen ohne gleichzeitige Abnahme des Um-

fangs der Schläge) kann offenbar nur so gedeutet werden, dass der Widerstand nicht weiter abgenommen, dass dagegen die Summe der Reize, welche in der Zeiteinheit entwickelt werden, eine geringere geworden. Im andern Falle, in welchem die Pausen wachsen und der Umfang der Schläge abnimmt, muss dagegen auch noch eine Verminderung des Widerstandes eingetreten sein.

Der Stillstand des Herzens in der Wärme erfolgt jedenfalls deshalb, weil den Reizen die genügende Stärke zur Auslösung einer Zuckung fehlt. Dieses ergiebt sich aus den bekannten Erfahrungen über das Verhalten der Nerven- und Muskelreizbarkeit in den Temperaturen des Stillstandes; für das Herz aber insbesondere daraus, weil zu jener Zeit tactile und elektrische Reize von geringem Werth sogleich einen Herzschlag hervorrufen. Es bleibt also nur fraglich, ob der Process, welcher die Reize entwickelt, seine Thätigkeit eingestellt hat, oder ob in Folge einer Lähmung des Hemmungsorgans die Einzelreize nicht mehr zu Werthen summirt werden, wie sie zur Auslösung einer Zuckung genügen. Die Erscheinungen, welche dem Stillstande unmittelbar vorausgehen, weisen allerdings darauf hin, dass Beides, die Entwickelung der Reize und die Einrichtungen zur Summirung derselben, auf ein Minimum herabgesunken ist.

In der Periode des Wärmestillstandes ist jedenfalls die Reizbarkeit des regulatorischen Apparates so gut wie aufgehoben; man kann nämlich während seines Bestehens durch die beschränkte Reizung am sinus venosus, welche am mässig temperirten Herzen unfehlbar einen Stillstand hervorruft, einen vollkommenen Tetanus der Ventrikel auslösen, der so lange anhält, als die Reizung überhaupt dauert. Insofern unterscheidet sich der im Wärmestillstand anwesende Zustand des Herzens von allen übrigen; denn bei allen übrigen Temperaturen kann eine tetanische Reizung erst die Frequenz der Schläge ausserordentlich mehren, aber niemals eine tetanische Zusammenziehung hervorrufen. Nun kann im Wärmestillstand dieses Letztere sogar von einem Orte aus geschehen, der mit Ausnahme des unter 0^0 erkalteten Herzens immer nur Stillstand erzeugt. Die Eigenschaften der nervösen Centralorgane müssen sich aber im Wärmestillstand auch von denen unterscheiden, die im Kältestillstand vorhanden sind; denn dort brachte die dauernde Reizung des sinus venosus nur eine Zuckung, aber keinen Tetanus hervor.

Unter Berücksichtigung dieser Thatsache kann man allerdings geneigt sein anzunehmen, dass alle Einrichtungen, welche sonst die Erfolge des äussern Reizes zu modificiren vermögen, vollkommen ausgefallen sind, mit einem Wort, dass die Organe, welche die Reize erzeugen und summiren, in einen Scheintod gefallen sind.

Zu dieser Annahme ist auch schon *Schelske* gelangt in Folge der Erscheinungen, welche er nach Reizung des Vagus an dem erwärmten und ruhenden Herzen eintreten sah. Während der Reizung des genannten Nerven sah er den Ventrikel in wogender Zusammenziehung (im Tetanus mit Intermissionen) begriffen. Allerdings würde dieser Erfolg, wenn er bei vollkommen isolirter Reizung des n. vagus einträte, dafür sprechen, dass die an der Bahn dieser Nerven etwa vorhandenen regulatorischen Apparate gänzlich ausser Wirksamkeit gekommen seien, denn ohne dieses konnte der n. vagus seine Function nicht umkehren. Nun scheint mir aber, wie ich aus einer häufigen Wiederholung des Versuchs von *Schelske* schliesse, dass der Verdacht einer gleichzeitigen directen Herzreizung nicht vollkommen ausgeschlossen ist. Bekanntlich muss man, um vom n. vagus aus das normal temperirte Froschherz zum Stillstand zu bringen, schon ziemlich starke Ströme anwenden, und nicht minder starker bedarf es, um von demselben Orte aus das ruhende in Zuckung zu versetzen. Unter allen Umständen werden also Stromschleifen in das Herz gehen. Da nun durch die Wärme die elektrische Leitungsfähigkeit der Nerven- und Muskelmasse erhöht ist, da die Nerven und Muskeln des Herzens reizbarer geworden, die Erregbarkeit des Hemmungsorgans dagegen herabgesetzt ist, so konnten jetzt die Stromschleifen einen Erfolg erzeugen, der ihnen vorher versagt war. — Eine mechanische oder chemische Reizung des n. vagus am erwärmten Herzen wird demnach zur Entscheidung vorzunehmen sein.

Als das Resultat der bis dahin durchgeführten Vergleichung ergiebt sich allerdings, dass meine Versuche ein experimentum crucis weder für noch wider die gangbare Hypothese enthalten, aber ich hoffe die Überzeugung geweckt zu haben, dass es noch sorgfältigeren Specialstudien, als sie bei dieser mehr auf eine allgemeine Übersicht berechneten Arbeit möglich waren, gelingen werde, manche Zusätze und Ausbesserungen in der Theorie des Herzschlags anzubringen.

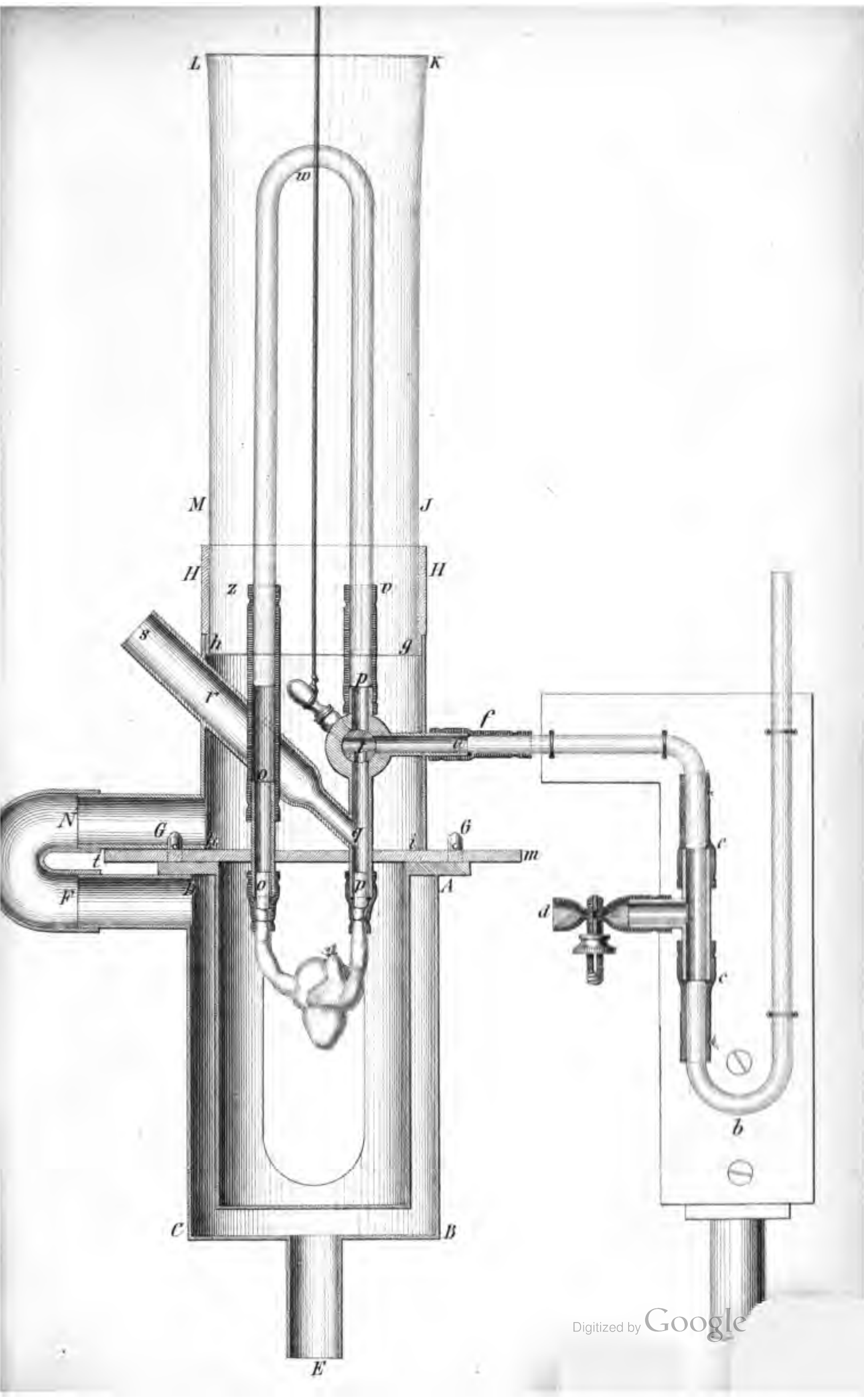
Eine besondere Erklärung erfordert noch der peristaltische Ablauf der Contraction unmittelbar vor dem Herzstillstand. Rührt er davon her, dass die Erregungen in den einzelnen Heerden sich nicht mehr gleichzeitig entwickeln? oder davon, dass die Übertragungswerkzeuge, welche zwischen den verschiedenen Nervenröhren die gleichzeitige Bewegung vermitteln, ausser Wirksamkeit gekommen sind? Der elektrische Reizungsversuch spricht für die erste Annahme; man kann nämlich, wie schon erwähnt, in jener Periode durch den Inductionsschlag auf eine eng umgrenzte Stelle der Ventrikel oder der Vorhöfe eine vollkommen gleichzeitige Zusammenziehung aller Herzfasern hervorrufen.

2. Plötzlich veränderte Temperatur. — Die Erscheinungen, welche die plötzliche Temperaturveränderung im Gegensatz zur allmähligen hervorruft, und die Analogie, welche in dieser Beziehung zwischen dem Herzen und dem gewöhnlichen Nervenmuskelpräparat besteht, führen zu der Annahme, dass die plötzliche Temperaturänderung vorzugsweise reizend wirke. Es scheint mir nicht uninteressant, darauf hinzuweisen, dass sich in gewisser Beziehung der galvanische Strom und die Wärme ähnlich verhalten. Eine rasche Schwankung beider bedingt eine Reizung, während die dauernde Anwesenheit beider die Reizbarkeit umgestaltet.

Wenn aber die von 20° auf 40° C. plötzlich hereinbrechende Wärme die nervösen Herztheile reizt, so muss sie diese Wirkung vorzugsweise, entweder auf den Vagus oder auf das regulatorische Organ ausüben; denn in der That ruft die plötzliche Steigerung der Temperatur Erscheinungen hervor, wie sie sonst nach Vagusreizen eintritt. Hierfür spricht zuerst die Curve des Schlages selbst, welche, wie ich schon oben angegeben, die grösste Ähnlichkeit mit der besitzt, die man bei einer elektrischen Reizung des Vagusstammes beobachtet. Noch sicherer würde man die seltenen und starken Schläge auf eine Vagusreizung beziehen dürfen, wenn es fest stände, dass starke Dosen von Curare die Enden des herumschweifenden Nerven innerhalb des Herzens lähmten. An dem mit dem genannten Gift behandelten Herzen ruft die plötzliche Temperatursteigung jenen Schlagmodus nicht hervor. Nun wissen wir aus frühern Beobachtungen von *Heidenhain*, welche *Czermák* bestätigt hat, dass das Curare die Reizbarkeit des Vagusstammes vernichtet.

Da, wie ich mich überzeugt habe, auch an den von mir vergifteten Herzen die Reizbarkeit des Vagus erloschen war, so scheint hierdurch mein Erklärungsgrund gerechtfertigt. Wollte man einwenden, dass der bekannte Versuch von *Stannius* am curarisirten Herzen noch gelinge, und dass damit das Bestehen der Reizbarkeit in den Herzenden des Vagus bewiesen sei, so würde ich mit *Czermak* erwidern: es könne das Gelingen des Unterbindungsversuches auch aus einer directen Reizung des regulatorischen Apparates selbst abgeleitet werden, die demnach durch Curare nicht vergiftet wird. — Warum nun aber vorzugsweise durch das plötzliche Anwachsen der Temperatur der Vagus gereizt wird, könnte eben sowohl in seinen besonderen Lagerungsverhältnissen, als auch in seiner grössern Erregbarkeit begründet sein.

Der letztern Unterstellung bin ich geneigt den Vorzug zu geben, weil es dadurch erklärlich wird (p. 297), dass die von 0 auf 40° C. plötzlich gesteigerte Wärme gerade umgehrt wirkt, wie die von 20° auf 40° C. anwachsende, indem sie statt einer Pause eine secundenlange Herzcontraktion hervorruft. Möglich bleibt es allerdings, dass die Nerven und Muskeln des stark und lange erkälteten Herzens bei der plötzlichen Erwärmung in einen von ihnen unmittelbar ausgehenden Tetanus verfallen, wie es unter ähnlichen Umständen am Schenkelpräparat des Frosches so oft begegnet.


L
K
w
M
J
H
H
z
v
s
h
g
p
r
f
e
o
N
G
G
t
i
m
F
o
p
A
d
c
c
b
C
B
E

SITZUNG AM 5. NOVEMBER 1866.

E. Cyon und **C. Ludwig**, *Die Reflexe eines der sensiblen Nerven des Herzens auf die motorischen der Blutgefässe.* Aus dem physiologischen Institut.

Mit 1 Tafel.

Die Reizung der Nerven, welche vom Gehirn und Rückenmark zum Herzen laufen, hatte, wenn wir den n. vagus ausnehmen, bis dahin keine wesentlichen Aufschlüsse gewährt; insbesondere war es bis jetzt unentschieden geblieben, ob die Erregung der genannten Nerven einen Einfluss auf die Zahl und den Umfang der Herzschläge übe. Der Mangel eines sichern Erfolgs ist um so auffallender, als die Nerven, um die es sich hier handelt, keineswegs von so unbedeutender Grösse sind, dass ihre Wirkung eine verschwindend kleine hätte sein müssen. Lag darum nicht der Gedanke nahe, dass die Aufmerksamkeit nach der falschen Seite hin gerichtet gewesen; vielleicht wirken die Nerven vom Herzen nach dem Gehirn, statt dass sie der bisherigen Annahme entsprechend Erregungen im entgegengesetzten Sinne übertragen? Von dieser Vermuthung geleitet nahmen wir uns vor, die centralen Stümpfe der durchschnittenen Herznerven zu reizen, und zu beachten, welche Folgen dieses für den Herzschlag und den Blutdruck nach sich zieht. Als den Ausgangspunkt für unsere Versuche wählten wir den Zweig, der sich vom Stamme des n. vagus hoch am Halse ablöst, und nach längerem gesonderten Verlauf in das ggl. stellatum einmündet. An diesem sehr bequem zu handhabenden Nerven wurde unsere Vermuthung sogleich bestätigt, indem wir fanden, dass er auf reflectorischem Wege den Blutdruck beträchtlich erniedrigen kann. Dieser Eigenschaft wegen schlagen wir vor, ihn künftig hin als n e r v u s d e p r e s s o r zu bezeichnen.

Obwohl der n. depressor am lebenden Kaninchen leicht aufzufinden ist, so wollen wir doch, um jeder Verwechselung vorzubeugen, die anatomische Beschreibung seines Ursprungs und Verlaufs nicht unterlassen und beides durch eine Abbildung versinnlichen. Figur 1 lässt erkennen, dass der n. depressor mit zwei Wurzeln entspringt, die eine derselben geht aus dem Stamme des n. vagus selbst, die zweite aus einem seiner Äste, dem n. laryngeus sup. hervor. Statt eines doppelten Ursprungs hat er öfter auch nur einen einzigen, der dann gewöhnlich aus dem n. laryngeus erfolgt. Nachdem der Nerv selbständig geworden, wendet er sich zur art. carotis und legt sich dort in unmittelbarer Nähe des n. sympathicus, neben dem er, aber fortwährend von ihm getrennt, bis in die Nähe der obern Öffnung des Brustkastens hingeht. In vielen — mehr als 40 — Kaninchen haben wir nur einmal eine Ausnahme von dem bis dahin beschriebenen Verhalten gesehen. Sie bestand darin, dass der Nerv in der Mitte des Halses noch einmal zum Stamm des n. vagus einlenkte und in die Scheide desselben überging. An der Stelle des n. vagus, wo dieses geschah, zerklüftete sich dieser letztere in einen kleinen Plexus, und aus diesem ging der n. depressor von neuem gesondert hervor, um von da ab gewohnter Massen zu verlaufen. Die oben gegebene Beschreibung wird dazu dienen, um den ohnedies leicht zu findenden Nerven vor einer Verwechselung mit dem ramus descendens hypoglossi zu schützen. In der Figur 1, an welcher die in der Nähe liegenden Nerven durch die angeschriebenen Namen kenntlich sind, wurde die Lagerung derselben nicht naturgetreu wiedergegeben, weil dieses die Deutlichkeit des Ursprungs beeinträchtigt hätte. Eine einmalige Präparation der betreffenden Partie an der Kaninchenleiche wird einem Jeden genügen, um sich die fraglichen anatomischen Verhältnisse klar zu machen.

Beim Übergang unseres Nerven in die Brusthöhle wird sein Verlauf verwickelter, da er von nun an eine Verbindung mit den Nervenzweigen eingeht, welche aus dem ggl. stellatum hervortreten. Die anatomischen Verhältnisse dieser Partie sind in Figur 2 dargestellt, welche einer früheren Publikation*) entnommen ist. Das was die Zergliederung mit dem Messer erken-

*) *C. Ludwig* und *C. Thiry*, Wiener Sitzungsberichte. 49. Band. 1864.

nen lässt, ist in dieser Zeichnung deutlich angegeben. Wir brauchen darum zu ihr nur hinzuzufügen, dass die Stränge, welche aus den Ästen des ggl. stellatum und dem n. depressor bestehen, schliesslich zwischen dem Ursprunge der art. aorta und der art. pulmonalis sich in Ästchen auflösen, die sich in dem festen Bindegewebe der Verfolgung mit dem blossen Auge entziehen. Eine mikroskopische Durchforschung des weitern Verlaufs überlassen wir der Zukunft.

Die Versuche, welche wir beschreiben werden, sind durchweg an Kaninchen angestellt. Sie haben sämmtlich die Absicht, den Mitteldruck des Blutes in einer grössern Arterie und die Zahl der Pulsschläge in der Zeiteinheit zu messen. — Zur Zählung des Pulses benutzten wir einigemale das Federmanometer von *Ad. Fick*, gewöhnlich aber das Quecksilbermanometer, mit dem wir den Druck massen. Unser Manometer vollendete eine ganze Eigenschwingung in 0,84 Secunden, vorausgesetzt, dass es mit so viel Quecksilber gefüllt war, wie wir bei allen Versuchen angewendet haben, dass es ferner mit demselben Schwimmer belastet und mit der Glas-Feder, die mit Dinte gefüllt war, auf eine glatte Papiersorte schrieb. Die normale Pulszahl des Kaninchens pflegt bekanntlich nicht unter 150 in der Minute herabzusinken, so dass die Pulskurve mindestens doppelt so viele Wendepunkte in der Zeiteinheit darbietet, als diejenige, welche von den Eigenschwingungen des Manometers herrührte. Von allen andern Gründen abgesehen glauben wir darum den Zählungen des Herzschlags durch das Manometer vollkommenes Zutrauen schenken zu dürfen. Die Durchsicht unserer Pulskurven lehrt, dass diese Zuversicht auch bei viel seltnern Pulsschlägen als 150 in der Minute gerechtfertigt ist. In dem bei seltenem Pulsschlag sehr allmählig absinkenden diastolischen Schenkel der Pulskurve treten niemals Erhebungen ein in Zwischenräumen, wie sie durch die Dauer der Eigenschwingungen verlangt werden. Demnach reichen die Widerstände, welche dem Abfluss des Manometerinhaltes in das Gefässsystem hinein entgegenstehen, aus, um die Eigenschwingungen vollkommen zu vernichten.

Die genauern Zahlenangaben aus unsern Versuchen sind, um den Gang unserer Darstellungen nicht zu unterbrechen, an das Ende dieser Abhandlung verwiesen, mit fortlaufenden Num-

mern und mit Erläuterungen versehen. Wir werden im Text auf diese Nummern hinweisen.

Vor Allem war noch einmal festzustellen, dass die tetanische Reizung des peripherischen Stumpfes vom durchschnittenen n. depressor sich bei den von uns zur Beobachtung benützten Hülfsmitteln unwirksam erwies. So oft auch der Versuch angestellt wurde, jedesmal blieb Pulszahl und Blutdruck dadurch unverändert. Als Beispiel diene Versuch I.

In dem Augenblick aber, in welchem die reizenden Inductionsschläge den centralen Stumpf des durchschnittenen und wohl isolirten Nerven durchfuhren, begann der Blutdruck und zwar allmählig abzufallen. Hatte derselbe sich auf die Hälfte oder auf das Drittheil des vor der Reizung bestandenen erniedrigt, so blieb er nun bei fortdauernder Reizung auf diesem Werthe stehen, und erhob sich nach Beendigung der Reizung eben so allmählig wieder auf die Höhe, welche er vor dem Beginn des Versuches besessen hatte. Diese Änderung des Druckes beschränkte sich keineswegs auf das Blut in der Carotis, denn ein Manometer, das mit der Lichtung der art. cruralis in Verbindung steht, bietet genau dieselben Erscheinungen. Auch an der blossgelegten Aorta sind die Folgen der Reizung des n. depressor und zwar mit blossem Auge sichtbar, da die so bedeutende Erniedrigung des Drucks, wie zu erwarten stand, eine sehr merkliche Verminderung des Aortendurchmessers bedingt. Unser Phänomen dehnt sich also auf den Inhalt aller grossen Arterien aus. (Siehe die Beobachtungen I. II. III.)

Die Zeit, welche verstreicht, bevor der Druck von seinem normalen auf seinem niedrigsten Werth anlangt, ist in verschiedenen Thieren zwar nicht gleich gross, aber niemals sahen wir den Druck früher als nach fünfzehn Schlägen auf seiner geringsten Höhe ankommen. —

Nicht minder verschieden war der absolute Werth, um den sich der Mitteldruck änderte. Bei starker tetanischer Reizung der möglichst frischen Nerven sank er um 50 bis 70 mm. Quecksilber; in Verhältnisszahlen ausgedrückt, wobei der vor der Reizung gemessene Druck gleich 1,00 gesetzt wird, betrug das Minimum in der Regel zwischen 0,45 und 0,70. Ausnahmsweise trat auch noch ein stärkeres proportionales Sinken ein, wie z. B

in XI*b*, wo während der Reizung der Druck nur 0,27 von der Normalzahl betrug.

Gleichzeitig mit dem beginnenden Absinken des Drucks stellt sich auch eine Verminderung der Pulszahl ein, vorausgesetzt, dass man nur den n. depressor durchschnitten hatte, und trotzdem, dass die Isolation des gereizten Nervenendes vollkommen genug war, um jede Spur des Verdachtes zu beseitigen, als sei der in der Nähe liegende Stamm des n. vagus von dem reizenden Strom direkt getroffen worden. Die Änderung in der Pulszahl bleibt zudem, wenn auch der Stamm des n. vagus auf der gereizten Seite ausgeschnitten war, von dem Orte an, wo der n. laryngeus superior entspringt, bis zu dem, wo der n. vagus in die Brusthöhle eindringt. (Siehe Beobachtung IV und V. Zählung mit dem Manometer von *A. Fick.*)

Danach unterliegt es keinem Zweifel, dass die Änderung der Pulszahl durch die Reizung des n. depressor hervorgerufen ist. Verfolgt man den Gang, den die Schlagfolge des Herzens nimmt, etwas genauer, so gewahrt man ausnahmslos, dass die bedeutendste Verlangsamung auf den Beginn des Versuchs fällt, also namentlich in der Zeit am merklichsten hervortritt, während welcher der Druck von seiner normalen auf seine geringste Höhe herabsteigt. Wenn er dort angelangt ist, so beschleunigt sich der Puls in der Regel und zwar in dem Masse wieder, dass er oft ganz oder nahezu auf die Zahl zurückkommt, die er vor der Reizung besessen. (Siehe unter andern V *a.*) Wird nach kürzerer oder längerer Zeit die Reizung beendigt, so schlägt das Herz, während der Druck zu seinem normalen Werth zurückkehrt, gewöhnlich schneller als vor dem Beginn der Reizung.

Die ursprünglich auftauchende Vermuthung, dass das Sinken des Drucks durch die Verlangsamung des Pulsschlags hervorgerufen wäre, scheint uns schon durch diese Beobachtung widerlegt zu werden; es hätte doch der Druck, wäre die Pulsverlangsamung Ursache des Sinkens, wieder steigen müssen, nachdem die Schlagfolge des Herzens wieder rascher geworden war. Die ganze Erscheinungsweise der langsamen Pulsschläge gewährt überhaupt den Eindruck, als ob man es mit einer reflectorischen Reizung des n. vagus zu thun habe.

Diese letztere Unterstellung war natürlich leicht zu prüfen, sie wurde bestätigt, als wir zuerst die n. vagi beiderseits durchschnitten und darauf das centrale Ende des n. depressor reizten.

Geschah dieses, so sank der Druck auf 0,62, 0,53 etc., während sich die Pulszahl unverändert erhielt, oder nur um ein sehr Geringes, entweder unter oder über die Zahl schwankte, welche vor der Reizung anwesend war. (VI. Federmanometer VIII. *a.*)

Die Änderungen der Pulszahlen, welche wir vor oder nach Durchschneidung der Vagusstämme beobachteten, lässt sich, wie es scheint, leicht erklären. Wir betrachten zuerst den Fall wenn der n. depressor, während die n. vagi unversehrt sind, gereizt wird, in welchem, wie angeführt, die Pulszahlen nur so lange zu sinken pflegen, als der Druck noch nicht sehr niedrig geworden, dagegen sich trotz des bestehenden Nervenreizes wieder mehren, nachdem das Letztere eingetreten ist. Für gewöhnlich gibt der im Hirn vorhandene Druck zu der tonischen Erregung Veranlassung, die wir am n. vagus beobachten. Tritt zu diesem Reiz noch ein zweiter hinzu, wie er in unserm Fall durch den tetanisirten n. depressor ausgeübt wird, so muss die Zahl der Herzschläge natürlich noch weiter vermindert werden. Mit dem beginnenden Reiz vermindert sich aber sogleich der Blutdruck. Indem nun hierdurch einer der beiden Reize ausfällt, welche sich in den centralen Vagusenden summirten, kann es dahin kommen, dass trotz der bestehenden Erregung des n. depressor die Zahl der Pulse eben so gross wird, als sie vor jener Reizung gewesen war. — Wenn aber nach Durchschneidung der vagi während des Druckminimums in Folge der Reizung des n. depressor das Herz seltener schlägt, und umgekehrt rascher, wenn nach beendigter Reizung der Druck wieder ansteigt, so kann dieses als Folge eines Reizes angesehen werden, welchen das Blut unmittelbar auf die Flächen des Herzens ausübt. In der That ist nicht einzusehen, warum der Druck, welchen das Blut auf die innern Herzflächen ausübt, andere Folgen nach sich ziehen sollte, als wir sie in Folge anderer Druckursachen eintreten sehen. Diese wie es scheint natürliche Betrachtungsweise steht freilich im Widerspruch mit der von verschiedenen Seiten adoptirten Annahme von *Marey**), wonach das Herz um so häufiger schlagen soll, je geringere Widerstände sich seiner Entleerung entgegensetzen. Die Beweise, welche *Marey* für seine Behauptung vorbringt, erscheinen uns

*) La Circulation du Sang. Paris 1863. pag. 202 u. folg.

deshalb nicht ausreichend, weil er mit den Widerstandsänderungen, die er in dem Blutstrom anbrachte, auch den Druck innerhalb des Gehirns in gleichem Sinne wachsen liess. Da er z. B. die n. vagi nicht durchschnitten hatte, so konnten die stärkern vom Hirn ausgehenden Erregungen über die geringern Reize das Übergewicht erhalten, welche unmittelbar die Herzflächen angreifen.

Nachdem durch das Vorstehende eine einfache und wie es scheint genügende Erklärung für die durch die Reizung des n. depressor herbeigeführte Änderung in der Pulsfrequenz gegeben, und unabhängig hiervon gezeigt war, dass die Änderung des Drucks von derjenigen der Schlagfolge unabhängig ist, lag es uns ob den Mechanismus aufzusuchen, durch welchen das Sinken der arteriellen Spannung veranlasst war. Indem wir zunächst den Weg des Beweises durch Exclusion betraten, stellten wir fest, dass weder die Bewegungen des Brustkastens, noch die einer andern Skeletabtheilung in Frage kamen, denn die betreffende Erscheinung stellte sich auch noch ein, trotzdem dass der Brustkasten mittelst Durchschneidung des Sternums geöffnet, oder das Thier durch Curare vollständig narkotisirt war. Es versteht sich von selbst, dass wir in den eben genannten Versuchen die künstliche Respiration eingeleitet hatten. (V. und IX.)

Da durch die Curare-Vergiftung mit Ausnahme des Herzens und der Gefässmuskeln alle übrigen motorischen Theile ausser Thätigkeit treten, und da die Reizung des n. depressor auf reflectorischem Wege zur Geltung kam, so blieb nur noch übrig, eine reflectorisch hervorgerufene Minderung des Tonus anzunehmen, der auf das Herz und die Gefässmuskeln wirkt.

Um zu entscheiden, ob eine Verminderung der Herzkräfte oder eine solche der Widerstände in den kleinen Arterien in das Spiel kam, lösten wir zunächst das Herz aus dem Zusammenhang, den es mit dem Hirn und dem Rückenmark besitzt. Zu diesem Ende wurden die beiden n. vagi durchschnitten, und die ggl. stellata nicht blos sorgfältig herauspräparirt, sondern auch der Brusttheil des sympathischen Grenzstrangs bis zur zweiten Rippe hin vorsichtig entfernt. Die nach dem Tode mit Sorgfalt vorgenommene Zergliederung ergab, dass wir zweimal, unter den drei Versuchen, die wir überhaupt anstellten, unsere Absicht vollständig erreicht hatten. Alle jene Zweige, welche vom

ggl. stellatum zum Herzen gehen, waren eben so wie das Letztere selbst herausgeschnitten gewesen. Als an diesen so vorbereiteten Thieren das centrale Ende des n. depressor tetanisirt wurde, sank der Druck in der Carotis auf 0,45, 0,32, 0,46, 0,70, 0,42 herab, mit einem Worte, die von dem gereizten n. depressor hervorgebrachte Wirkung hatte sich unverändert erhalten, obwohl die einzigen Wege zerstört waren, durch welche der Reflex von dem Gehirn zum Herzen hätte gelangen können. (X, XI, XII.)

Es war jedoch nicht allein das schlagende Ergebniss der vorstehenden Versuche, welches uns bewog, ihre Zahl nicht weiter zu vermehren. Noch eine andere Erscheinung gibt einen deutlichen Fingerzeig dafür, dass die Reizung des n. depressor auf die Schlagkraft des Herzens ohne Einfluss ist. Der niedrige Stand des Blutdrucks zur Zeit der genannten Reizung kann nämlich sehr bald auf einen höhern, dem normalen gleichen gebracht werden, wenn man den Blutzufluss zum Herzen beschleunigt. So genügt es z. B., den Unterleib vom Becken gegen die Leber hin mit der Hand kräftig zu streichen, um den Stand des Quecksilbers, welcher durch den gereizten n. depressor gesunken war, alsbald wieder, wenn auch vorübergehend, empor zu treiben. (III, XI *b*.) Andererseits tritt das Steigen des Blutdrucks während der Reizung des n. depressor auch jedesmal ein, wenn die im Beginn der Curare-Vergiftung befindlichen Thiere in Krämpfe verfallen. (V *b*.) Diese Beobachtung steht dafür, dass das Herz mit ungeschwächter Kraft arbeitet, und dass weder an der Zahl, noch an der Stärke der Impulse, die von ihm ausgehen, der Grund für die Druckerniedrigung gesucht werden darf.

Somit blieb nichts anderes übrig, als die Erniedrigung des Drucks von einer Verminderung der Widerstände abzuleiten. Um diesen Schluss noch durch positive Beweise zu unterstützen, wendeten wir uns zu einigen Versuchen am n. splanchnicus und den von ihm abhängenden Gefässprovinzen; warum wir gerade diese Wahl trafen, wird dem begreiflich sein, der sich erinnert, dass schon früher nachgewiesen wurde, einen wie grossen Einfluss auf den Blutdruck in der Aorta die Lähmung oder Erregung der Gefässnerven des Unterleibs gewinnt. Weil es sich hier aber um eine genauere Würdigung des n. splanchnicus für seine Bedeutung als Gefässnerven handelte, haben wir zunächst

einige Versuche an ihm selbst angestellt, und da nach bekannten Erfahrungen der Zustand der Unterleibsgefässe schon durch die blosse Eröffnung der Unterleibshöhle eine wesentliche Änderung erfährt, so musste auch ihr zunächst die Aufmerksamkeit geschenkt werden.

Unmittelbar nachdem die Bauchhöhle an dem sonst unverwundeten Thier durch einen ausgiebigen Schnitt in der linea alba eröffnet war, steigt der Blutdruck in der art. carotis sehr beträchtlich empor, und zugleich werden die Pulsschläge seltener. (XIII, XIV.) Diese Erhöhung des Blutdrucks ist jedoch nur vorübergehend; allmählig sinkt er ab, wenn die Bauchhöhle offen bleibt, und erreicht dann öfter einen Werth, welcher unterhalb des normalen ist. (XVII.) Dieses Absinken wird sehr beschleunigt, wenn man gleich nach Eröffnung der Unterleibshöhle einen der beiden n. splanchnici durchschneidet. Nach dieser Operation sinkt der Druck um 30—50 mm. unter den normalen. Fügt man darauf zur Verletzung des ersten auch noch die des zweiten n. splanchnicus, so sinkt der Druck zwar noch weiter herab, aber in viel geringerm Masse, als nach der Dissection des ersten Nerven, es beträgt nämlich die zweite Senkung nur noch 8—10 mm.

Nimmt man dagegen, nachdem das Absinken des Drucks in Folge der Durchschneidung des einen splanchnicus eingetreten ist, den peripherischen Stumpf des durchschnittenen Nerven zwischen die tetanisirenden Poldrähte, so steigt der Druck rasch und bedeutend empor und erlangt eine grössere Höhe, als sie vor der Durchschneidung des Nerven bestand. Dieses geschieht jedoch nur dann, wenn man den peripherischen Stumpf des durchschnittenen Nerven erregt. Aus der Reizung des centralen sahen wir (vielleicht nur zufällig?) keine Folgen für den Blutdruck hervorgehen. Diese Thatsachen lehren also, dass der n. splanchnicus diejenigen Fäden enthält, durch welche vorzugsweise jene Gefässe versorgt werden, welche für den Blutdruck bedeutungsvoll sind, und sie lehren nächstdem, dass die Reizung des genannten Nerven ähnliche Folgen bedingt, wie man sie aus der Compression der Aorta unmittelbar unter dem Zwerchfell schon von früher her kennt.

Nachdem dieses festgestellt war, unternahmen wir die Reizung des n. depressor an solchen Thieren, bei denen entweder die n. splanchnici durchschnitten waren, oder bei denen die

Aorta sogleich unterhalb des Zwerchfells bis zum Verschluss ihrer Lichtung zusammengedrückt war. Die Überlegung, welche uns zu diesen Versuchen führte, war einfach die, dass die Reizung des n. depressor entweder von gar keinen, oder von nur sehr geringen Folgen begleitet sein müsste, wenn seine Wirkung in der That darauf beruht, dass er auf reflectorischem Wege den Tonus der Arterienwandungen überhaupt, insbesondere aber den der Visceralarterien herabsetzt. Im ersteren Fall (nach Durchschneidung des n. splanchnicus) war dann das, was durch die Reizung des n. depressor herbeigeführt werden soll, im wesentlichen schon eingetreten, und im zweiten Fall (Compression der Aorta) konnte die Reizung des n. depressor natürlich nicht zur Wirkung auf die Unterleibsgefässe gelangen.

Nach beiden Richtungen hin hat der Versuch die Voraussetzung bestätigt. Der Reiz, welcher nach Durchschneidung eines n. splanchnicus auf den n. depressor trifft, bedingt zwar noch ein Absinken des Blutdrucks, aber dieses ist seinem absoluten Werthe nach viel geringer, als es vor Durchschneidung und Reizung der betreffenden Nerven eintrat, es beträgt etwa noch 11 bis 12 mm. Quecksilber. Obwohl, nach absolutem Werthe gemessen, das Sinken des Drucks unbedeutend ist, so ist es doch relativ immer noch merklich; denn setzt man den Druck nach Durchschneidung des n. splanchnicus und vor der Reizung des n. depressor gleich 1,00, so ist der während der Reizung des n. depressor vorhandene Druck gleich 0,70 bis 0,65. (XV.) Daraus geht hervor, dass die Reizung des Nerven von grösserer Bedeutung ist, als die Durchschneidung eines n. splanchnicus. Die Reizung ist aber auch noch wirksam nach der Durchschneidung beider n. splanchnici, denn abermals erfolgt nach Ausführung dieser Operation durch die nun eingeleitete Reizung des n. depressor noch ein Sinken des Blutdrucks; dieses Letztere ist jedoch seinem proportionalen und absoluten Werth nach viel geringer, als es während der Reizung nach Durchschneidung nur eines n. splanchnicus eintritt. (XV *b.*) Immerhin zeigt aber diese Erscheinung, dass die reflectorische Wirkung des n. depressor über das Gebiet der Unterleibsgefässe hinausgeht.

Zu einem ähnlichen Schluss führt die Compression der Aorta. Auch nach Ausführung dieses Handgriffs sahen wir, dass die Reizung des n. depressor, absolut und relativ genom-

men, noch in beschränktem Masse auf die Erniedrigung des Blutdrucks wirkte. In einem Falle sahen wir sogar die Erregung des n. depressor durch die Compression der Aorta vollkommen wirkungslos werden. (XVIII.) Gesetzt auch, wir wollten diesem vereinzelten Fall keine Geltung zuschreiben, so würde aus dem übrigen doch immer hervorgehen, dass der n. depressor in einer bevorzugten Beziehung zu den n. splanchnicis besteht. Die Compression der Aorta erzeugt einen so hohen Druck, dass wenn durch die Reizung unseres Nerven die noch offnen Arterien bedeutend erschlafft würden, durch sie ein sehr ausgiebiger Strom erfolgen müsste; demnach hätte unter dieser Voraussetzung durch Reizung des n. depressor mindestens eine bedeutendere absolute Herabsetzung des Drucks erfolgen müssen. Dieses war aber, wie wir sahen, nicht geschehen.

Den unmittelbarsten Beweis für die von uns vertretene Annahme über die Wirkung des n. depressor musste endlich die Betrachtung der Unterleibsorgane liefern. Wenn in den kleinen Arterien der genannten Gebilde der Widerstand beträchtlicher abnimmt, als in den entsprechenden Zuflüssen zu andern Organen, so war zu erwarten, dass sich in den Capillaren und Venen der Unterleibsorgane ein vermehrter Gehalt von Blut einfinden werde. Ob die Blutanhäufung aber gross genug werden würde, um für das blosse Auge schon deutlich hervorzutreten, muss freilich dahingestellt bleiben, da offenbar mit dem vermehrten Zufluss auch der Abfluss gewachsen ist. Wir zweifeln jedoch nicht, dass man in günstigen Fällen an den blossgelegten Schleimhautflächen des Magens und Dünndarms die Röthung gewahren werde, die wir in Folge der Reizung des n. depressor voraussetzen. Um den Einwendungen auszuweichen, welche man mit mehr oder weniger Recht den Versuchen an einem verstümmelten Organ machen könnte, haben wir lieber die Niere beobachtet. An ihr tritt nun auch in ganz unverfänglicher Weise mit der Reizung des n. depressor die Röthung ein, und sie verschwindet, wenn die Erregung des Nerven vorüber ist. Zu diesem sehr augenfälligen Versuch eignet sich jedoch die Niere nicht immer. Bekanntlich wechselt der Tonus in den kleinen Arterien der Niere mit vielen und unbekannten Umständen in der mannichfachsten Weise, so dass die blossgelegte Niere bald tief- und bald blassroth anzusehen ist. Hat man eine Niere von der letztern Färbung vor sich, dann wird na-

türlich auch der Versuch, durch Reizung des n. depressor eine Farbenänderung hervorzurufen, vorzugsweise gelingen; und diess haben wir nun in der oben beschriebenen Weise wiederholt sich ereignen gesehen.

Gestützt auf die vorstehenden Entwickelungen und Thatsachen glauben wir uns zu dem Ausspruch berechtigt, dass der n. depressor auf reflectorischem Wege den Tonus in den Gefässnerven herabzusetzen im Stande sei. Für die Lehre von den reflectorischen Hemmungen im Bereich der Gefässnerven gibt er den schlagendsten Versuch. Im Gegensatz zu den Beobachtungen *Lovèns* zeigt unser Nerv die Eigenthümlichkeit, den Reiz jedesmal, ohne dass eine Erhöhung des Tonus vorausgegangen, mit einer Erniedrigung desselben zu beantworten. In allen Thieren haben wir den Versuch gelingen sehen, so dass wir ihn für einen der sichersten Reizversuche halten müssen, der ebenbürtig zur Seite steht den entsprechenden des Halsstammes vom n. vagus auf das Herz, der chorda tympani auf die Gefässe der gland. submaxillaris, des n. erigens auf das Schwellgewebe des männlichen Gliedes.

Ausser der Bedeutung, die die Reizung des n. depressor für die Lehre von den Nervenwirkungen gewinnt, ist dieselbe nicht minder bemerkenswerth für die Beurtheilung der Erscheinungen des Blutkreislaufes.

Zu den verschiedenen schon bekannten Vorgängen, durch welche die einzelnen Stücke des Cirkulationsapparates sich gegenseitig anpassen, tritt hiermit ein neuer hinzu und gewiss kein unwichtiger, denn durch ihn vermag der wesentlichste Motor des Blutlaufs die Widerstände zu regeln, die er selbst überwinden soll. In dieser Beziehung darf man, ohne voreilig zu sein, wohl aussprechen, dass das Herz, wenn es aus Mangel an Propulsivkräften oder aus übermässigem Zufluss überfüllt und in Folge davon gereizt wird, nicht blos seine Schlagzahlen ändern, sondern auch den seiner Entleerung entgegentretenden Widerstand herabsetzen wird.

Von den zahlreichen und neuen Fragen, welche in Folge dieser Anschauung sich erheben, haben wir bis dahin nur eine in Angriff nehmen können; sie bezieht sich darauf, ob die Herzenden des n. depressor etwa in einer dauernden Erregung sind. Um hierüber Aufschluss zu erhalten, haben wir den Blutdruck in der art. carotis bestimmt und darauf beide n. depressores





durchschnitten und einige Zeit nachher von neuem den Blutdruck gemessen. Die Durchschneidung hatte, vorausgesetzt, dass die unmittelbaren Folgen der Verletzung vorüber waren, keine Veränderung des gemessenen Werthes zur Folge. (XIX).

Wir dürfen aber nicht schliessen, ohne einen noch dunklen Punkt zu berühren. Die unmittelbare Reizung des Herzens beschleunigt seine Schlagfolge, die Reizung des n. depressor, den man unter die sensiblen, beziehungsweise reflectorischen Nerven des Herzens zählen muss, bedingt an dem sonst unverstümmelten Thier eine Verminderung der Schlagzahlen. Wie ist dieser Widerspruch zu lösen? Hierauf wird der Versuch genügend antworten können, wenn die Lage der Herzenden des nerv. depressor, sei es auf anatomischem oder physiologischem Wege, ermittelt ist. —

I. Reizung des durchschnittenen n. depressor nach einander am peripherischen und am centralen Stumpf.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl		Bemerkungen.
			der Drücker	der Pulse	
a. Ein n. vagus ausgeschnitten.					
Vor der Reizung . . .	104	34	1,00	1,00	
Reizung am peripherischen Stumpf	104	34	1,00	1,00	
Reizung d. centralen Stumpfes im Beginn . . .	69	30	0,66	0,88	
Reizung d. centralen Stumpfes später	55	39	0,52	1,14	
nach der Reizung im Beginn	65	40	0,62	1,17	
nach der Reizung später	72	38	0,70	1,12	
nach der Reizung später	88	38	0,84	1,12	
b. Beide n. vagi durchschnitten. Reizung des n. depressor wie *a* auf der entgegengesetzten Seite.					
Vor der Reizung . . .	101	46,5	1,00	1,00	
Reizung d. peripherischen Stumpfes	101	46	1,00	1,00	
Reizung d. centralen Stumpfes im Beginn . . .	59	40	0,59	0,86	
Reizung d. centralen Stumpfes später	49	39	0,49	0,84	
nach der Reizung . . .	89	44,5	0,85	0,95	

II. Reizung des undurchschnittenen n. depressor am unvergifteten Thier.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl		Bemerkungen.
			der Drücker	der Pulse	
a. Beide n. vagi unverletzt.					
Vor der Reizung . . .	81	16	1,00	1,00	
Während der Reizung . .	40	10	0,49	0,62	
b.					
Vor der Reizung . . .	87	15	1,00	1,00	
Während der Reizung im Beginn	—	9,5	—	0,68	
Während d. Reizung später	61	9,75	0,71	0,68	
Während der Reizung verstärkt	59	9,5	0,70	0,68	
c. Beide n. vagi durchschnitten.					
Vor der Reizung . . .	84	19	1,00	1,00	
Während der Reizung . .	44	17	0,52	0,90	

III. Reizung des undurchschnittenen n. depressor am unvergifteten Thier. Druck in der art. carotis. Ein n. vagus durchschnitten.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl		Bemerkungen.
			der Drücker	der Pulse	
a.					
Vor der Reizung im Beginn	114	62	1,00	1,00	
Während der Reizung im Beginn	—	42	—	0,67	
Während d. Reizung später	82	48	0,72	0,77	
» » » »	71	37	0,62	0,60	
» » » »	76	46	0,66	0,74	
» » » »	79	55	0,69	0,89	
» » » »	108	—	0,94	—	Ein Zusammendrükken d. Unterleibes.
» » » »	91	—	0,80	—	Wiederaufheben des Drucks.

IV. Reizung des n. depressor am unvergifteten Thiere.

	Zahl der Pulse in der Zeiteinheit	Verhältnisszahl der Pulse vor der Reizung = 1	Bemerkungen
a. [illegible] Pulszählung durch das Federmanometer v. *Fick*.			
Vor der Reizung . .	[illegible]	[illegible]	
Während der Reizung im Beginn	[illegible]	1,[illegible]	Der Druck erreicht sein Minimum.
Während d. Reizung später	[illegible]	[illegible]	Der Druck bleibt wie oben.
Nach Ende der Reizung im Beginn	[illegible]	[illegible]	
Nach Ende der Reizung später	21,5	0,[illegible]	Der Druck erreicht den Stand vor d. Reizung.
Nach Ende der Reizung später	[illegible]	0,[illegible]	Der Druck bleibt unverändert.
b. Ein n. vagus durchschnitten.			
Vor der Reizung . . .	21,5	1,000	
Während der Reizung im Beginn	13	0,64	Das Minimum d. Drucks trat ein, als die Zahl der Pulse schon wieder im Steigen begriffen war.
Während d. Reizung später	16	0,74	

V. Ein vagus ausgeschnitten. Reizung des undurchschnittenen n. depressor.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl		Bemerkungen.
			der Drücker	der Pulse	
a. Unvergiftetes Thier.					
Vor der Reizung . . .	114	62	1,00	1,00	
Während der Reizung im Beginn	—	40	—	0,64	
Während d. Reizung später	47	60	0,41	0,97	
» » » »	42	57	0,37	0,92	
Nach der Reizung . . .	90	75	0,80	1,21	
Nach der Reizung später	114	66	1,00	1,06	

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl der Drücker	Verhältnisszahl der Pulse	Bemerkungen.
b. Schwache Vergiftung mit Curare. Künstliche Respiration.					
Vor der Reizung . . .	177	57	1,00	1,00	
Während der Reizung . .	120	57	0,68	1,00	
Während d. Reizung später	157	67	0,88	1,17	Krämpfe des Thieres.
» » » »	128	57	0,72	1,00	Nachlass d. Krämpfe.

VI. Beide n. vagi ausgeschnitten. Pulszählung durch das Federmanometer.

	Zahl der Pulse in der Zeiteinheit	Verhältnisszahlen der Pulse vor der Reizung = 100	Bemerkungen.
Vor der Reizung . . .	103	1,00	
Während der Reizung . .	99	0,96	Der Druck erreicht sein Minimum.
Reizung beendet . . .	141	1,37	Der Druck steigt auf seinen frühern Werth.
Neue Reizung	145	1,40	Der Druck sinkt, aber nicht so tief wie während der ersten Reizg.

VII. Curare-Vergiftung. Beide n. vagi durchschnitten. Brusthöhle nicht eröffnet. Reizung der centralen Stümpfe des n. laryngeus sup. und des n. depressor.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl der Drücker	Verhältnisszahl der Pulse	Bemerkungen.
a. Linke Seite.					
Vor der Reizung . . .	114	—	1,00	—	
Während der Reizung des n. laryngeus	160	—	1,40	—	
Während der Reizung des n. depressor	71	—	0,62	—	

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl		Bemerkungen.
			der Drücker	der Pulse	
b. Rechte Seite.					
Vor der Reizung . . .	97	—	1,00	—	
Während der Reizung des depressor	72	—	0,74	—	
Nach Beendigung d. Reizg.	101	—	1,04	—	
c.					
Vor der Reizung . . .	93	—	1,00	—	
Während der Reizung des laryngeus	158	—	1,70	—	Reizung auf mechanischem Wege.
Nach Endigung d. Reizung.	103	—	1,10	—	

VIII. Curare-Vergiftung; beide n. vagi durchschnitten.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl		Bemerkungen.
			der Drücker	der Pulse	
a.					
Vor d. Reizung der Nerven	107	61,5 56 56	1,00	1,00	Die Verhältnisszahlen der Pulse beziehen sich auf den Mittelwerth aus den einzelnen Beobachtungen.
Während der Reizung des n. depressor	57	50 60,7 55 49	0,53	0,92	
b. Reizung am centralen Vagus-Stumpf unterhalb des Ursprungs vom n. depressor und am centralen Stumpf des n. depressor.					
Vor der Reizung . . .	101	—	1,00	—	
Reizg. des Vagus-Stumpfes	127	—	1,25	—	
Reizung des n. depressor	69	—	0,68	—	

IX. Curare-Vergiftung. Ein n. vagus durchschnitten, n. depressor am centralen Stumpf.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl		Bemerkungen.
			der Drücker	der Pulse	
a. Künstliche Respiration bei geschlossenem Brustkasten.					
Vor der Reizung . . .	114	47	1,00	1,00	
Während der Reizung . .	53	20	0,46	0,42	
b. Brustkasten geöffnet.					
Vor der Reizung . . .	87	—	1,00	—	
Während der Reizung . .	24	—	0,27	—	
Vor der Reizung . . .	98	37	1,00	1,00	
Während der Reizung . .	34	13	0,34	0,35	

X. Curare-Vergiftung. Die beiden ggl. stellata bis auf einen Verbindungszweig zum Herzen vollkommen zerstört. Reizung des centralen Stumpfes vom n. depressor.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl		Bemerkungen.
			der Drücker	der Pulse	
a.					
Vor der Reizung . . .	89	—	1,00	—	
Während der Reizung . .	40	—	0,45	—	
b.					
Vor der Reizung . . .	91	—	1,00	—	
Während der Reizung . .	29	—	0,32	—	

XI. Beide n. vagi ausgeschnitten; ggl. stellata vollständig zerstört und den Grenzstrang des n. sympathicus bis zur zweiten Rippe. Curare-Vergiftung. Reizung am centralen Ende des n. depressor.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl		Bemerkungen.
			der Drücker	der Pulse	
a.					
Vor der Reizung . . .	105	22	1,00	1,00	
Während der Reizung . .	49	22	0,46	1,00	

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl		Bemerkungen.
			der Drücker	der Pulse	
b.					
Vor der Reizung . . .	84	—	1,00	—	
Vor der Reizung . . .	98	—	—	—	
Während der Reizung . .	59	—	0,70	—	
Während d. Reizung später	84	—	1,00	—	Zusammendrücken des Unterleibes.
Während d. Reizung später	59	—	0,70	—	Der Druck aus dem Unterleib wird aufgehoben.

XII. Beide ggl. stellata und n. vagi ausgeschnitten, n. depressor am centralen Ende gereizt.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl		Bemerkungen.
			der Drücker	der Pulse	
Vor der Reizung . . .	108	—	1,00	—	
Während der Reizung . .	46	28	0,42	—	
Nach der Reizung . . .	120	22	1,11	—	

XIII. Änderungen des Blutdrucks durch Eröffnung der Unterleibshöhle am übrigens unverletzten Thier.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl		Bemerkungen.
			der Drücker	der Pulse	
a.					
Vor Eröffnung der Bauchhöhle	114	—	—	—	
Unmittelbar nach Eröffnung	158	—	—	—	Vollständige Ruhe des Thieres.
Verschluss der aorta abd.	169	—	—	—	

XIV. Druck während der geöffneten Bauchhöhle.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl der Drücker	Verhältnisszahl der Pulse	Bemerkungen.
a. Das Thier im Übrigen unversehrt.					
Vor Eröffnung der Bauchhöhle	89	28	—	—	
Sogleich nach Eröffnung der Bauchhöhle . . .	149	28	—	—	
Später nach Eröffnung der Bauchhöhle	147	8(?)	—	—	
b. Curare-Vergiftung. Durchschneidung beider n. vagi. Eröffnung der Brusthöhle. Reizung des n. depressor am centralen Stumpf.					
Vor der Reizung . . .	100	30	—	—	
Während der Reizung . .	63	33 30 29	— · —	— — —	

XV. Beide n. vagi durchschnitten und Durchschneidung erst eines, dann des andern n. splanchnicus.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl der Drücker	Verhältnisszahl der Pulse	Bemerkungen.
a. Ein n. splanchnicus durchschnitten, n. depressor gereizt.					
Vor der Reizung . . .	89,5	54	1,00	1,00	
Während der Reizung des n. depressor	27,0	61	0,68	1,13	
b. n. splanchnicus gereizt oder Druck auf den Dünndarm.					
Vor der Reizung . . .	41	64	1,00	1,00	
Während des Drucks im Beginn	50	68	1,22	1,06	
Während d. Drucks später	57		1,39		
n. splanchnicus gereizt	115,5	76	2,80	1,18	
c. Durchschneidung des zweiten n. splanchnicus.					
Vor Reizung d. n. depressor	31,5	—	1,00	—	
Reizung des n. depressor	29	—	0,92	—	

XVI. Ein n. splanchnicus und beide n. vagi durchschnitten. Reizung des n. depressor und eines n. splanchnicus.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl der Drücke	Verhältnisszahl der Pulse	Bemerkungen.
a. Reizung des n. depressor ohne u. mit Druck auf die art. aorta unterhalb der Nierenarterie.					
Vor der Reizung . . .	44	100 112	1,00 —	— —	
Reizg. d. n. depressor ohne Compression der aorta	32	106	0,72	—	
Reizg. d. n. depressor mit Compression der aorta	32	—	0,72	—	
b. Reizung des n. splanchnicus in seinem Verlauf nach Durchschneidung desselben am centralen u. peripherischen Stumpf.					
Vor der Reizung . . .	50	—	1,00	—	
Reizung d. n. splanchnicus vor Durchschneidung	88	—	1,76	—	
Reizungs eines peripherischen Stumpfes . . .	84	—	1,68	—	
Reizung seines centralen Stumpfes	50	—	1,00	—	

XVII. Curare-Vergiftung. Reizung des n. depressor bei gleichzeitigem Verschluss der aorta unmittelbar unterhalb des Zwerchfells.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl der Drücke	Verhältnisszahl der Pulse	Bemerkungen.
Bei offener Bauchhöhle im Beginn	87	—	—	—	
Bei offener Bauchhöhle später	42	—	—	—	
Verschluss der aorta . .	—	10	—	—	
Verschluss der aorta dauernd	143	22	1,00	1,00	
Reizung des n. depressor	134	10	0,94	0,45	
Reizung beendigt; Druck		24			
auf die aorta fortdauernd	146		—	—	
Aortendruck beendet . .	42	—	—	—	
Alsbald	87	—	—	—	

XVIII. Der n. depressor gereizt, während die art. aorta unterhalb des Zwerchfells comprimirt wird.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl		Bemerkungen.
			der Drücker	der Pulse	
Ohne Compression u. ohne Reizung	47	20	—	—	
Compression ohne Reizung	105	16	—	—	
Compression mit Reizung	105	14	—	—	
Ohne Compression mit Reizung	38	20	—	—	
Ohne Compression ohne Reizung	47	18	—	—	

XIX. Pulszahl und Blutdruck vor, unmittelbar nach, und einige Zeit nach der Durchschneidung beider n. depressores.

	Druck in M. M. Hg.	Pulszahl in d. Zeiteinheit	Verhältnisszahl		Bemerkungen.
			der Drücker	der Pulse	
a.					
Vor Durchschneidung beider	97	—	—	—	
Gleich nach Durchschneidung d. linken depressor	70	75	—	—	
Einige Minuten später . .	93	75	—	—	
b.					
Vor Durchschneidung des rechten n. depressor	103	—	—	—	
Unmittelbar danach . .	78	64	—	—	
Alsbald darauf	103	68	—	—	
10 Minuten später . . .	88	—	—	—	

F. Schweigger-Seidel, *Die Behandlung der thierischen Gewebe mit Argent. nitric. Über Epithelien sowie über die v. Recklinghausen'schen Saftkanälchen, als die vermeintlichen Wurzeln der Lymphgefässe.* Vorgelegt von dem w. Mitglied *C. Ludwig.*

Von den neueren Behandlungsweisen der Gewebe zum Zwecke einer histologischen Untersuchung hat »die Versilberung« sehr bald eine ausgedehnte Anwendung erfahren. Die Gegner, welche der Methode erstanden, hatten mit ihren Einwürfen nicht durchzudringen vermocht, und erschien sie in Folge dessen so gesichert, dass es fast unnöthig genannt werden durfte, von neuem eine Prüfung der Gültigkeit ihrer Resultate vorzunehmen. Trotzdem konnte es einer unbefangenen Forschung nicht entgehen, dass nicht Alles so war, wie es sein sollte; immer wieder traten während der Beobachtung Zweifel und Bedenken hervor, die noch keine Erledigung gefunden hatten und ebensowenig einfach übergangen werden konnten.

Bei mir waren es zunächst Bedenken gegen die Saftkanäle und ihre angenommene Beziehung zum Lymphsysteme, welche mich zwangen, an die Frage nach dem eigentlichen Wesen der Silberwirkung heranzutreten, und lehrten mich diese Untersuchungen, dass die Zweifel gerechtfertigt waren und dass fernerhin die Methode der Versilberung nur mit Einschränkungen in Anwendung gezogen werden darf.

In der eingehenden Beweisführung, welche diese Behauptung erfordert, müssen die beiden Anwendungsweisen des salpetersauren Silbers — erstens die zur Darstellung von Zellengeweben und zweitens die zur Sichtbarmachung der Saftkanäle — wohl von einander geschieden werden, und wenn sich das Fehlerhaft der Methode auch vorzugsweise nur bei der zweiten Art der

Anwendung geltend macht, so dürfen wir doch bei unserer Betrachtung erstere nicht übergehen, weil beide eine gemeinsame Wirkungsweise des Silbers zur Grundlage haben, und weil sich aus den Versuchen nicht unwichtige Resultate über das allgemeine Verhalten der Epithelien ergeben.

1.

Bringt man Häute, namentlich solche mit einschichtigem Epithel, nach den bekannten Vorschriften mit Silberlösung in Berührung, so treten unter Einwirkung des Lichtes schwarze Linien hervor, durch die mehr oder weniger regelmässige Felder abgegrenzt werden. *v. Recklinghausen* *) und nach ihm Andere sahen die dunkeln Linien bedingungslos als Grenzen der das Epithel bildenden Zellen an und hielten sich hiernach zu der weitern Annahme für berechtigt, dass da, wo bei der Silberbehandlung ähnliche Liniennetze zum Vorschein kommen, überall besondere Zelllager vorhanden seien, wie an den feinsten Lymphgefässen, bei den Blutgefässcapillaren in den Lungenalveolen u. s. w.

Ebenso bekannt, wie dieses Alles, ist auch die Opposition, welche gegen diese Annahme erhoben wurde, da ja die fraglichen Arbeiten sämmtlich der neuesten Zeit angehören und durch die Jahresberichte hinreichend zugänglich gemacht sind.

Ich selbst kann mich in dieser Frage nur auf die Seite der erstgenannten Forscher stellen. Die Regelmässigkeit der Netze, die an bestimmten Örtlichkeiten immer wiederkehrende Form, sowie die — allerdings nicht überall gleich deutlich — nachzuweisenden Kerne im Innern der Maschen sprechen zur Genüge dafür, dass die schwarzen Linien als zufällige Bildungen nicht anzusehen sind. Ebenso wird es sich zeigen, dass von Fasern zwischen den Zellen nicht die Rede sein kann. Immerhin war eine strenge Kritik berechtigt, darauf aufmerksam zu machen, dass es zu einer gründlichen Beweisführung nothwendig sei, die Epithelmembran zu isoliren und durch die gewöhnlichen Lösungsmittel der Kittsubstanz in einzelne Plättchen zu zerlegen **).

Dieser Forderung können wir jetzt an den leicht zugänglichen serösen Häuten vollkommen Genüge leisten durch Isola-

*) Die Lymphgefässe und ihre Beziehung zum Bindegewebe. Berlin 1862.

**) *Henle*, Jahresbericht für 1863, S. 28.



tion der versilberten Epithelschicht, und für diese hinwiederum besitzen wir ein ausgezeichnetes Hilfsmittel im Jodserum nach der Vorschrift von *Max Schultze*, welches ungleich besser wirkt, als die zu gleichem Zwecke in Anwendung gezogene Kalilösung. Man verfährt am besten so, dass man das Membranstück einer 24stündigen Maceration im Jodserum aussetzt und dann, nach dem Abtropfen der Flüssigkeit, in der gewöhnlichen Weise mit Silber behandelt. Weniger günstig ist es, erst zu versilbern und dann das Jodserum anzuwenden, weil die Gewebsbestandtheile vor der Maceration zu bedeutend verändert werden; indess bleiben auch bei der ersten Methode die Imbibitionsverhältnisse der Zellen nicht dieselben, wesshalb man hier meist keine so eleganten Präparate erhält, als an ganz frischen Häuten. Die Isolation der Zellen selbst erreicht man durch vorsichtiges Abschaben. Man bekommt neben einzelnen Zellen grössere oder kleinere Fetzen des Epithels, je nach dem Grade der Erweichung, und erkennt an gelungenen Objecten auf das Deutlichste die Formation des Netzes schwärzlicher Leistchen und das Gebundensein desselben an die Formation des Zelllagers.

Auch auf anderem Wege lässt sich der Satz: dass Verschiedenheiten in der Gestaltung der Netze bedingt werden durch Verschiedenheiten der Zellformen, vollkommen sicher stellen und verweise ich in Bezug auf Einzelheiten auf die in letzter Zeit aus dem Leipziger physiologischen Institute hervorgegangenen Arbeiten über Pleura- und Peritonealhöhle sowie über das Zwerchfell *).

Ganz ebenso wie bei den serösen Häuten verhält es sich auch bei den Lymphsäcken der Frösche. In der Controverse zwischen *Adler* **) auf der einen und *Eberth-Broueff* ***) auf der anderen Seite hatten letztere bereits angegeben, dass man von der Oberfläche der die Lymphsäcke durchsetzenden Nerven ein aus Zellen zusammengesetztes Häutchen abheben könne. Dasselbe Ziel, zu welchem sie nur mühsam mit einem complicirten Verfahren gelangten, erreicht man schneller durch die Anwen-

*) So erklärt sich unter anderen durch die Ungleichheit der Zellen auf der Bauchseite des Diaphragma bei Kaninchen und Meerschweinchen die Unregelmässigkeit der Netze, welche *Hartmann* (Archiv für Anatomie 1864, Taf. VI) als Beweise gegen die *v. Recklinghausen*'sche Annahme abbildet.

**) Zeitschr. für ration. Medic. 3. Bd. XXI. 160.

***) Würzb. naturwissensch. Zeitschr. Bd. V. 34.



dung des Jodserum; das Häutchen ist da und besteht aus polygonalen Platten. Beachtet man ferner die Ergebnisse der neuesten Untersuchungen über den Zusammenhang der serösen Höhlen mit dem Lymphsysteme, so wird man gegen die Annahme einer zelligen Auskleidung dieser Gefässbahnen wenig einwenden können. Für die Lymphnetze der Darmmuscularis hat bereits *Auerbach**) gezeigt, dass die Wandung derselben ein kernhaltiges Häutchen darstellt, und ist nicht zu zweifeln, dass es auch an anderen Orten gelingen wird, die Auskleidung genauer zu demonstriren.

Nach dem bisher Angeführten ist es nicht recht ersichtlich, wesshalb die Bedeutung der schwarzen Linien an anderen Localitäten eine abweichende sein soll, und obgleich ich vorläufig nicht in der Lage bin, auf die Einwürfe gegen die Silberzeichnungen an den Blutgefässcapillaren näher einzugehen, glaube ich doch im Allgemeinen sagen zu können, dass wir in den Lösungen des Arg. nitric. ein Mittel besitzen, mit welchem wir bei gehöriger Anwendung schneller und sicherer, als auf andere Weise das Vorhandensein von gewissen Epithelien oder epithelartigen Zelllagern nachweisen können, und zwar dadurch, dass von dem Silber zuerst die Grenzschichten der Zellen verändert werden.

Um jedoch allen Einwürfen begegnen zu können, wenden wir uns jetzt zu der Frage: Auf welche Weise entstehen die schwarzen Linien, als was sind dieselben zu deuten? — Die meisten Beobachter schliessen sich *v. Recklinghausen* an. Nach ihm liegt zwischen den einzelnen Epithelzellen eine Kittsubstanz, der eine besondere Anziehungskraft für das Silber zukommt, während auf der anderen Seite *Auerbach* annimmt, dass zwischen den Zellen Furchen vorhanden seien, und dass sich in ihnen durch das Arg. nitric. Niederschläge bilden sollen.

Wir selbst gehen behufs einer näheren Erörterung davon aus, dass die in Betracht kommenden Häute im frischen Zustande von einer dünnen Schicht Serum bedeckt sind, und dass diese erfahrungsgemäss insofern von Wichtigkeit ist, als die schwarzen Liniennetze nur dann schön hervortreten, wenn die Membran frisch in serumdurchfeuchtetem Zustande mit der Silberlösung in Berührung gebracht wird. (*v. Recklinghausen.*)

---

*) *Virchow's* Arch. Bd. XXXIII. 340.

Die regen Beziehungen zwischen Höllenstein und Eiweiss sind bekannt. Fügen wir von einer etwa $\frac{1}{2}$procentigen Lösung des Salzes geringe Quantitäten zu Blutserum hinzu, so löst sich der entstandene Niederschlag wieder auf, und wir erhalten unter Einwirkung des Lichtes eine klare braungefärbte Flüssigkeit. Die Silberverbindung zeichnet sich dadurch aus, dass sie am Lichte sehr schnell und auffallend stark gebräunt wird. Tränkt man z. B. ein Stück Filtrirpapier, dessen eine Hälfte mit Serum bestrichen, in Silberlösung, so tritt das erwähnte Verhalten in auffallender Weise hervor. Wir werden später darauf Rücksicht zu nehmen haben. Weiterhin ist bekannt, dass beim Zusatz von salpetersaurem Silber zu dickflüssigeren Eiweisslösungen, wie Eiereiweiss oder Synovia, eine plötzliche Gerinnung und exquisite Häutchenbildung eintritt. Die Häutchen haben bei aller Zartheit eine nicht unbeträchtliche Festigkeit, so dass man sie gut mit Wasser abspülen kann, und zeigen sich resistent gegen Kali und Essigsäure in gewöhnlicher Anwendungsweise. Die Silberfärbung ist meist eine gleichmässige, indessen finden sich doch auch dunklere Züge um einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt angeordnet, ja es können unter Umständen auch wirkliche Netze entstehen, die eine entschiedene Regelmässigkeit der Form erkennen lassen. *Hartmann*, welcher ausführlicher über derartige durch Silberniederschläge entstandene Netze berichtet, glaubt hierauf die an Epithelien hervortretenden Linien zurückführen zu können*); indess handelt es sich bei den auf dem einfachen Objectträger anwachsenden Netzen stets um mehr zufällige und secundäre Bildungen, während die Linien zwischen den Zellen in gesetzmässiger Weise und zwar, wie die directe Beobachtung lehrt, momentan auftreten, so dass sie auch vor der Reduction der Silberverbindung erkannt werden können. Der starke Glanz der frisch entstandenen Leistchen bedingt die auffallende Dunkelheit der Färbung nach eingetretener Reduction.

Es wurde übrigens im Vorhergehenden bereits Einiges angeführt, was gegen die *Hartmann*'sche Auffassung spricht. Das Einzige, was aus dem Verhalten der Silberlösung gegen Eiweiss geschlossen werden kann, ist meiner Ansicht nach die Möglichkeit, dass beim Entstehen der *Recklinghausen*'schen Linien

*) Archiv für Anatomie und Physiologie 1864.



gleiche Beziehungen zur Geltung kommen, Beziehungen, welche sich aus der folgenden Darstellung zum Theil sofort ergeben.

Behufs einer genaueren Ermittelung dieses Punktes habe ich verschiedene Versuche angestellt und habe schliesslich gelernt die Substanz, welche bei der Epithelversilberung hauptsächlich in Wirksamkeit tritt, zu entfernen, ohne die Zellen selbst zu zerstören. Man nehme zu diesem Zwecke eine Zuckerlösung von etwa 4 Proc. und lasse dieselbe vermittelst der Spritzflasche in sanftem Strome über ein frisch herausgeschnittenes Zwerchfell gleiten. Nachdem man dies, vielleicht mit einigen Unterbrechungen, eine Zeit lang fortgesetzt, lässt man die Flüssigkeit abtropfen und bringt nun erst die Silberlösung auf. Die weitere Behandlung der Präparate ist die gewöhnliche. Unter dem Einflusse des Lichtes bräunt sich die Membran, aber man wird, je nach der Gründlichkeit des Abspülens, entweder ein fast vollständiges Fehlen der Liniennetze bemerken, oder es nur in äusserster Feinheit auffinden können. Gerade Letzteres gibt den Beweis, dass die Zellen noch vorhanden sind; sie erscheinen wohl leicht getrübt und lassen hier und da einen Kern erkennen, berühren sich mit ihren Rändern in ganzer Länge oder sind etwas von einander gewichen. Auch nach dem Abspülen gelingt die Isolation durch Jodserum ohne oder mit Versilberung, und sind gerade hier die Kerne in den Maschen stellenweise sehr deutlich wahrzunehmen.

Zur Controle mag man die eine Hälfte des Zwerchfells sogleich nach dem Herausschneiden versilbern, die andere dagegen erst nach der Behandlung mit Zuckerwasser, und wird alsdann Bilder erhalten, die den beigegebenen Figuren I *A* und *B* gleichkommen. Es ist übrigens nicht etwa die Flüssigkeitsschicht der Zuckerlösung, welche eine energischere Einwirkung des Silbers verhindert; denn obgleich man sich zu dieser Annahme für berechtigt halten könnte, da die Dicke der schwarzen Leisten bekanntlich von der Concentration der angewendeten Lösung des Höllensteins abhängt (*Auerbach*), so ist es doch leicht dem Einwurfe zu begegnen. Man kann die Versuche mit verschiedenen Modificationen öfter wiederholen, aber immer mit demselben Erfolge. Es empfiehlt sich überhaupt bei Herstellung von Silberpräparaten ein wenn auch nur ganz kurzes Abspülen vorzunehmen, weil dadurch zunächst die Serumschichten entfernt

werden, welche mitunter unregelmässige Niederschläge und diffuse Trübungen der Präparate bedingen.

Was die Schlüsse betrifft, welche aus dem Angeführten gezogen werden müssen, so ergibt sich vor allen anderen, dass die schwarzen Linien keinem Fasersysteme entsprechen können, da man ein solches — angeblich unter dem Epithel gelegen — nicht einfach wegzuspülen vermag. Dasselbe gilt von einer organisirten Kittsubstanz, während sich, wie ich glaube, sämmtliche in Frage kommende Verhältnisse ungezwungen durch die Annahme erklären lassen, dass zwischen den mit ihren Rändern nicht verschmolzenen Zellen dünne Schichten einer eiweissartigen Substanz abgelagert sind. Dieselbe mag immerhin eine zähflüssige Beschaffenheit besitzen; sie wird als Kitt wirken können und darf demnach in diesem Sinne die *Recklinghausen*'sche Bezeichnung beibehalten werden. So wird auch eine gewisse Verbindung mit der *Auerbach*'schen Annahme erzielt.

Hiergegen scheint der Umstand zu sprechen, dass sich die Epithelien nach der Maceration im Jodserum in zusammenhängenden Fetzen isoliren lassen. Ich muss jedoch aus meinen Erfahrungen über das genannte Mittel schliessen, dass es eine wahrnehmbare Erhärtung eiweissartiger Stoffe zu bewirken im Stande ist, wenigstens zeigen sich mit Jodserum behandelte Zellen resistenter gegen Glycerin als ganz frische, und macht sich dies unter Anderem bemerkbar bei den sonst leicht vergänglichen Flimmerhaaren, welche man auf diese Weise recht gut conserviren kann. Unter anderen Verhältnissen dürfte die Kittsubstanz eine grössere Festigkeit erlangen, wie z. B. an der Oberhaut der Frösche. Sie verliert dadurch, wie mir scheint, die Fähigkeit, sich so momentan mit dem Silber zu verbinden, ist aber auch ohnedies sichtbar, während wir an frischen Epithelien einer Serosa desshalb Nichts wahrnehmen können, weil die feinen Zwischenräume zwischen den Zellen von einer mit gleichem Lichtbrechungsvermögen begabten Substanz ausgefüllt sind. Hierzu kommt noch, dass das dichte Bindegewebe unter den Zellen die Erkenntniss derselben in natürlichem Zustande geradezu unmöglich macht und muss desshalb auf den directen Nachweis der Furchen und der Zwischensubstanz verzichtet werden. Bei der geringen Dicke des Zelllagers gewähren auch Schnitte keinen sicheren Entscheid. Das Charakteristische der

Silberwirkung beruht in einer Verdichtung der Zwischensubstanz und theilweise auch der Zellsubstanz selbst.

Im Allgemeinen werden wir die Masse zwischen den Zellen wohl als eine minimale Intercellularflüssigkeit ansprechen können, und würde sich hieraus eine gradweise Immunität der zelligen Gebilde gegen das Argent. nitric. ergeben. Einen Anhaltepunkt für diese Deutung gewähren die Bilder, welche man bei Versilberung der Hodenkanälchen erhält, falls die Lösung bis in das Innere derselben gelangt ist (Fig. II). Wenigstens wüsste ich nicht, wie man die Erscheinung anders deuten will, als dass eine Substanz zwischen den Zellen schneller, als diese selbst der Einwirkung des Silbers unterliege. Analoge Verhältnisse treffen wir bei den Epithelzellen von entzündeten serösen Häuten (Fig. VI, *A*).

Ausser dem bereits Angeführten dürfte hier noch auf eine Erscheinung hingewiesen werden, welche besonders in Fig. I deutlich hervortritt. Die Zellconturen zeigen sich bei genauerer Betrachtung zwar auch nach sehr vorsichtiger Anwendung dünner Silberlösung oder nach vorangegangenem Abspülen nicht vollständig gradlinig, aber der stark gewundene Verlauf der schwarzen Linien muss entschieden als eine Folge der kräftigeren Wirkung des Höllensteins betrachtet werden, und da wir gesehen haben, dass sich die Silberlinien unter solchen Verhältnissen verbreitern, so ist es nicht unwahrscheinlich, dass die Biegung der Leistchen durch eine Volumzunahme in der Längsrichtung bedingt wird. An anderen Stellen mag es sich anders verhalten, und gilt dies namentlich für die ausgesprochenen Schlangenlinien, wie sie in den feinsten Lymphgefässen zum Vorschein kommen. Bei den zackigen Formen unserer Figur an eine lebendige Contraction der Zellen zu denken, wie dies *Klebs* für das hintere Epithel der Cornea annehmbar zu machen sucht*), dürfte desshalb nicht statthaft sein, weil den Zellen des serösen Epithels die Eigenthümlichkeiten mangeln, welche wir sonst an contractilem Protoplasma finden.

Um schliesslich mit dieser Frage zu Ende zu kommen, will ich noch der Möglichkeit gedenken, dass die Zwischensubstanz an einzelnen Punkten besonders angehäuft sein kann. Ist dies der Fall, so werden bei der Versilberung die kugeligen oder

*) Centralbl. für d. medic. Wissenschaft. 1864, 513.

spindelförmigen Anschwellungen entstehen, welche wir mitunter in die regelmässigen Liniennetze eingeschaltet finden. Ausser diesen schwarzen Massen finden wir aber zwischen den Zellen stellenweise auch helle Lücken, von einer feinen schwarzen Linie begrenzt. Abgesehen davon, welche Bedeutung diesen Löchern zukommt, wird man sie unverfänglich durch ein Auseinanderweichen der Zellgrenzen erklären können, und braucht alsdann nur noch die Annahme hinzuzufügen, dass beim Auseinanderweichen ein Theil der Zwischensubstanz an den Rändern hängen bleibt. Dieser Saum muss bei der Versilberung eine schwarze Grenzlinie geben.

Wir werden in den nachfolgenden Erörterungen nochmals auf die angenommene Zwischensubstanz Bezug zu nehmen haben.

2.

Jetzt gilt es, die Rolle zu erörtern, welche das Silber dem Bindegewebe gegenüber spielen soll. Auch hier sind, abgesehen von einzelnen früheren Beobachtungen, die Angaben *v. Recklinghausen's* massgebend geworden. Nach ihm entsteht in denjenigen Fällen, in welchen sich das Silber nicht in körnigem Niederschlage abscheidet, eine diffuse Färbung der Bindegewebsgrundsubstanz, und diese hinwiederum bedingt das Hervortreten vorhandener Hohlräume als scharf begrenzte weisse Lücken. Grössere Räume, in denen die zelligen Elemente liegen, und feinere verbindende Gänge stellen das »Saftkanalsystem« des Bindegewebes dar, welches noch dadurch eine weitergehende Bedeutung gewinnt, dass aus ihm die feinsten Lymphgefässe hervorgehen sollen. — Es durfte demnach der Versilberungsmethode als besonderes Verdienst angerechnet werden, die lang gesuchten Wurzeln der Lymphgefässe nachgewiesen zu haben.

Leider kann ich dies Verdienst als solches nicht anerkennen, hoffe vielmehr einen anderweitigen Beitrag zur Geschichte der Saftkanälchen geben zu können, welcher wenigstens insoweit, als die Versilberung dabei in Frage kommt, entscheidend sein dürfte.

In mir regten sich von vornherein Bedenken gegen die *v. Recklinghausen*'schen Saftkanäle, weil mir an gewissen Örtlichkeiten jede anatomische Grundlage für eine derartige

Bildung zu fehlen schien. In der Cornea z. B. oder in den Sehnen haben wir Fasern und Bündel und zwischen diesen Bündeln gewisse Räume. Es werden demnach die Zwischenräume als helle Lücken hervortreten, wenn sich die Substanz der Bündel färbt. In diesen Fällen werden offenbar die beim Versilbern erhaltenen Bilder durch die Configuration der Bindegewebsgrundsubstanz bedingt; wer aber, frage ich, hat an den serösen oder Synovialhäuten ohne Silber eine solche Gestaltung der Bindegewebshaut, wie sie nach den »braunen Bildern« gefordert werden muss, nachgewiesen oder auch nur nachzuweisen gesucht?*)

Wenn ich daher, um jedes Missverständniss zu vermeiden, nochmals besonders betone, dass sich meine Angaben über Saftkanälchen jetzt nur auf Pleura, Peritoneum und Synovialmembranen beziehen, so kann ich doch nicht umhin, auf ein Verhältniss von allgemeiner Bedeutung hinzuweisen. Nach den gemachten Annahmen entsprechen die weissen, verzweigten Stellen innerhalb der gefärbten Substanz den zelligen Elementen (*His*) oder wenigstens den Lücken, in welchen die Zellen liegen. Im Vorhergehenden aber sahen wir, dass zwischen den Eiweisskörpern und dem Arg. nitr. lebhafte Beziehungen vorhanden sind; wir werden im Folgenden die directe Verbindung des Salzes mit der Substanz der Zelle selbst kennen lernen, und dürfen daher wohl die Frage aufwerfen, wesshalb im Bindegewebe die Zellen stets als weisse Lücken in der Grundsubstanz erscheinen? Mag die Färbung übrigens noch so kräftig sein, nie macht sich eine Einwirkung des Silbers auf das Protoplasma der fraglichen Zellen bemerkbar. Nehmen wir hingegen recht feine Knorpelschnitte etwa vom Oberschenkelkopf eines Frosches, lassen sie 10—15 Minuten in einer halbprocentigen Lösung und spülen sie alsdann gut mit destillirtem Wasser ab, so werden mit der Grundsubstanz zugleich die Zellen gefärbt, und zwar zumeist intensiver als diese. Es handelt sich hier nicht etwa um einen körnigen Niederschlag innerhalb der Knorpelhöhle, sondern um eine gleichmässige braune Färbung ent-

*) Es ist nicht schwer, durch einfache Präparation die Grundhaut der Peritonealserosa isolirt zu gewinnen; man findet aber selbst bei genauer Untersuchung Nichts, wodurch sie sich in ihrer Textur von anderen Bindegewebshäuten unterscheiden liessen. — Vergl. die Arbeit von *C. Ludwig* und *Schweigger-Seidel* über das Zwerchfell des Kaninchens.

weder der ganzen Zelle oder des Kernes in bevorzugtem Grade. Beim Knorpel also kann die Silberlösung durch die Grundsubstanz hindurch bis zu den Zellen gelangen und diese verändern, beim Bindegewebe nicht? Wenn daher *His* annimmt, dass die weissen Lücken stark aufgequollenen Bindegewebszellen entsprechen*), so entbehrt die Behauptung jedweder Stütze, da wir keinen Grund haben, eine Unverletzlichkeit dieser Zellsubstanz dem Höllenstein gegenüber anzunehmen.

Zum Studium der Saftkanälchen an serösen Häuten hat *v. Recklinghausen* als besonders geeignet das Zwerchfell empfohlen, und in der That bietet dasselbe mannichfache Vortheile. Nur werden die Verhältnisse auf der pleuralen Seite desselben durch das Vorhandensein zahlreicher Lymphgefässe complicirter und schwerer zu beurtheilen; denn die Saftkanäle liegen nicht in gleichmässiger Schicht über die ganze Haut vertheilt, sondern nur zwischen den Gefässen, welche in Folge dessen bei der Versilberung als vielfach verbundene helle Strassen hervortreten.

Wenn ich nun in Bezug hierauf auch sagen muss, dass die mikroskopischen Bilder, welche man erhält, von *Recklinghausen* treffend geschildert sind, so kann ich doch nicht zugeben, dass alle Einwürfe, welche von Seiten der Kritik gegen die Deutung der Befunde im Speciellen erhoben werden können, berücksichtigt oder gar widerlegt wären.

Im näheren Eingehen hierauf berühre ich zuerst den Einwurf, welcher bereits von *Hartmann* gemacht ist, indem er sagt, dass man in den weissen Strassen zwischen den gebräunten Stellen nur eine Lage schwarzer Linien wahrnehmen könne, während doch eine doppelte Lage vorhanden sein müsse, wenn wirkliche Gefässe vorhanden seien. Das ist, wenngleich nur für einzelne Fälle, entschieden richtig und wird unter Anderen auch von *Hüter* anerkannt**). Derselbe glaubt zwar diesem Bedenken durch die Bemerkung begegnen zu können, dass »erfahrungsgemäss durch die Silberimprägnation von zwei sich deckenden Epithellagern fast regelmässig nur die oberflächlichste getroffen« werde, indess kann diese Entgegnung doch nicht für ausreichend erachtet werden, da auf die hier so be-

*) Zeitschrift für wissenschaftl. Zoologie 1863, 455.

**) *Virchow's* Arch. Bd. 36, S. 35.

tonte oberflächliche Wirkung der Silberlösung kein sehr grosser Werth gelegt werden kann, wenn man z. B. sieht, dass bei Versilberung der Hodenkanälchen die Wirkung sich sehr leicht durch die Tunica propria hindurch am Inhalte bemerkbar macht. Dem entsprechend kann man auch da, wo wirkliche Lymphgefässe vorliegen, stets zwei Lagen schwarzer Linien nachweisen, sowohl am Diaphragma als auch an anderen Orten. Wir werden desshalb nach einer anderen Erklärung suchen müssen.

Hieran schliesst sich bezüglich der Saftkanälchen ein anderer Punkt. Es liegen nämlich die Lymphgefässe entschieden unter dem Grundhäutchen der Serosa, und müssen demnach auch nach der Versilberung von demselben bedeckt sein. Wir werden desshalb von vornherein erwarten können, über den Lymphgefässen eine Schicht Saftkanälchen zu finden, falls in ihnen selbst die Silberzeichnung aufgetreten, da die bedeckende Bindegewebslage doch zuerst mit der Silberlösung in Berührung kommen musste. Nichtsdestoweniger entsprechen die Bilder dieser selbstverständlichen Forderung nicht, da die Saftkanälchen nur zwischen den Gefässen gefunden werden.

Was mich ferner im Anfange bei meinen Beobachtungen besonders beschäftigte, ist das Verhältniss der Saftkanälchen zu dem serösen Epithel, und vermisse ich in diesen Beziehungen bei *Recklinghausen* und Anderen ganz bestimmte Angaben. Ersterer führt zwar an, dass die Darstellung des Kanalsystems besser gelingt, wenn man das Epithel vorher entfernt, scheint jedoch, wie aus Fig. 1 seiner Taf. II geschlossen werden darf, anzunehmen, dass dasselbe auch unter dem erhaltenen Zelllager hervortreten könne. Ich suchte über ausgesprochenen Saftkanalbildungen die charakteristische Zeichnung des Epithels stets vergeblich, war aber auf der anderen Seite nicht im Stande, deutliche Saftkanäle hervorzurufen, wenn ich für eine ausreichende Entfernung des Epithels nach Maceration in Jodserum Sorge getragen hatte.

Eine Lösung dieser augenscheinlichen Widersprüche glaubte ich zu finden in einer genaueren Beachtung der allmähligen Veränderungen, welche die Epithelien selbst unter Einwirkung des Höllensteins eingehen können. Es ist bereits öfter erwähnt, dass bei der Silberbehandlung von Zellgeweben nicht immer bloss die schwarzen Conturlinien hervortreten, sondern dass sich unter Umständen eine diffuse Tinction ganzer Zellen bemerkbar

macht. Es darf dieselbe nicht verwechselt werden mit einer Trübung, bedingt durch einen körnigen Niederschlag auf der Oberfläche der Zelle, sondern es handelt sich hier um eine braune Färbung der Substanz selbst, um eine directe Verbindung derselben mit dem Silber. Dies wird dadurch noch deutlicher, dass der Kern in solchen Zellen meist durch seine lichtere Färbung hervortritt; er bleibt anfangs offenbar unbetheiligt und geht erst später in die allgemeine Veränderung ein. Dass dies bald früher, bald später eintritt, und dass die Einwirkung des Silbers bei der einzelnen Zelle an verschiedenen Punkten erfolgen kann, ergibt sich aus der beigefügten Zeichnung Fig. III. In derselben sind die einzelnen Zellformen von mir selbst mit möglichster Treue wiedergegeben worden, und habe ich mir nur in der Gruppirung einzelne Freiheiten erlaubt, insofern als ich die wichtigsten Formen auf einen kleineren Raum zusammengedrängt habe. Das Präparat war dem Peritoneum eines Frosches entnommen.

Gehen wir bei unserer weiteren Betrachtung von der einfachen gleichmässigen Färbung der Zellen aus (*a*), so kommen wir zu Formen, welche sich dadurch charakterisiren, dass in der dunkelbraunen Zellsubstanz sich zahlreiche helle Punkte eingefunden haben (*b*), und dass dieselbe in Folge dessen siebförmig durchlöchert erscheint. Neben diesen kleinen Löchern treten alsdann grössere Lücken auf, welche von Bogenlinien begrenzt eine zackige Gestalt besitzen (*c*). Die Vacuolen können zu mehreren in einer Zelle vorhanden sein (*d*), oder es hat sich eine einzelne grössere ausgebildet.

Hiermit wären im Allgemeinen die Umänderungen, welche eine Zelle erleiden kann, hinreichend gekennzeichnet, und kommt es beim Weiterumsichgreifen des Auflösungsprocesses nur zu einer grösseren Complication der Formen. Während nämlich anfangs die einzelnen Zellen getrennt bleiben, verwischen sich allmählig die Grenzen derselben, indem ein Zusammenfliessen der veränderten Zellsubstanzen und der gebildeten Vacuolen erfolgt. Einen solchen Fall sehen wir in unserer Figur bei *e*. Die Mannichfaltigkeit der wohl mehr zufälligen Gestaltungen ist eine so grosse, dass es durchaus unzulässig erscheint, dieselben genauer beschreiben zu wollen; es verdient jedoch noch erwähnt zu werden, dass es unter Umständen auch zur Bildung von Lücke zwischen den einzelnen Zellen kommt, wie dies durch Fig. I

veranschaulicht wird. (Zwerchfell des Kaninchens.) Es liegt hier im Allgemeinen eine wohl unzweifelhafte Schrumpfung der mit der Silberlösung in Berührung gekommenen Substanz vor. Die Masse wird sich *in toto* zusammenziehen, wenn die Zellränder gelockert; sind sie dagegen fixirt, so wird eine Vacuolenbildung im Innern eintreten.

Während es nun in den beschriebenen Fällen durchaus wahrscheinlich ist, dass es sich um eine Veränderung der Zellen selbst handelt, kann man dies von anderen Stellen nicht gut behaupten. So scheint aus dem Vorhandensein der dunkeln Linie zwischen Zelle *a* und *b* in Fig. V vielmehr auf eine Auf- oder Unterlagerung geschlossen werden zu können (*c*); dann sieht es wieder einmal so aus, als ob eine Zelle ganz herausgefallen sei und das darunter Liegende sichtbar geworden, kurz, wir sind häufig weit davon entfernt, eine ausreichende Erklärung aller Verhältnisse geben zu können. Besonders schön sind die verwirrenden Bilder, wenn man absichtlich vor der Versilberung eine Umänderung des Zelllagers gesetzt hat. Fig. VI *A* von der Pleura eines Hundes nach länger dauernder Entzündung, erklärt sich in Folge der leichten Isolirbarkeit der Elemente durch ein Eingebettetsein rundlicher Zellen von verschiedener Grösse in eine weiche Masse, deren Vertheilung keine gleiche ist; mit dieser Erklärung reichen wir aber bei Fig. VI *B* von der Bauchwand eines Hundes (24 Stunden nach einer Einspritzung von Berliner Blau in Zuckerlösung) nicht aus. Es ist übrigens auch nicht nöthig, einen Entscheid über die einzelnen Fälle zu geben, da wir gleich sehen werden, dass es eine Art der sogenannten Saftkanalbildung ohne directe Betheiligung der Zellen gibt.

In den Arbeiten über die Versilberungsmethode findet man mehrfache Klagen über eine gewisse Unsicherheit des Verfahrens, insofern man es nicht recht in der Gewalt habe, die einfachen Liniennetze oder die Saftkanäle hervorzurufen. Dies kann aber offenbar nur so lange gelten, als man über die eigentlichen Bedingungen des Entstehens im Unklaren ist, und glaube ich jetzt diesem Mangel abhelfen zu können: Nimmt man Pleura und Peritoneum in unverändertem Zustande, so werden bei sonst vorsichtiger Anwendung der Silberlösung unausbleiblich die schwarzen Liniennetze zum Vorscheine kommen. Wenn man hingegen die Epithelien in einer b e s t i m m t e n Weise entfernt, so erzeugt das Silber mit Sicherheit Saftkanäle.

Die Entfernung des Zelllagers kann man auf verschiedene Weise vornehmen. Entweder so, dass man über die Serosa einfach mit einem Haarpinsel hinfährt, oder dadurch, dass man das ausgebreitete Membranstück auf das (mir wenigstens) kürzlich bekannt gewordene Gelatinepapier aufdrückt. Giesst man nach Abheben der Haut Silberlösung sowohl auf diese als auf das Gelatinepapier, so erhält man auf der einen Seite die blass conturirten aber ganz deutlichen Epithelzellen, auf der anderen die Saftkanälchen. In einem analogen Vorgange dürfte die günstige Wirkung des von *Recklinghausen* angegebenen Verfahrens liegen, wonach man das Zwerchfell auf mit Silberlösung durchtränktes Filtrirpapier ausbreiten soll, wenigstens erhält man unter Einwirkung des Lichtes auf das Papier nach Hinwegnahme des Membranstückes einen genauen Abdruck desselben, indem die bedeckt gewesene Fläche sich sehr schnell braun färbt. Es ist also auf dem Papier etwas sitzen geblieben und zwar, wie aus dem früher Angegebenen hervorgeht, eine Verbindung des Silbers mit Eiweiss. Bei der ungleichen Oberfläche des Papiers vermag man etwaige zellige Elemente nicht aufzufinden.

Nimmt man das Stück eines Zwerchfells, dessen Pleurafläche zur Hälfte mit dem Pinsel bestrichen, so entsteht durch die Versilberung eine äusserst scharfe Grenze zwischen Epithellager und Saftkanälen. Letztere erstrecken sich nicht unter die Zellen. Sie sind in der Grenzschicht am schönsten ausgebildet, verlieren sich von hier aus allmählig und können schliesslich ganz verschwunden sein, wenn man an Stellen kommt, welche etwas kräftiger mit dem Pinsel bearbeitet. Sollte das Saftkanal führende Bindegewebe unter dem Pinsel verloren gegangen sein? Gewiss nicht; denn es gibt ein anderes Verfahren, welches zu einem gleichen Resultat führt, ohne dass ihm derselbe Vorwurf gemacht werden kann. Wenn man nämlich ein Centrum tendin. nach vorsichtigster Anwendung des Pinsels oder nach dem Aufdrücken auf Gelatinepapier, wie früher das Epithel, mit Zuckerwasser abspült, so bleibt die Bildung der Saftkanäle aus oder entsteht nur in sehr unvollkommenem Grade, je nachdem man den Flüssigkeitsstrom längere oder kürzere Zeit über das Präparat fliessen liess. Dasselbe ereignet sich, wie angeführt, nach genügender Entfernung des in Jodserum macerirten Epithels durch Abstreifen. Auch nach Anwendung dieses Verfahrens vermag man Saftkanälchen gar nicht oder nur andeutungsweise herzu-

stellen. Dass das Zuckerwasser nicht etwa eine Veränderung des Gewebes bedingt, welche die Silberwirkung unmöglich macht, kann man durch Einlegen einer Froschcornea in die angewendete Lösung darthun. Selbst nach mehrstündigem Liegen färbt sich die Zwischensubstanz noch ganz gut.

Nimmt man zu diesen Beobachtungen die bereits mitgetheilten hinzu, so kann man den Ausspruch wagen, dass die sogenannten Saftkanälchen in den hier behandelten Fällen mit Bindegewebe gar nichts zu thun haben. Vielmehr wird aus den Untersuchungen der Synovialmembranen deutlich hervorgehen, dass in dünnen Schichten einer eiweissartigen Substanz durch Silberlösungen ganz analoge Bildungen hervorgerufen werden können. Gegen die Annahme einer solchen Schicht unter den serösen Epithelien scheint mir nichts zu sprechen, da wir so zu der Frage berechtigt sind, durch was die platten, jedes Fortsatzes entbehrenden Zellen auf dem Grundhäutchen festgehalten werden. Hier haben wir eine Masse, welche die Aufkittung bewirkt; es ist dieselbe, welche in die Furchen zwischen die Zellen eindringt und deren Verklebung veranlasst. Sie verdient eine genauere Beachtung; denn einerseits kann ich jetzt schon sagen, dass sie nicht überall gleichmässig entwickelt ist, und anderseits lässt sich von vornherein nicht absehen, inwieweit sie für die Ernährung und eine etwaige Regeneration der Zellen von Bedeutung ist. Besser aber als durch Silberlösung scheint sie mir nicht demonstrirt werden zu können.

Vergleicht man übrigens unsere Figuren mit den Abbildungen, welche *v. Recklinghausen* und Andere gegeben haben, so kann es nicht zweifelhaft sein, dass wir dasselbe vor uns hatten. Die vermeintliche dunkel gefärbte Bindegewebs-Grundsubstanz entspricht der durch die Verbindung mit Argent. nitric. veränderten Eiweisssubstanz, theils der Zellen selbst, theils der Kittmasse, und die Saftkanäle entsprechen dem Systeme von Lücken, welche durch den Zerfall der Substanz in einzelne, unregelmässig gestaltete Massen entstanden und ihre eigenthümliche Form erhalten haben. Die sich durchschnittlich wohl ziemlich gleichbleibende Beschaffenheit und Dicke der Eiweissschicht bietet die Bedingungen für eine gewisse Regelmässigkeit der Bilder, obwohl dieselbe zugestandenermassen keine sehr grosse ist. Es ist doch eigentlich stets nur der allgemeinste Typus der Bildungen der gleiche.

Nothwendigerweise haben wir jetzt noch auf das Verhältniss einzugehen, welches zwischen besagten Saftkanälchen und den Lymphgefässen obwalten soll, weil es nicht ersichtlich, wie sich das Fehlen derselben über den Lymphgefässen des Centrum tendin. erklären lässt. Dass dies mit der *Recklinghausen'*-schen Voraussetzung nicht geht, wurde bereits erwähnt, aber auch unsere Deutung scheint nicht darauf zu passen. Etwaige Strassen unveränderten Epithels als Ausdruck von Gefässbahnen ansehen zu wollen, ist nicht statthaft, denn abgesehen von der geradlinigen Begrenzung ist die Form der Liniennetze eine ganz andere. In den Lymphgefässen finden wir spindelförmige Maschen, deren beide Lagen sich gewöhnlich kreuzen (Fig. IX). Injection allein oder mit nachfolgender Versilberung lassen über die Natur der Bahnen gar keinen Zweifel, und müssen alle Einwürfe in dieser Beziehung als ungerechtfertigt zurückgewiesen werden.

Über diesen Punkt Folgendes: Legt man ein frisches Zwerchfell vom Kaninchen mit der Peritonealseite auf eine Glasplatte und schüttet nach gehöriger Ausbreitung auf die freie Seite Silberlösung, so machen sich bei beginnender Oberflächentrübung durchscheinende Bahnen bemerkbar, welche nach der Reduction der Silberverbindung um so deutlicher werden. Sie haben einen ganz charakteristischen Verlauf und entsprechen den Lymphnetzen. Die Präparate, zu deren Darstellung sich besonders die hinteren Abschnitte des Centrum tendin. empfehlen, sind so leicht zu gewinnen, dass dem bereits Bekannten nichts Weiteres hinzugefügt zu werden braucht.

Uns interessirt hier nur der Umstand, dass an solchen Präparaten die Epithellage vollständig erhalten sein kann, aber insoweit ein bisher nicht beachtetes Verhalten darbieten, als die Zellen über den Gefässen eine andere Beschaffenheit zeigen, als zwischen denselben. Bei intensiverer Silberwirkung ist der Unterschied auffälliger. — Die Zellen, welche die Lymphbahnen bedecken, sind hell, von zarten Linien eingefasst (Fig. VII *a*), die innerhalb der Gefässmaschen dunkel gefärbt mit meist sichtbarem Kern und breiteren Grenzschichten (*b*).

Ihr Imbibitionsvermögen ist also jedenfalls ein anderes. Da sich der Unterschied auch nach Abspülen der Haut findet, so kann es sich nicht bloss um eine Auflagerung handeln.

Die Zellen über den Lymphgefässen scheinen mit dem Grund-

häutchen inniger verbunden, wenigstens bleiben sie beim leichten Abpinseln stellenweis sitzen, und findet man alsdann Züge regelmässig polygonaler Zellen zwischen den Pseudosaftkanälchen. Allerdings kann der Grund für das Sitzenbleiben dieser Epithelschichten auch darin gesucht werden, dass der Pinsel ohne sie zu berühren darüberhin gefahren, weil die Schichten über den Gefässen mitunter eingesunken gefunden werden. Je nach dem Füllungsgrade der Gefässe muss auch die Spannung dieser Schichten eine verschiedene sein; sie werden unter Umständen, wenn auch mit geringfügigen Unterschieden, inniger an die Lungen gepresst werden, und können wir in der Veränderlichkeit der Lage entschieden einen gewissen Anhaltepunkt für das abweichende Verhalten der Epithelschichten finden.

Dass übrigens auch an diesen Stellen eine Kittsubstanz des Zelllagers vorhanden ist, geht daraus hervor, dass eine Vacuolenbildung schwach angedeutet auch auf der Decke der Lymphbahnen gefunden werden kann. Anders zwischen den Gefässen. Bei starker Silberimprägnation tritt unter dem Epithel eine meist gleichmässig braun gefärbte Schicht hervor, welche an der Grenze der Gefässe, also da, wo die Beweglichkeit des Epithellagers beginnt, besonders ausgebildet ist, so dass sie als dunkle Linie erscheint (Fig. VIII). Sie bleibt auch nach Entfernung der Zellen bestehen, geht aber hierbei ihrer Gleichmässigkeit verlustig. Besonders deutlich zeigt sich dies nach Anwendung des Pinsels. Man sieht die mit dem Silber sich braun färbende Masse über das Lymphgefäss in feinen Zügen wie hingeschmiert; es kann ferner die Grenzlinie an einzelnen Punkten zerrissen werden (Fig. IX *a*), und entstehen so die scheinbaren Communicationen zwischen Lymphgefäss und Saftkanälchen, welche wir auch bei *Recklinghausen* in derselben Weise mehrfach abgebildet finden. Die eigentliche Grenze der Gefässe ist wegen ihrer Zartheit nicht zu erkennen. Interessant sind noch die Stellen, an denen das Lymphgefäss eine Einschnürung besitzt. Wir sehen hier (Fig. IX *b*), und können es auch anderwärts häufig wahrnehmen, einen dunkeln Faden quer über das Gefäss gespannt, und werden es begreiflich finden, dass die sich färbende Masse in der Einschnürungsfurche reichlicher vorhanden war.

Wahrscheinlich wird es bei diesen Verhältnissen etwas auf die Art der Präparation ankommen, wenigstens vermochte *His*

die *Recklinghausen*'schen Bilder von der Communication der Lymphgefässe mit den Saftkanälchen nicht wiederzufinden. Derselbe Beobachter bemerkt übrigens noch, dass wirkliche Lymphgefässe stets glatte Conturlinien besitzen und nicht unregelmässige zackige, wie sie bei *Recklinghausen* in Fig. 2 der Taf. I und in Fig. 2 der Taf. II dargestellt sind. *His* denkt an ein Versehen der Zeichner oder glaubt die Veranlassung zur Täuschung in einem Überdecktwerden der Gefässwände von Seiten der Saftkanälchen suchen zu dürfen. Letzteres mit einem gewissen Recht, denn die Grenzlinie der Pseudosaftkanälchen entspricht nicht der eigentlichen Gefässcontur, welche tiefer liegt.

So viel über die fraglichen Verhältnisse. Ich denke, dass meine Beobachtungen genügen werden, kann jedoch dieses Thema nicht verlassen, ohne die Synovialmembranen behandelt zu haben.

Hüter beschäftigt sich in seiner bereits erwähnten Arbeit ausführlicher mit den Gelenkflächen und Gelenkkapseln und überrascht den Leser mit der Behauptung, dass die innerste Schicht der Synovialhaut aus der Reihe der epithelialen Bildungen zu streichen sei. Es sollen vielmehr hier nur zarte Schichten von Bindegewebe vorhanden sein, und wird dasselbe epitheloid genannt, wenn durch das relative Verhältniss der Lücken zur Grundsubstanz der Anschein eines Epithels erzeugt wird, oder keratoid, wenn Bilder entstehen, wie bei Versilberung der Cornea.

Diese Ansicht kann nur bedingt sein durch die ausschliessliche Anwendung der Versilberungsmethode; denn die Gelenkkapseln besitzen ein wirkliches Epithel, und der einzige Fehler desselben besteht darin, dass er durch die gewöhnliche Anwendungsweise dieser Methode nicht sichtbar gemacht werden kann.

Die mikroskopischen Befunde nach Application des Argent. nitric. sind von dem Beobachter mit grosser Genauigkeit und Ausführlichkeit geschildert, aber ein anderweitiger Nachweis des bindegewebigen Substrates ist ihm nach eigenem Geständniss nicht gelungen, und diesen muss man doch Angesichts der Erfahrungen an den serösen Häuten verlangen. Auf die allgemeinen Betrachtungen, durch welche *Hüter* seine Annahme zu stützen sucht, will ich hier nicht eingehen, sondern nur Beobachtung gegen Beobachtung stellen. Wenn wir aber durch diese

nachweisen können: 1. dass ein Epithel vorhanden, und 2. dass die eigenthümliche Silberschicht über demselben liegt, so werden wir darin einen gewichtigen Beleg für unsere Behauptung über Entstehung der Saftkanälchen finden können.

Zunächst über die Erscheinung nach Anwendung des Silbers. Schüttet man eine Lösung von Argent. nitric. (etwa $\frac{1}{4}$ Proc.) auf ein Stück herausgeschnittene und leicht geschrumpfte Synovialmembran *), spannt dieselbe nach gehöriger Einwirkung des Salzes aus, so bekommt man, den vorhandengewesenen Falten entsprechend, weisse Streifen zwischen den gefärbten Partien und gewahrt nach Carminisirung der Präparate in den Streifen ovale Kerne in ziemlich regelmässiger Lage, welche beim Aufblicke unter der Silberschicht liegen. Sie müssen als Epithelkerne angesehen werden. Dies Verhalten sowie die durchschnittliche Configuration der Silberzeichnung sucht Fig. X wiederzugeben. Richten wir auf letztere ein genaueres Augenmerk, so sieht man Kanälchen mit erweiterten Knotenpunkten einmal übergehen in Bildungen, in welchen rundliche helle Räume einfach durch schmälere oder breitere dunkle Linien getrennt werden, das andere Mal aber kommen wir durch allmählige Übergänge zu Stellen, wo in einer gleichmässig braunen, anscheinend erstarrten Schicht nur äusserst feine Risse und punktförmige Löcher wahrgenommen werden können. Ich sah dies besonders schön an einem menschlichen Kniegelenk, welches keine krankhaften Veränderungen erkennen liess, sondern sich nur durch die relative Trockenheit seiner Synovialmembran auszeichnete.

Ähnliche Bilder, wie die zuletzt erwähnten, erhält man durch folgendes Verfahren. Man breitet ein Stück Synovialis auf dem erwähnten Gelatinepapier aus und bringt nach der Hinwegnahme desselben Silberlösung auf, spült nach einiger Zeit ganz leicht ab und untersucht mit Glycerinzusatz. Nach der Reduction sieht man alsdann eine dünnschichtige Auflagerung in ihrer Gleichmässigkeit unterbrochen von grösseren oder kleineren Öffnungen und Rissen. Es bieten sich im Allgemeinen Erscheinungen dar, wie wir sie früher beim Ergriffenwerden der Zellsubstanzen geschildert haben, und wird jedenfalls die

---

*) Ich benutzte zu meinen Untersuchungen, als mir am leichtesten zugänglich, Hunde. An grösseren Exemplaren kann man ausreichende Partien Synovialmembran gewinnen, indem man an den seitlichen Partien schichtenweise die Gewebe von Aussen abträgt.



dort versuchte Erklärung auch hier Anwendung finden. Es ist nicht etwa die Gelatine selbst, welche hierbei in Wirksamkeit tritt, sondern es handelt sich stets um eine Auflagerung; es ist aber ebensowenig die abgehobene Intima der Synovialis, denn man sieht an dem benutzten Stück der Membran dieselben Erscheinungen eintreten, wie an anderen.

Wenn es nun auch hier wahrscheinlich wird, dass die »Saftkanälchen« eines bindegewebigen Substrates entbehren, so fragt es sich, ob die Methoden, welche wir bei den serösen Membranen angewendet haben, zu denselben Resultaten führen. Was die Bepinselung betrifft, so muss dieselbe energischer ausgeführt werden, da es gilt, die zähflüssige Synovia zu entfernen, um tiefer greifen zu können. Dasselbe gilt von dem Bespülen mit Zuckerlösung, und kann man aus den Versuchen schliessen, dass auf der Intima der Gelenkkapseln eine fester adhärirende Schicht von Synovia sitzt. Die Innenfläche der Kapseln behält desshalb auch bei entschiedenerem Eingreifen ihr glattes glänzendes Aussehen, und ist dies nicht wunderbar, wenn man bedenkt, welch andauernden Reibungen dieselbe bei den Bewegungen der Gelenke ausgesetzt ist.

Dementsprechend gelingt es auch seltener, die Vacuolen bildende Schicht auf grössere Strecken gänzlich zu entfernen, während sie sichtbar allmählig zarter wird und sich stellenweise ohne scharfe Grenze ganz verliert. Die Art der Silberzeichnung, wie sie in Fig. X vorliegt, ist schneller zum Verschwinden zu bringen. Auf diesen Punkt wolle man ganz besonders achten. Nach zeitweisem Liegen in Zuckerwasser oder länger dauerndem Abspülen tritt nämlich an den Gelenkkapseln das etwas zweideutig erscheinende, aber interessante Verhalten auf, dass die Lücken regelmässiger werden, sehr feine sternförmige Ausläufer bekommen (keratoide Form nach *Hüter*) und in ihrem Innern einen Kern erkennen lassen (Fig. XI). Untersuchen wir genauer, inwieweit diese Beobachtung im Stande ist, die übrigen Resultate meiner Arbeit zu beeinträchtigen, so ist auf folgende Punkte aufmerksam zu machen. Die Silberfärbung ist meist eine sehr lichte, und schwindet an den Stellen, wo sie sich allmählig ganz verliert, jedwede Andeutung einer sternförmigen Figur. Wir finden schrittweise vorwärtsgehend ein einfaches kernhaltiges Häutchen, ohne zwischen den Kernen selbst bei starker Vergrösserung und guter Beleuchtung ein Kanalsystem wahrnehmen

zu können, was da unbedingt gefordert werden kann, wo es sich um isolirte, frei liegende Schichten von der grössten Feinheit handelt. Ein Kanalsystem lässt nothwendigerweise eine gewisse Festigkeit und Dichte der Grundlage voraussetzen. Dass aber das Silber mit solchen Stellen in Berührung gekommen, folgt unmitttelbar aus der mitunter sehr deutlichen braunen Färbung der Kerne. Hierzu kommt noch, dass die Kerne die Lücken fast ganz ausfüllen und keine umgebende Protoplasmaschicht zu besitzen scheinen, und dass sie ganz dieselbe Gestalt und Grösse zeigen, wie im isolirten Epithelialhäutchen. — Auf der anderen Seite ist zu beachten, dass sich vor der angeführten Behandlung der Haut nie ein Kerngebilde vorfindet, und ist schliesslich, um eine Erklärung des Befundes aufstellen zu können, nur noch die allgemein gültige Annahme zu berücksichtigen, dass die voluminöseren Kerne über die Oberfläche der epithelialen Zelllager hervorragen, wie denn an serösen Häuten die Kerne mitunter nur dadurch sichtbar werden, dass sich um dieselben herum ein Silberniederschlag auf der Zelloberfläche einfindet.

Hiernach wird sich die Sache wohl folgendermassen verhalten. Die bedeckende Schicht, welche sich mit dem Silber verbindet, ist so dünn geworden, dass die Kerne durch sie hindurch ragen. Hiermit sind in der Schicht bereits Lücken gegeben, welche sich unter der Wirkung des Höllensteins nur etwas zu vergrössern und durch Spaltgänge zu verbinden brauchen, um die gezeichneten Figuren entstehen zu lassen. In derselben ist bei etwas starker Vergrösserung wiederzugeben versucht, wie die braune Einfassung der Kerne allmählig schwindet. Die Kerne sind etwas deutlicher gezeichnet, als sie gewöhnlich sind. Erwähnen möchte ich noch, dass die exquisiten Formen von »keratoidem Bindegewebe«, welche *Hüter* in Fig. 9 und 10 abgebildet hat, aus Gelenken bei Hydarthrus chronicus und Pyarthrus acutus entnommen sind, also Fällen angehören, bei denen die Synovia eine wesentliche Veränderung erfahren und vielleicht auf natürlichem Wege zum Theil entfernt worden. Der Unterschied zwischen »epitheloiden« und »keratoiden« Bildungen beruht meiner Meinung nach einzig in der Dicke der aufgelagerten Eiweissschicht. Dadurch, dass man dieselbe zum Schwinden bringt, kann man eine Form in die andere überführen.

Was das Epithel der Gelenkkapseln betrifft, so kann ich mich nach dem Angeführten kurz fassen, da es nicht im Plane

dieser Abhandlung liegt, Ausführlicheres über dieses noch nicht vollständig klare Thema beizubringen.

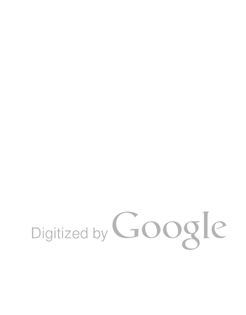
Eine epitheliale Auskleidung der Gelenkhöhle ist nicht überall leicht nachzuweisen, weil die Verbindung mit der bindegewebigen Grundlage eine sehr innige zu sein scheint. Jedenfalls sind die Verhältnisse im Wesentlichen abweichend von den serösen Häuten, obgleich es auch hier durch längeres Liegenlassen in Jodserum gelingt, grössere Fetzen eines Häutchens zu isoliren, wie ich es in einem kleinen Abschnitt in Fig. XII dargestellt habe. Ich wüsste nicht, wesshalb man solche abgehobene Schichten, die man auch mit den tieferen Lagen in Verbindung sehen kann, anders als Epithel bezeichnen sollte. Die Zellconturen lassen sich auch an anderen Stellen nach einfacher Isolation nicht erkennen, besonders wenn man, wie hier, in Glycerin untersucht. Feine Faltungen beweisen die grosse Zartheit des Häutchens. Die Form der Kerne ist die für Epithelien charakteristische (Länge im Mittel 0,010, Breite 0,006 Mm.); dass dieselben besonders an den schmäleren Seiten von einer etwas glänzenderen Schicht umgeben sind, bemerkt man unter Anderem auch an den Epithelauskleidungen der Lungenalveolen ebenso wie das stellenweise Herausfallen einzelner Kerne.

Die Abbildung ist einem Präparate vom Hunde entnommen, indess dürfte es sich auch beim Menschen im Wesentlichen ebenso verhalten. Nur darf das nicht unberücksichtigt bleiben, dass das Epithel nicht an allen Punkten eines Gelenkes das gleiche zu sein scheint, wie wir denn bei einigen Autoren von einem stellenweise mehrschichtigen Epithel lesen. Hierüber wird noch Weiteres zu ermitteln sein.

Erklärung der Abbildungen.

Fig. I. Serosa des Zwerchfells vom Kaninchen. *A* frisch, *B* nach Abspülen mit Zuckerlösung.
Fig. II. Aus dem Inhalte der Hodenkanälchen (Ratte) nach Versilberung.
Fig. III. Vom Peritoneum des Frosches. Veränderung der Substanzen der Zellen durch Silberlösung.
Fig. IV u. V. Dasselbe vom Zwerchfell des Kaninchens. Pleuraseite.
Fig. VI. *A* Versilberung bei chronischer Pleuritis. *B* bei acuter Peritonitis (Hund).
Fig. VII. Pleura des Zwerchfells vom Kaninchen. *a* Zellen über, *b* zwischen den Lymphgefässen.
Fig. VIII. Dasselbe bei stärkerer Vergrösserung. Grenzlinie des Lymphgefässes.
Fig. IX. Ebendaher nach Entfernung des Epithels. Lymphgefäss mit Netzlinien und anhängende sogenannte Saftkanälchen.
Fig. X. Synovialmembran des Kniegelenkes nach partieller Silberwirkung.
Fig. XI. Ebendaher. Sternförmige Vacuolen-Kerne einschliessend.
Fig. XII. Isolirtes Epithelhäutchen der Gelenkkapsel (Hund).

Die Vergrösserung ist mit Ausnahme der Fig. VII und XI durchschnittlich eine 300fache. Erstere ist 200-, letztere 500mal vergrössert.



W. Weber, *Theorie der durch Wasser oder andere incompressibele Flüssigkeiten in elastischen Röhren fortgepflanzten Wellen.*

§ 1. Bezeichnet ϱ die Dichtigkeit des Wassers (oder einer anderen incompressibelen Flüssigkeit) und r den Halbmesser der Röhre, so wird die Wassermasse, welche in dem Zeitelemente dt mit einer geringen Geschwindigkeit c durch den Querschnitt πrr geht, durch

$$\pi\varrho rrcdt$$

ausgedrückt. Bezeichnet $\pi\varrho(r+dr)^2(c+dc)dt$ dasselbe für einen andern Querschnitt, welcher um dx von dem ersteren entfernt ist; so giebt der Unterschied die Vermehrung der Wassermasse in dem zwischen beiden Querschnitten liegenden Röhrenelemente dx, während des Zeitelements dt, für cylindrische Röhren, deren Elasticität nur sehr kleine Aenderungen von r zulässt, so dass cdr gegen rdc sehr klein ist,

$$= -\pi\varrho rr dcdt.$$

Durch diese Vermehrung der Wassermasse im Röhrenelemente dx wird der Halbmesser r dieses Elements, wenn auch nur sehr wenig, um dr vergrössert und hiernach lässt sich dieselbe Wassermasse durch $2\pi\varrho rdrdx$ ausdrücken; folglich ist

$$-\pi\varrho rr\, dc\, dt = 2\pi\varrho r\, dr\, dx$$

oder

$$-\frac{dc}{dx} = \frac{2}{r}\frac{dr}{dt} \qquad (1.)$$

§ 2. Einem bestimmten Drucke der Flüssigkeit P entspricht eine bestimmte Erweiterung der elastischen Röhre, welche durch die Vergrösserung ihres Halbmessers $= \varepsilon$ gegeben sei. Man setze $\frac{\varepsilon}{P} = a$. Nach diesem festgesetzten Verhältnisse ergiebt sich aus dem Gesetz der Elasticität zwischen der Zu-

nahme des Halbmessers der Röhre dr und der Zunahme des Druckes der Flüssigkeit in der Röhre die Gleichung:

$$dr = adp \,. \tag{2.}$$

Findet nun in zwei Querschnitten, deren Abstand dx ist, der Druckunterschied dp statt; so wird nach dem allgemeinen Bewegungsgesetze die Beschleunigung der Flüssigkeit zwischen diesen beiden Querschnitten dargestellt durch

$$-\frac{dc}{dt} = \frac{dp}{\varrho\, dx} = \frac{dr}{a\varrho\, dx} \tag{3.}$$

§ 3. Durch Differentiation der beiden Gleichungen (1) und (2), nämlich:

$$-\frac{dc}{dx} = \frac{2}{r}\,\frac{dr}{dt} \text{ und } -\frac{dc}{dt} = \frac{dr}{a\varrho\, dx}$$

erhält man endlich

$$-\frac{ddc}{dx\, dt} = \frac{2}{r}\,\frac{ddr}{dt^2} \text{ und } -\frac{ddc}{dx\, dt} = \frac{ddr}{a\varrho\, dx^2}$$

und hieraus die Gleichung der Bewegung:

$$\frac{2}{r}\,\frac{ddr}{dt^2} = \frac{ddr}{a\varrho\, dx^2}$$

oder

$$\frac{ddr}{ddt^2} = \frac{r}{2a\varrho}\cdot\frac{ddr}{dx^2} \tag{4.}$$

§ 4. Diese Gleichung für die Bewegung des Wassers in elastischen Röhren, wonach der zweite partielle Differentialcoefficient der Variabelen in Beziehung auf die Zeit zu dem zweiten Differentialcoefficienten derselben Variabelen in Beziehung auf den Raum in einem constanten Verhältnisse steht, stimmt ihrer Form nach mit der Gleichung für die Bewegung der Luft in festen Röhren und mit der Gleichung für die Bewegung gespannter Saiten ganz überein, und es ergeben sich daraus auf gleiche Weise die Gesetze der Wellenfortpflanzung, welche daher nicht besonders entwickelt zu werden brauchen.

§ 5. Nur die Bedeutung der constanten Grösse $\frac{r}{2a\varrho}$ in der oben gefundenen Bewegungsgleichung, welche das constante Verhältniss der beiden partiellen Differentialcoefficienten zu einander ausdrückt, bedarf noch einer Erläuterung. Bekannt-

lich hat diese Constante darum eine besondere Wichtigkeit, weil sie in der Entwickelung der Gesetze der Wellenfortpflanzung die Bedeutung des Quadrats der Wellengeschwindigkeit erhält. Aus der Zusammensetzung dieser constanten Grösse $\frac{r}{2a\varrho}$ selbst geht aber hervor, dass sie nichts anderes ist, als die Hälfte des Elasticitäts-Modulus der Röhre, wenn man unter Elasticitäts-Modulus denjenigen specifischen Druck (d. i. ein Druck Q dividirt durch die Dichtigkeit ϱ der drückenden Flüssigkeit) versteht, welcher nach dem elastischen Gesetze einer Verdoppelung des Röhrenhalbmessers entspricht. Bezeichnet man also die Geschwindigkeit der Fortpflanzung der Wellen mit V und den Elasticitäts-Modulus mit M, so hat man die Gleichungen

$$VV = \frac{r}{2a\varrho} = \frac{1}{2} M \qquad (5.)$$

Denn nach der durch die oben gefundene Gleichung (2), nämlich $dr = adp$, gegebenen Proportion ist $r = aQ$, folglich $\frac{r}{2a\varrho} = \frac{1}{2}\frac{Q}{\varrho} = \frac{1}{2} M$.

Diese Bedeutung der Constanten in unserer Theorie unterscheidet sich nun von der Bedeutung derselben in den Wellentheorien der Luft und gespannter Saiten blos dadurch, dass in den letzteren an die Stelle der Hälfte des Elasticitäts-Modulus der ganze Elasticitäts-Modulus zu setzen ist, vorausgesetzt, dass man unter Elasticitäts-Modulus bei der Luft denjenigen specifischen Druck versteht, welcher einer Verdoppelung der Dichtigkeit entspricht, und bei gespannten Saiten die specifische Spannung der Saite, d. i. die Kraft, mit welcher die Saite gespannt wird, dividirt durch die Masse der Längeneinheit.

Dieser Unterschied beruht aber blos darauf, dass die elastische Röhre sich nach allen Richtungen zugleich ausdehnt, während die Beugung einer gespannten Saite und die Verschiebungen der Lufttheilchen in einer festen Röhre immer nur nach einer Richtung geschieht. Setzt man nämlich, statt einer nach allen Richtungen ausdehnbaren Röhre, eine Röhre, die blos nach einer Richtung ausdehnbar ist (z. B. eine horizontale Röhre, welche blos oben und unten elastische Wände, auf beiden Seiten aber feste Wände hat), so fällt dieser Unterschied weg, d. h. das Quadrat der Geschwindigkeit, mit welcher die Wellen fort-

gepflanzt werden, ist in einer solchen Röhre, unter sonst gleichen Verhältnissen, doppelt so gross wie in einer nach allen Richtungen ausdehnbaren Röhre, oder es ist

$$VV = M \tag{6.}$$

gerade so, wie bei den Wellen in der Luft und an gespannten Saiten.

§ 6. Das Gesetz der Geschwindigkeit, mit welcher sich die Wellen einer incompressibelen Flüssigkeit in elastischen Röhren fortpflanzen, lässt sich nach der oben begründeten Theorie kurz in Worten auf folgende Weise aussprechen. Das Quadrat der Geschwindigkeit, mit welcher diese Wellen fortgepflanzt werden, ist dem in der Röhre vorhandenen specifischen Drucke der Flüssigkeit dividirt durch die von diesem Drucke hervorgebrachten in Theilen der ganzen Röhrenweite ausgedrückten Erweiterung gleich. Die Geschwindigkeit der Wellen nimmt also sowohl mit der Weite der Röhre, als auch mit der Elasticität ihrer Wände zu und ist der Quadratwurzel beider Grössen proportional. Die Grösse des Druckes hat hiernach an sich keinen unmittelbaren Einfluss auf die Geschwindigkeit der Wellen, sondern nur einen mittelbaren durch die damit verbundene Erweiterung der Röhre und durch die mit dieser Erweiterung (wenn sie gross ist im Vergleich mit der ganzen Weite) bisweilen verbundene Aenderung des Elasticitäts-Modulus der Röhre, falls der letztere bei verschiedenen Ausdehnungen der Röhre nicht genau derselbe bleibt, wie es im Gesetze der vollkommenen Elasticität angenommen wird.

§ 7. Zur Prüfung dieser auf das Gesetz der Elasticität und dem allgemeinen Bewegungsgesetze begründeten Theorie an der Erfahrung liegen folgende schon vorher ausgeführte Messungen über die Geschwindigkeit, mit welcher die Wasserwellen in einer langen Röhre von vulkanisirtem Kautschouk fortgepflanzt wurden, vor.

Die Röhre, in welcher die Wellenfortpflanzung beobachtet wurde, war horizontal und an ihrem einen Ende mit einer verticalen Röhre verbunden, welche 3500 Millimeter hoch mit Wasser gefüllt war. Multiplicirt man diese Druckhöhe mit der Dichtigkeit der drückenden Flüssigkeit $= 1$ und mit dem Maasse der Schwere $g = 9811$ (wenn Millimeter und Secunde als Raum-

und Zeitmaass zum Grunde gelegt werden); so erhält man den Druck P:

$$P = 3500 \, . \, 9811 = 34338500 \; .$$

Es war nun die durch diesen Druck hervorgebrachte Erweiterung der Röhre gemessen und die Vergrösserung ihres Halbmessers gefunden worden:

$$\varepsilon = 2{,}75 \text{ Millimeter},$$

wobei

$$r = 16{,}5 \quad »$$

war. Es folgt hieraus

$$a = \frac{\varepsilon}{P} = \frac{2{,}75}{34338500} = \frac{1}{12486700} \, ,$$

also, da die Dichtigkeit des Wassers $\varrho = 1$ ist, die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Wellen bei der Weite und Elasticität der gegebenen Röhre fortpflanzen sollen,

$$= \sqrt{\frac{r}{2a\varrho}} = \sqrt{\frac{16{,}5 \, . \, 12486700}{2}} = 10033 \; .$$

Die unmittelbare Messung dieser Geschwindigkeit hat ergeben, dass die Wellen einen 9860 Millimeter langen Weg in $0^{\text{Sec}}876$ zurücklegten, d. i. mit einer Geschwindigkeit von

11255

Millimeter in 1 Secunde, welche mit der berechneten so weit übereinstimmt, als bei den mit der Messung der kleinen Erweiterung $\varepsilon = 2{,}75$ Millimeter und des kleinen Zeitraums von $0^{\text{Sec}}876$ erreichbaren Genauigkeit irgend erwartet werden kann.*)

*) Die hier von mir mitgetheilte Theorie der durch Wasser in elastischen Röhren fortgepflanzten Wellen wurde auf meinen Wunsch von *W. Weber* im Jahre 1850 entwickelt, nachdem ich diesen Gegenstand durch eine, gemeinschaftlich mit *Theodor Weber* ausgeführte, Experimentaluntersuchung aufzuklären gesucht hatte (siehe diese Berichte 1850 pag. 178—181) und es bezieht sich daher § 7 auf jene Experimentaluntersuchung.

E. H. Weber.

SITZUNG AM 12. DECEMBER 1866
ZUR FEIER DES GEBURTSTAGES SEINER MAJESTÄT DES KÖNIGS.

R. Baltzer, *Ueber Newton's Auflösung der numerischen Gleichungen.*

1.

Das von *Newton* gezeigte Verfahren zur successiven Berechnung einer realen Wurzel einer numerischen algebraischen Gleichung wird in Folge der von *Lagrange* gemachten Einwendungen von den Lehrbüchern mit einer gewissen Geringschätzung behandelt. Die von *Fourier* angegebenen Vorsichtsmassregeln waren vielleicht zu wenig einfach, als dass sie die Theilnahme für die angefochtene Methode wiederzugewinnen vermochten. Die Methode jedoch, wie sie von *Newton* selbst vorgetragen worden ist, schien mir einer Ausführung fähig zu sein, welche den erhobenen Einwürfen nicht unterliegt; deshalb habe ich sie in meinen Elementen der Mathematik wiederherzustellen versucht. Nicht gegen diese Wiederherstellung, sondern gegen eine nicht genau gefasste Anmerkung, dass dabei die von *Lagrange* gemachten Einwürfe sich erledigen, hat Herr *Piani* (Memorie dell' Istituto di Bologna, Serie 2. Vol. 6. 1866) Widerspruch erhoben, der mich veranlasst auf diesen Gegenstand zurückzukommen.

Die *Newton*'sche Methode verlangt, dass man zuerst die höchste Decimalstelle der gesuchten Wurzel bestimme, und die Gleichung für die um den gefundenen Betrag verminderte Unbekannte aufstelle. Aus der transformirten Gleichung soll man wiederum die höchste Stelle oder die höchsten Stellen der verminderten Wurzel bestimmen, und die Gleichung für die

um den gefundenen Betrag verminderte neue Unbekannte aufstellen, u. s. w. Die verlangten Bestimmungen, durch geregelte Versuche geleitet, werden um so ergiebiger, je weiter die Berechnung der Wurzel fortgeschritten ist. Zur Erläuterung mögen einige Beispiele Platz finden.

Beispiel 1. Nachdem man bemerkt hat, dass $y = x^3 - 2x - 5$ aus dem Negativen ins Positive geht, wenn x von 2 bis 3 steigt, dass also eine reale Wurzel der Gleichung $x^3 - 2x - 5 = 0$ zwischen 2 und 3 liegt, setzt man $x = 2 + p$ und bildet die erste Transformirte

$$y = -1 + 10p + 6p^2 + p^3.$$

Zur hinreichenden Bestimmung von p führt der Versuch $-1 + 10p = 0$, $p = 0{,}1$, wobei $y = 0{,}06$.. wird. Also setzt man $p = 0{,}1 + q$ und bildet die zweite Transformirte

$$y = 0{,}061 + 11{,}23q + 6{,}3q^2 + q^3.$$

Zur nähern Bestimmung von q dient der Versuch $0{,}061 + 11{,}23q = 0$, $q = -0{,}005$.., wobei $y = -0{,}0006$.. wird. Also setzt man

$$q = -0{,}061.. : 11{,}23 = -0{,}0054 + r$$

und bildet die dritte Transformirte vollständig oder auch nach Bedürfniss abgekürzt. U. s. w.

Die Anzahl der Decimalstellen bei den Divisionen wird mit Rücksicht auf die jedesmaligen Fehler $y = 0{,}06$, $y = -0{,}0006$,.. bestimmt. Zur Aufstellung der vollständigen Transformirten empfehlen sich die successiven Multiplicationen; die Potenzirungen der Substitutionen sind zur Aufstellung der abgekürzten Transformirten dienlich.

Beispiel 2. $y = x^5 - 6x - 10$ geht aus dem Negativen ins Positive, während x von 1 bis 2 steigt. Man bildet daher durch die Substitution $x = 2 + p$ die erste Transformirte

$$y = 10 + 74p + 80p^2 + 40p^3 + 10p^4 + p^5.$$

Der Versuch $10 + 74p = 0$ giebt $p = -0{,}13$.. und $y = 1{,}3$.. mit geringer Annäherung. Genauer findet man durch den Versuch $10 + 74p + 80p^2 = 0$ den Werth $p = -0{,}16$.. und $y = -0{,}16$... Daher bildet man durch die Substitution $p = -0{,}16 + q$ die abgekürzte zweite Transformirte

$$y = 0{,}050\,609 + 51{,}311\,q + 62q^2.$$

Der Versuch $0{,}050\,609 + 51{,}311\,q = 0$ giebt $q = -0{,}001\,..$ und $y = 0{,}000\,06\ldots$ Also setzt man

$$q = -0{,}050\,609 : 51{,}311 = -0{,}000\,986 + r. \quad \text{U. s. w.}$$

Beispiel 3. $y = 1000x^3 - 30\,550x^2 + 311\,120x - 1056\,224$ verschwindet bei einem Werth von x zwischen 10 und 11. Durch die Substitution $x = 10 + p$ findet man

$$y = -24 + 120p - 550p^2 + 1000p^3.$$

Der Versuch $-24 + 120p = 0$, $p = 0{,}2$ ist nicht ausreichend, weil dabei noch $y = -11$ ist. Der Versuch $-24 + 120p - 550p^2 = 0$ ist erfolglos, weil dabei p einen realen Werth nicht hat. Indem man weiter $p = 0{,}3$ und $p = 0{,}4$ versucht, findet man die rationale Wurzel 10,4 der gegebenen Gleichung $y = 0$.

Beispiel 4. $y = x^3 - 7x + 7$ verschwindet zweimal, während x von 1 bis 2 steigt. Durch die Substitution $x = 1 + p$ erhält man

$$y = 1 - 4p + 3p^2 + p^3.$$

Der Versuch $1 - 4p + 3p^2 = 0$ zeigt die Werthe $\frac{1}{3}$ und 1 von p an.

Die Substitution $p = 0{,}3 + q$ giebt zunächst

$$y = 0{,}097 - 1{,}93q + 3{,}9q^2 + q^3.$$

Indem man $0{,}097 - 1{,}93q = 0$ versucht, findet man nur $q = 0{,}05\,..$, weil dabei noch $y = 0{,}01\,..$ ist. Die Substitution $q = 0{,}05 + r$ giebt

$$y = 0{,}010\,375 - 1{,}5325r + 4{,}05r^2 + r^3.$$

Durch den Versuch $0{,}010\,375 - 1{,}5325r = 0$, der $r = 0{,}006\,..$ und $y = 0{,}0001\,..$ anzeigt, findet man $r = 0{,}0068 + s$ u. s. w.

Andrerseits bildet man durch die Substitution $p = 1 + q$

$$y = 1 + 5q + 6q^2 + q^3.$$

Der Versuch $q = -0{,}2$ wird durch den Versuch $p = -0{,}3$ übertroffen, den die Gleichung $1 + 5q + 6q^2 = 0$ anzeigt. Die Substitution $q = -0{,}3 + r$ giebt

$$y = 0{,}013 + 1{,}67r + 5{,}1r^2 + r^3.$$

Der Versuch $0{,}013 + 1{,}67r = 0$ giebt nahe $r = -0{,}008$, weil dabei $y = -0{,}000\,03\ldots$

2.

Newton's Methode hat durch *Lagrange* Traité des équations Note V, und in ähnlicher Weise durch *Raphson* Analysis aequationum universalis, London 1690 und 1697, und *Euler* Algebra II, 1 cap. 16, eine abstracte und angeblich einfachere Darstellung erhalten. Wenn eine reale Wurzel der Gleichung $f(x)=0$ dem Werth a nahekommt, so wird vorgeschrieben, man solle statt der transformirten Gleichung $f(a+p)=0$ sogleich die Correction $p=-f(a):f'(a)$, dann aus dem corrigirten Werth $a+p$ die Correction $q=-f(a+p):f'(a+p)$ berechnen, u. s. w.

Lagrange hat nun bemerkt, dass diese abstracte Methode nicht unbedingt zu dem vorgesteckten Ziele führt. Die so berechneten Correctionen $p, q,$.. genügen nämlich nicht unbedingt der Forderung, dass a, $a+p$, $a+p+q$,.. eine der gesuchten Wurzel sich mehr und mehr nähernde Reihe bilden. Auch in dem günstigsten Falle erhält man nur eine Annäherung an die gesuchte Wurzel, und es bleibt unentschieden, ob die Wurzel rational ist oder nicht. Herr *Piani* zeigt in der oben erwähnten Abhandlung, dass dieselben Einwendungen zutreffen, wenn man zur Berechnung der Correctionen die quadratische Gleichung $f(a)+pf'(a)+\frac{1}{2}p^2f''(a)=0$ benutzt.

Dagegen ist das ältere von *Newton* angegebene und oben gezeigte Verfahren nicht nur für die Praxis weniger mühevoll, als die beschriebene abstracte Methode, sondern es unterliegt auch den gegen die letztre erhobenen Bedenken nicht in gleicher Weise. Wenn man die successiven Transformationen ohne Verkürzung der Rechnungen ausführt, so bleibt es nicht unentschieden, ob die gefundene Wurzel der gegebenen Gleichung vollständig genügt. Wenn man von einer transformirten Function $f(a+p)$ zu der folgenden erst dann fortschreitet, nachdem man den Betrag p soweit ermittelt hat, dass $f(a+p)$ näher an 0 fällt als $f(a)$, so ist $a+p$ der gesuchten Wurzel näher als a unter der Voraussetzung, dass $f(x)$ entweder continuirlich wächst oder continuirlich fällt, während x das Intervall zurücklegt, in welchem die Wurzel gesucht wird. Wenn demnach $f'(x)$ in diesem Intervall das Zeichen nicht wechselt, so führen die von *Newton* empfohlenen Transformationen sicher zu dem gesteckten Ziele.

SITZUNG AM 5. NOVEMBER 1866.

C. Ludwig und **F. Schweigger-Seidel**, *Über das Centrum tendineum des Zwerchfelles.*

Für die Frage nach dem Zusammenhange der Lymphgefässe mit den serösen Höhlen des Körpers ist durch die bekannte Arbeit *v. Recklinghausen's* *) das Zwerchfell von Bedeutung geworden. Wir haben desshalb im Anschluss an anderweitige Beobachtungen das Centr. tendin. einer genaueren Untersuchung unterworfen, müssen uns aber mit unserer Beschreibung vorläufig auf Kaninchen beschränken.

Die Bindegewebsmassen, welche die Grundlage des Centr. tendin. bilden, sind in verschiedene Schichten angeordnet. Schon mit blossen Augen kann man eine radiäre Lage von einer circulären trennen. Erstere liegt auf der unteren oder Bauch-Seite und zeigt die radiäre Streifung desshalb so deutlich, weil zwischen den unter sich ziemlich gleich breiten Sehnenbündeln spaltförmige Lücken vorhanden sind, welche sich besonders bei Spannung der Haut bemerkbar machen. Die nach oben gelegene circuläre Faserschicht ist mehr gleichmässig entwickelt oder nur durch einzelne im Bogen verlaufende Verstärkungszüge auffallend markirt. Zu diesen beiden Schichten kommen alsdann noch zwei andere, allerdings viel zartere, hinzu, welche von der Pleura und dem Peritoneum gebildet werden; in ihnen haben die Fasern eine mehr transversale Richtung.

Die genannten vier Schichten sind nicht innig verschmolzen, sondern können durch einfache Präparation von einander getrennt werden. Besonders von der pleuralen Seite her vermag man an der ausgespannten Sehnenhaut die circuläre

*) Zur Fettresorption. *Virchow's* Archiv. Bd. 26.

Schicht von der radiären und diese hinwiederum von dem Grundhäutchen des Peritoneum ganz glatt abzulösen, so dass man letzteres auf grössere Streifen isolirt erhalten kann, sowohl frisch, als nach vorhergegangener Erhärtung. — Der Schnitt durch das Centr. tendin., welcher in Fig. 1 bei etwa 150facher Vergrösserung abgebildet wurde, ist so geführt, dass die radiären Sehnenbündel quer getroffen sind (*b*). *c* ist die circuläre Faserschicht, *a* das Peritoneum und *d* die Pleura. Zwischen den radiären Sehnenbündeln bemerkt man die Spalten von wechselnder Breite je nach dem Spannungsgrade der ganzen Membran. Sie messen 0,06—0,12 Mm. im natürlich erweiterten Zustande, wie nach vorhergegangener Injection, oder wenn die Peritonealüberbrückung straff gespannt ist (*e*), da dieselbe sich stets in die Spalten hineingebuchtet findet (*f*), wenn man das Zwerchfell ohne vorhergegangene Ausdehnung erhärtet und zu Schnitten verwendet.

Der Verlauf der Blutgefässe im Centr. tendin. ist kein ganz regelmässiger, wenigstens findet man die stärkeren Stämmchen bald auf der Brustfläche, bald auf der Bauchseite. Ersteres ist der regelmässigere Befund. Von den unter der Serosa gelenen Hauptästen (Fig. 1 *g*) dringen die feineren Zweige zwischen die einzelnen Schichten der Sehnenhaut ein und gelangen auf diesem Wege auch zwischen die radiären Bündel in die Spalten, liegen hier den Rändern desselben an, oder ziehen schräg von einer Seite zur anderen, so dass es den Anschein gewinnt, als ob die Gefässe ganz frei in die Spalten eingelagert seien. Beachtet man jedoch das Verhalten der Gefässe an Schnitten, so muss man als constant ansehen, dass dieselben an die Wände der Spalten angeheftet sind, aber, wie es scheint, nicht einfach durch die Adventitia, sondern durch ein über sie hinwegziehendes feines Häutchen, welches mitunter nur als zarte Contur wahrgenommen werden kann (Fig. 1 *h*). Die Adventitia der Gefässe findet sich zuweilen von einer kleinzelligen Wucherung infiltrirt, so dass gleichmässige oder locale Verdickungen entstehen, wie sie von anderen Stellen des Körpers her als sogenannte Lymphscheiden bekannt sind. Die Capillaren bilden weitmaschige Netze, sind eng und lassen sich namentlich von der Arterie aus schwer injiciren.

Die Injection der Lymphgefässe des Zwerchfells ist sehr leicht. Das einfache Verfahren gründet sich auf den Befund



v. Recklinghausen's, dass feine körperliche Bestandtheile, auf die Bauchseite des Zwerchfells gebracht, ohne Weiteres in die Lymphgefässe übertreten können. — Man halbire ein Kaninchen in der Mitte des Bauches, nachdem man vor der Hinwegnahme von Magen und Darm den Oesophagus und die grossen Gefässe durch eine die Wirbelsäule umgreifende Ligatur zusammengeschnürt hat. Das Bruststück des Thieres wird an verschiedenen durch die Bauchdecken gezogenen Bindfäden mit dem Kopfe nach abwärts senkrecht aufgehängt, und nun die Injectionsmasse einfach in die Concavität des Zwerchfells geschüttet, wobei man die Leber entweder ganz ruhig liegen lässt oder vermittelst eines um die Gallenblase geschlungenen Fadens etwas nach oben zieht. So findet man nach einiger Zeit selbst bei vollkommener Ruhelage auf der convexen Seite des Zwerchfelles eine reinliche Injection von Lymphgefässnetzen, indess gelingt dieselbe bei Weitem besser, wenn man das Diaphragma rhythmische Bewegungen ausführen lässt, und zwar dadurch, dass man die Lungen durch eine in die Trachea gebundene Röhre wechselweise aufbläst.

Hat man eine recht gute Injectionsmasse, z. B. blauen Leim von gehöriger Intensität der Farbe, so kann man Präparate erhalten, denen bezüglich der Vollkommenheit der Injection nicht leicht etwas gleich zu setzen ist. — In der etwa um die Hälfte vergrösserten Abbildung Fig. 2 ist ein solches Object mit der pleuralen Seite nach oben gezeichnet. Da aber die eigentlichen Lymphnetze, sowie die klappenführenden Gefässe nur auf dieser Seite liegen, so sind erstere zum Theil weggelassen, um auch die Verhältnisse übersehen zu können, welche sich auf der Bauchfläche darbieten. Hier nämlich fehlen die Netze und stärkeren Stämmchen vollständig, und finden wir nur blaue Streifen (in der Figur, als durchscheinend, blasser gehalten), entsprechend den früher erwähnten spaltförmigen Lücken zwischen den radiären Sehnenbündeln. Sie füllen sich stets zuerst mit Masse.

Von einer genaueren Beschreibung der Verzweigung der Stämmchen und der Formation der Lymphnetze kann unter Hinweis auf unsere Abbildung wohl Abstand genommen werden; nur Folgendes mag noch Erwähnung finden. Die ergibigste Entwicklung besitzen die Netze mehr im hinteren Theile des Centr. tendin. neben der Wirbelsäule, an der Stelle der

höchsten Wölbung, während gerade in der Mitte, da wo sich das Pericardium innig anlegt, Lymphgefässe fehlen. Die Stämmchen mit Klappen wenden sich theils nach vorn, resp. unten, um in Gefässe überzugehen, welche neben den Vasa mammaria verlaufen, theils senken sie sich nach hinten zu direct in den Ductus thoracicus ein. Der doppelte Verlauf ist in unserer Abbildung angegeben.

Fertigt man sich von einem injicirten Centr. tendin. Schnitte an, so zeigen sich die Spalten zwischen den radiären Bündeln mehr oder weniger stark mit Masse gefüllt, ihnen gegenüber liegen zwischen circulärer Schicht und Pleura die quer oder schräg durchschnittenen Netzgefässe, und beide sieht man verbunden durch senkrecht oder schief zwischen den circulären Sehnenfasern durchtretende Zweige. Die Injectionsmasse hält sich stets in glatt conturirten Bahnen, es erfolgt kein unregelmässiger Austritt zwischen die einzelnen Gewebsschichten, und nie, selbst bei der prallsten Füllung, treten irgend welche feinere Abzweigungen hervor, die als Bindegewebsinterstitien oder als »Saftkanälchen« gedeutet werden könnten. Es ergibt sich hieraus sowohl für die eigentlichen Lymphgefässe, als auch für die Spalten, dass sie eine besondere Auskleidung besitzen müssen. Man kann dieselbe nach Spaltung der Sehnenhaut in einzelne Schichten oder an Schnitten als abgehobenes zartes Häutchen wahrnehmen, namentlich nach Behandlung des Zwerchfelles mit Kal. bichrom. Bei Erwähnung der Gefässe in den Spalten wurde das Verhältniss bereits angedeutet. (Fig. 1 *h*).

Schliesslich darf hier die Bemerkung nicht übergangen werden, dass sich auch die Versilberungsmethode recht gut für das Studium der uns beschäftigenden Lymphgefässe eignet. Gelungene Präparate der Art zeigen uns manche Eigenthümlichkeiten der Vertheilung besser, als nach einfacher Injection, weil bei dem geringen Drucke, unter welchem dieselbe erfolgt, die Gefässe nicht immer mit der nöthigen Prallheit gefüllt sind. Die Form der Netze und die Ungleichheit des Calibers ist charakteristisch. Nach Anwendung der Silberlösung treten in allen Räumen, welche sich mit Injectionsmasse füllen können, die bekannten schwarzen Liniennetze hervor, und zwar in den Spalten der Peritonealfläche, sowie in den von ihnen abgehenden feineren Zweigen die eigenthümliche Form mit stark ge-

wundenem Verlaufe, in den eigentlichen Lymphgefässen der Pleurafläche dagegen die Netze mit ausgesprochenen spindelförmigen Maschen. Durch Beachtung der Silberzeichnungen kann man sich einen vollständigen Überblick über den Verlauf der Lymphgefässe verschaffen.

Der Übertritt von körperlichen Bestandtheilen aus der Bauchhöhle in die Lymphgefässe, welcher unzweifelhaft ohne Verletzung der Peritonealbekleidung des Zwerchfelles, auch beim lebenden Thiere, erfolgt, lässt natürlich das Vorhandensein besonderer Einrichtungen voraussetzen. In Bezug hierauf beachte man folgende feinere Structurverhältnisse, welche an der Peritonealfläche zur Geltung kommen und deren Eigenthümlichkeiten im Zusammenhange stehen mit der radiären Anordnung der Sehnenbündel und der Spalten zwischen ihnen.

Halten wir uns zuvörderst an die bindegewebige Grundlage, an das Grundhäutchen des Peritoneum, so sehen wir, dass sie wechselnd bald dichter, bald lockerer gewebt ist. Ihre dichteren Abschnitte mit gleichmässiger Faserlage bedecken die radiären Bündel, die lockeren dagegen, in denen feine und feinste Bindegewebsbündel zu zierlichen Netzen angeordnet sind, überbrücken die Spalten. Einen vollständigen Überblick gewinnt man nur nach Isolation der Serosa mittelst des angegebenen Verfahrens, während man bei Betrachtung des Zwerchfelles im Ganzen über den Spalten nur einzelne querverlaufende und sich verzweigende Bündel wahrnehmen kann. Fig 3, bei 300facher Vergrösserung gezeichnet, erspart uns auch hier eine genauere Beschreibung. Die Kerne gehören dem Bindegewebe, zum grösseren Theile aber dem Epithel an.

Diesem mit der grössten Regelmässigkeit wiederkehrenden Verhalten des Grundhäutchens entsprechen die Besonderheiten der Epithelschicht. Behandelt man die Bauchseite eines Centr. tendin. mit Silberlösung, so werden bei schwacher Vergrösserung regelmässige Streifen von wechselnder Breite sichtbar, welche wiederum den Spalten entsprechen. Da wir aber sahen, dass der Peritonealüberzug häufig in die Spalten eingebuchtet wird, so ist es zur Auffindung der Streifen nothwendig, das ausgespannte Zwerchfell der Versilberung zu unterwerfen. Die Verschiedenheit der Streifen wird dadurch bedingt, dass die Zellen innerhalb derselben, also die Epithelien über den Spalten bedeutend kleiner und sehr gewöhnlich durch unregelmässige

Anschwellungen der schwarzen Conturlinien getrennt sind (Fig. 4. Vergröss. 150).

Sehr zu empfehlen ist auch hier die Isolation der Zellen nach Behandlung mit Jodserum. Fig. 5 stellt bei 300facher Vergrösserung einen Epithelfetzen dar, an dem man die Unterschiede der Elemente deutlich wahrnehmen kann. Die im Mittel 0,032 Mm. grossen Zellen liegen über den Sehnenbündeln und hängen durch Zwischenstufen zusammen mit solchen von 0,012 Mm. Durchmesser, welche der Decke einer Spalte angehören. Die Zellgrenzen sind durch leichte Versilberung deutlicher gemacht.

Sehr eingehend haben wir uns mit den Öffnungen zwischen den Epithelzellen beschäftigt und die verschiedensten Methoden angewendet, um die zelligen Elemente sowohl in der fixirten Lage als im isolirten Zustande zu Gesicht zu bringen. Stets haftet an dem Ergebniss der Untersuchungen eine nicht zu beseitigende Unsicherheit. Denn vor allem fehlt in unserem Objecte eine ähnliche Anordnung der Zellen um die Öffnungen, wie sie am Bauchfelle des Frosches vorkommt, jede Öffnung, die man beobachtet, erhält dadurch den Charakter des Zufälligen. — Dies Letztere ist aber um so stärker zu betonen, weil man ohne Änderung in der normalen Lage die Öffnungen nicht sehen kann. Die Spalten sind, wie schon früher bemerkt wurde, bald eng, bald weit, die Epithelhaut über ihnen kommt also bald gefaltet, bald ausgespannt zur Untersuchung. Im ersten Falle können der Natur der Sache nach die vorhandenen Öffnungen nicht gut erkannt werden, und im zweiten wird der Einwurf gerechtfertigt sein, dass die Spannung selbst eine künstliche Trennung der Zellen bewirkt habe. Derselbe Einwurf kann gegen die Öffnungen erhoben werden, die man im isolirten Epithel gewahrt; an ihm sieht man allerdings mitunter Bilder (Fig. 5 *a*), die um so unzweifelhafter auf Öffnungen deuten, als alle Täuschungen, die uns das unterliegende Gewebe bereiten kann, hier beseitigt sind.

Nach unserer Meinung kann auf diesem Wege ein Beweis nicht geliefert werden, genug, dass die Thatsache durch die Erfahrungen der Filtration gesichert ist und dass die bindegewebige Grundlage, auf welcher die Epithellage ruht, aus Maschen gebildet ist. Denn es leuchtet ein, dass Öffnungen im Epithel nur dann eine Bedeutung haben können, wenn die



Grundhaut gleichfalls durchgängig gefunden wird. Desshalb muss auch bei anderweitigen Untersuchungen der Art vor allem dieser Punkt beachtet werden.

Noch haben wir eines Verhaltens der Epithelzellen zu gedenken, welches eine noch eingehendere Berücksichtigung verdient, als wir ihm jetzt zu Theil werden lassen konnten. — Die gleichmässige Lage der kleinen Zellen über den Spalten findet sich häufig unterbrochen durch Gruppen noch kleinerer Zellen, welche den mehr indifferenten Charakter der Lymphkörperchen haben und, wie sich mit ziemlicher Sicherheit behaupten lässt, aus den Zellen der Serosa selbst durch Theilung entstehen. Das Präparat, nach welchem Fig. 6 angefertigt wurde, war wiederum ganz schwach versilbert und dann der Carminisirung ausgesetzt. In Folge dessen sind die Kerne in den Maschen der äusserst feinen Silberlinien sehr gut sichtbar und lassen alle Stadien der Theilung erkennen. Mit der Theilung der Kerne geht Hand in Hand eine Vermehrung der Zellen, die sich zu kuglichen Häufchen an einander lagern. Der Process erstreckt sich nie über die Spalten hinaus.

Ist der Vorgang, wie wir zu vermuthen allen Grund haben, ein physiologischer, so ist ein Ort gefunden, an welchem sich die Entstehung der Lymphzellen mit Sicherheit beobachten lässt; wir würden die in den Lymphgefässen des Zwerchfelles wirklich vorhandenen zelligen Elemente von dem Epithel des Peritoneums herleiten müssen. Allerdings ist hier noch die Möglichkeit ins Auge zu fassen, dass die kleinen Zellen, welche in der Adventitia der Gefässe vorkommen, gleichfalls einen Weg in die Lymphgefässe finden können.

Betrachten wir die geschilderten Einrichtungen des Centr. tendin. im Zusammenhange, so können wir darin unschwer einen vollkommenen Apparat zur Aufsaugung und Fortführung von Flüssigkeitsmengen aus der Bauchhöhle erkennen. Eine äusserst wichtige Rolle spielen die Bewegungen des Zwerchfelles, weil durch sie bedingt wird ein regelmässiger Wechsel in dem Zustande der einzelnen Schichten, durch welchen allein eine ununterbrochene Resorption ermöglicht werden kann.

In der Exspirationsstellung des Zwerchfelles, in welcher das Centr. tendin. durch die Leber nach oben gedrängt stark gewölbt, sind die Spalten zwischen den radiären Bündeln erwei-

Fig. 6.

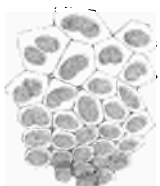


Fig. 4.

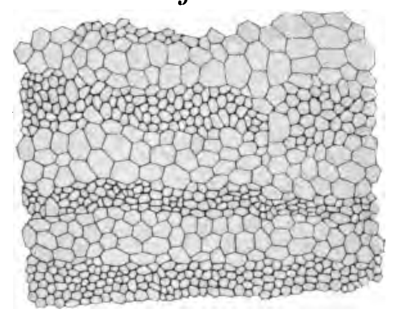
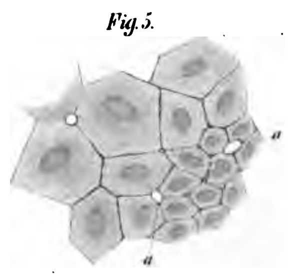


Fig. 5.



tert und die Überbrückung der Serosa gespannt. Desgleichen befinden sich die nach der Brusthöhle zu gelegenen Schichten, die circuläre Faserlage und die Pleura, im Zustande der Spannung, und werden in Folge die zwischen denselben liegenden Lymphcapillaren zusammengefallen sein. In der Inspirationsstellung dagegen ist die Wölbung abgeflacht, die Spalten sind eng und ihr Peritonealüberzug hat sich in sie eingebuchtet. Die circulären Schichten sind erschlafft und die Lymphcapillaren durch den Gegenzug der Lungen erweitert. Beim Übergang aus der einen Stellung in die andere werden sich die Spalten bald mit Flüssigkeit füllen können, bald wird das in ihnen Enthaltene verdrängt werden, um nach der Seite des geringeren Druckes, das ist in die Lymphcapillaren abzufliessen.

Erklärung der Abbildungen.

Fig. 1. Schnitt durch das Centrum tendin. eines Zwerchfelles vom Kaninchen. Radiäre Sehnenbündel (*b*) quer durchschnitten. Das Nähere im Text.

Fig. 2. Zwerchfell v. Kaninchen mit von der Bauchhöhle aus injicirten Lymphgefässen.

Fig. 3. Grundhäutchen der Peritoneal-Serosa. Partie über den Spalten mit netzförmiger Anordnung der Bindegewebsbündel.

Fig. 4. Epithel der Peritonealseite des Centr. tendin. Verschiedenheit der Epithelzellen.

Fig. 5. Isolirte Epithelzellen ebendaher, *a* Öffnungen zwischen den zusammenhängenden Zellen über den Spalten.

Fig. 6. Epithel von derselben Stelle. Theilung der Kerne, Vermehrung der zelligen Elemente.

Zusatz zu Seite 36.

Der a. a. O. allegirte Satz *Jacobi's* findet sich auch im Monatsbericht der Berliner Akademie über die Gesammtsitzung vom 14. Juli 1836 mitgetheilt, als »ein neues Integral, welches er für den Fall der drei Körper gefunden hat, wenn man die Bahn des störenden Planeten kreisförmig annimmt und die Masse des gestörten vernachlässigt. Das erste findet mit grosser Annäherung bei allen Planeten statt, deren Störungen man in Rechnung zieht; das letztere bei den Cometen und schon, weil wir ihre Masse nicht kennen, bei den neuen Planeten. Nennt man m' die Masse des störenden Körpers, M die Sonnenmasse, xyz die Coordinaten des gestörten, indem man die Bahn des störenden zur Ebene der xy nimmt; r den Radiusvector des gestörten, a_1 die constante Entfernung des störenden von der Sonne, ϱ die gegenseitige Entfernung beider, $n't$ die Anomalie des störenden, so hat man das strenge Integral

$$\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right\}-n'\left(x\frac{dy}{dt}-y\frac{dx}{dt}\right)=$$

$$=\frac{M}{r}+m'\left(\frac{1}{\varrho}-\frac{x\cos n't+y\sin n't}{a_1 a_1}\right)+\text{Const.}$$

oder in den veränderlichen Elementen ausgedrückt:

$$\frac{M}{2a}+\sqrt{\frac{M(M+m')}{a_1^3}}\cdot\sqrt{p}\cos i+m'\left(\frac{1}{\varrho}-\frac{x\cos n't+y\sin n't}{a_1 a_1}\right)=\text{Const.}$$

Man kann sich von der ersten Gleichung leicht durch Differentiation überzeugen. Es sind diese Gleichungen für die Terme, die von der Excentricität des störenden Körpers unabhängig sind, für alle Potenzen der Masse des störenden Körpers richtig.«

Es möge bei dieser Gelegenheit noch folgende Bemerkung Platz finden. Die allgemeinen Integrale des Problems der zwei Körper enthalten die vier Constanten der elliptischen Bewegung, nämlich die halbe grosse Axe a, die Excentricität e, die Länge des Perihels ϖ und die Epoche der mittleren Anomalie c. Für den Fall der Kreisbewegung hat man $e = 0$ zu setzen; es zeigt sich aber sogleich, dass alsdann die beiden Grössen ϖ und c nur noch die Stelle einer einzigen Integrationsconstanten vertreten. Man kann desshalb die Frage nach der allgemeinsten Form der Integrale stellen, welche dem Falle $e = 0$ entsprechen. Sei

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k^2x}{r^3} = \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{k^2y}{r^3} = 0 \;,$$

so werden

$$x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt} = \frac{k^2}{b} \;, \quad \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = k^2\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

die allgemeinen Integrale der Sätze von der Erhaltung der Flächen und der lebendigen Kraft mit den beiden willkürlichen Constanten a und b. Die Kreisbewegung fordert die Relation $k^2 = ab^2$ und damit für $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$

$$r^2\frac{d\varphi}{dt} = ab \;, \quad \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(r\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = b^2\left(\frac{2a}{r} - 1\right) \;.$$

Diesen Gleichungen wird allerdings Genüge geleistet durch die Werthe

$$r = a \;, \quad \varphi = \frac{b}{a}t + c \;,$$

allein zu ihrer vollständigen Integration sind zwei neue unabhängige Constanten erforderlich. Man findet durch directe Rechnung

$$\varphi i = \int\frac{a\,dr}{r(a-r)} \;, \quad ti = \int\frac{r\,dr}{b(a-r)}$$

d. i.

$$(\varphi - \varpi)\,i = \log\left(\frac{a}{r} - 1\right) \;, \quad \left(\frac{b}{a}t + c\right)i = \frac{r}{a} + \log\left(1 - \frac{r}{a}\right),$$

wo ϖ und c die neuen Integrationsconstanten und i die imaginäre Einheit bedeuten. Hieraus erhellt, dass nur für den angeführten particulären Fall $r = a$ die drei Variabeln $r\,\varphi$ und t gleichzeitig reell sein können. —

Ich kann es nicht unterlassen hierbei auf ein scheinbares Paradoxon aufmerksam zu machen, welches zeigen mag, wie vorsichtig man in ähnlichen Betrachtungen zu verfahren hat. Der Eintritt der Kreisbewegung ist oben an die Relation $k^2 = ab^2$ geknüpft worden, welche sich sofort ergibt, wenn man die Bedingung $e = 0$ durch die Constanten a und b ausdrückt. Da aber die directe Bedingung der Kreisbewegung in der Gleichung $r =$ const. besteht, so könnte man auch versuchen, den beiden allgemeinen Differentialgleichungen

$$r^2\frac{d\varphi}{dt} = \frac{k^2}{b} \text{ und } \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(r\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = k^2\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

unter dieser Voraussetzung Genüge zu leisten. Hiermit folgt wegen $\frac{dr}{dt} = 0$, nach Elimination von φ, für r die quadratische Gleichung

$$r^2 - 2ar + \frac{ak^2}{b^2} = 0 \quad \text{oder} \quad r = a \pm \sqrt{\left(a^2 - \frac{ak^2}{b^2}\right)}$$

und ferner

$$\varphi = \varphi' t + c \quad \text{wo} \quad \varphi' = \frac{k^2}{br^2} = b\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right).$$

Durch diese einer gleichförmigen Kreisbewegung entsprechenden Werthe der Polarcoordinaten r und φ werden demnach die für beliebige Werthe von a und b aus den ursprünglichen Bewegungsgleichungen abgeleiteten Differentialformeln für $\frac{dr}{dt}$ und $\frac{d\varphi}{dt}$ erfüllt, und es scheint, als wenn die so erhaltene Bewegung statthaft sein müsste, auch ohne Eintritt der Bedingung $k^2 = ab^2$. Dass diess in der That nicht der Fall sein kann, erhellt allerdings aus dem Vergleiche mit den allgemeinen Resultaten der elliptischen Bewegung, welche $r = a$ fordern; der Kundige wird die Erklärung des Paradoxons in dem Umstande suchen, dass aus $r =$ const. oder $\frac{dr}{dt} = 0$ auch $\frac{d^2r}{dt^2}$ oder $x\frac{d^2x}{dt^2} + y\frac{d^2y}{dt^2} + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = 0$ folgt, und ohne Schwierigkeit finden, dass hierin die Nothwendigkeit der Bedingung $r = a$ oder $k^2 = ab^2$ enthalten ist.

Druck von Breitkopf und Härtel in Leipzig.







